

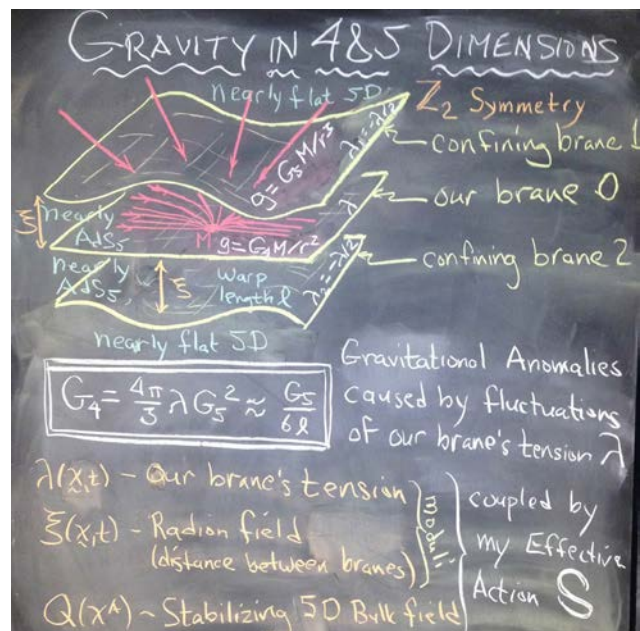
MY EQUATION
for the Effective Action $S(\lambda, \xi, Q, \dots)$

$$S = \int \sqrt{-g_5} d^5x \left\{ \mathcal{L}_{\text{bulk}} + \sum_{\text{branes } a=0,1,2} \delta(\sigma(x^4) - \sigma_a) \mathcal{L}_{\text{brane}}^a \right\}$$

Where!

$$\mathcal{L}_{\text{bulk}} = \frac{1}{16\pi G_5} (R_5 - 2\Lambda_5) - \frac{1}{2} \nabla_\mu Q \nabla^\mu Q - \frac{1}{2} U(Q) - \frac{1}{2} \sum_{\text{auxiliary fields } i,j} H_{ij}(Q^2) \nabla_\mu \Phi^i \nabla^\mu \Phi^j$$

$$\mathcal{L}_{\text{brane}}^0 = \frac{k}{16\pi G_5} + \frac{1}{2} (Q^2 - \lambda) \nabla_\mu \xi \nabla^\mu \xi + \frac{1}{2} \nabla_\mu \lambda \nabla^\mu \lambda + \frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} \Phi^i \Phi^j \mathcal{M}(\text{standard model fields}) + \frac{1}{2} V(\sqrt{(\xi - \xi_0(Q^2))^2 + (\lambda - \lambda_0(Q^2))^2}) + (\text{Standard Model Terms})$$



LES TABLEAUX NOIRS DU PROFESSEUR BRAND dans le film *Interstellar* sont couverts de formules de physique théorique, où s'entremêlent de façon relativement fidèle à la science les concepts de dimensions supplémentaires et ceux de la physique quantique.

Brand. En physique, l'« action » est une grandeur ayant pour dimension le produit d'une énergie par un temps. Son importance est due à un principe très général, le principe de moindre action : le trajet effectivement suivi par un objet entre deux points donnés est celui qui conduit à un extremum (maximum ou minimum) de l'action. Ainsi, en mécanique, au lieu de penser la trajectoire à partir de forces, on l'imagine comme la courbe qui optimise l'action. Ce principe de moindre action est simple, puissant et général, non seulement en mécanique classique, où il est strictement équivalent aux lois de Newton, mais aussi en électromagnétisme et en mécanique quantique ou relativiste. Sa généralisation a été si fructueuse qu'elle fonde toute la physique théorique moderne.

Les termes g_5 et d^5x présents dans l'équation de Brand indiquent que sa théorie est bien construite à cinq dimensions : une de temps et quatre d'espace. Le problème est qu'il a été montré que le « sandwich AdS_5 » est instable, car les deux branes qui confinent la nôtre subissent une compression. Dans son équation, Brand tente donc d'écrire une action effective qui pourrait résoudre ce problème : elle contient des termes associés à chaque brane (numérotée 0, 1 ou 2) et un terme associé au *bulk* censé stabiliser l'ensemble. La quête du professeur, l'unification de la relativité générale et de la mécanique quantique, n'est toujours pas achevée aujourd'hui. Diverses approches telles que la gravité quantique à boucles, la théorie des

cordes ou la géométrie non commutative font l'objet d'intenses recherches.

Interstellar aborde d'une autre façon, plus visuelle, la question des dimensions spatiales supplémentaires. Vers la fin du film, Cooper, l'un des astronautes, pénètre dans le trou noir Gargantua qui est au cœur de l'intrigue. Il se retrouve alors dans un espace-temps étrange, le « tesseract ». En géométrie, le tesseract est un objet quadridimensionnel qui est au cube ce que le cube est au carré. De même que la surface d'un cube est constituée de six faces carrées, l'hypersurface délimitant un tesseract est constituée de huit cellules cubiques.

Voir les dimensions supplémentaires

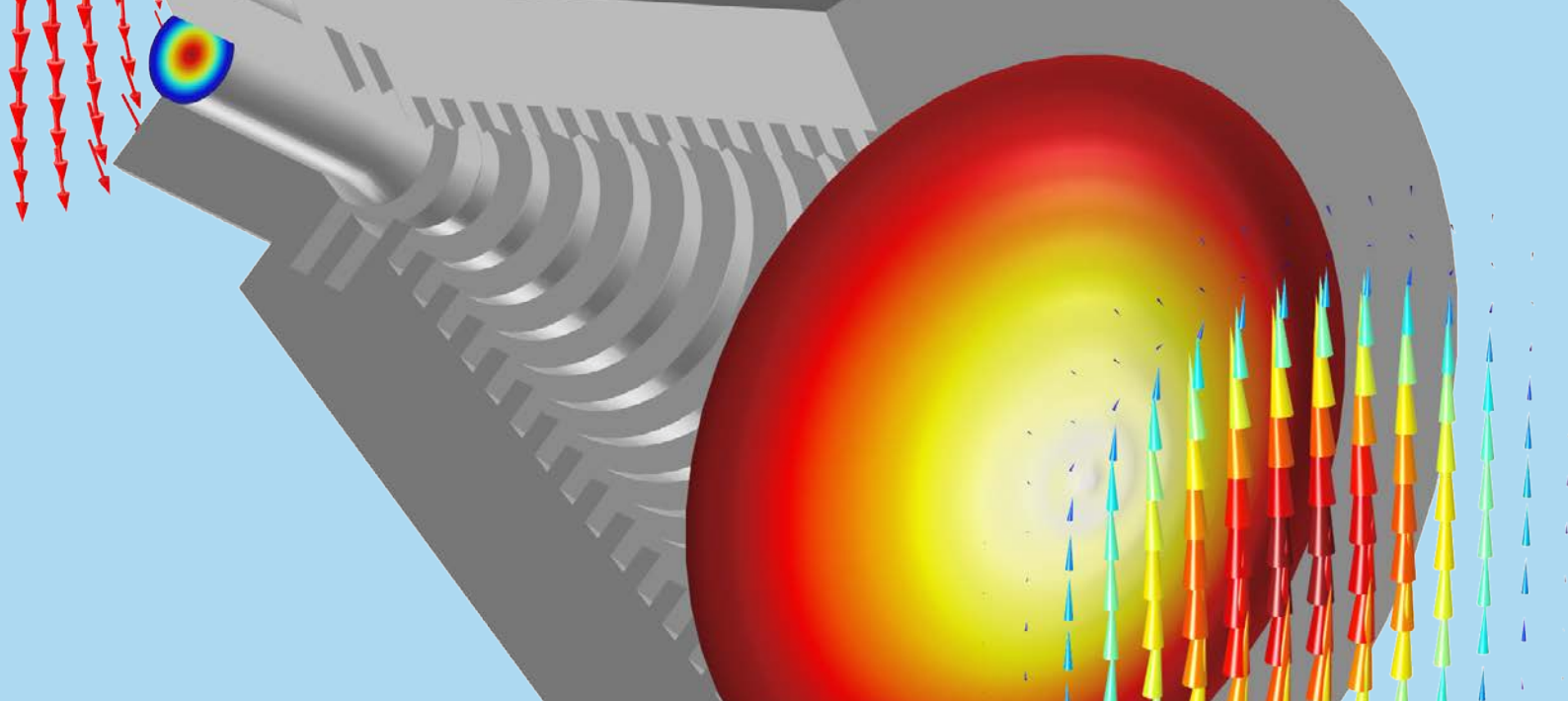
Dans le film, cette structure géométrique permet à Cooper de passer de la singularité centrale du trou noir au *bulk* à cinq dimensions. Il se retrouve alors hors de notre brane et, pour lui, le temps devient l'analogue d'une dimension spatiale. C'est pour cela qu'une fois dans le tesseract, Cooper voit la chambre de sa fille Murph, la future adjointe du professeur Brand, multipliée à l'infini mais avec des temporalités différentes. Il est alors capable de communiquer avec elle à travers le temps au moyen de signaux gravitationnels, fournissant les données dont elle a besoin pour résoudre l'équation du professeur Brand.

Par ses propriétés fascinantes, le tesseract apparaît dans bien d'autres œuvres. Ainsi,

dans le film *Cube 2 : Hypercube*, huit personnages sont piégés dans un tesseract qui apparaît comme un réseau de cubes connectés dont certains altèrent le déroulement du temps. Dès 1941 et sa nouvelle *La Maison biscornue*, Robert Heinlein décrivait une maison construite selon le patron tridimensionnel d'un tesseract. C'est ce même patron que Salvador Dalí utilisa pour sa peinture de 1954 *Crucifixion (Corpus Hypercubus)* suggérant que, tout comme le tesseract existe dans un espace quadridimensionnel inaccessible à l'esprit humain, Dieu pourrait exister dans une dimension qui nous est incompréhensible.

La compréhension fine de la plupart des phénomènes décrits dans *Interstellar* requiert des connaissances en relativité générale, en mécanique quantique et une touche de théorie des cordes. Le résultat est un film à la fois intéressant et intrigant, qui marie histoire forte et ambition scientifique. *Interstellar* reste une œuvre de science-fiction où liberté artistique et extrapolation scientifique font partie du jeu. Mais en invitant les spectateurs à s'interroger sur la nature de l'espace et du temps, il a une vertu pédagogique et se situe pleinement dans ce que, en 1909, Maurice Renard nommait le merveilleux scientifique, c'est-à-dire « l'aventure d'une science poussée jusqu'à la merveille ou d'une merveille envisagée scientifiquement ».

Roland LEHOUCQ est astrophysicien au CEA, à Saclay. Jean-Sébastien STEYER est paléontologue au CNRS-MNHN, à Paris.



LA MULTIPHYSIQUE POUR TOUS

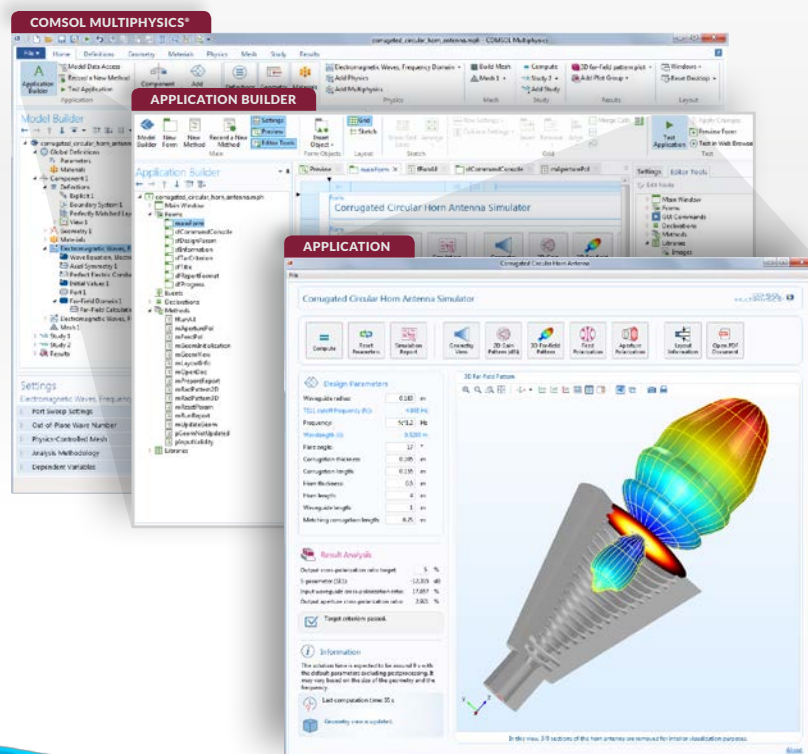
L'évolution des outils de simulation numérique vient de franchir un cap majeur.

Des applis spécialisées sont désormais développées par les spécialistes en simulation avec l'application Builder de COMSOL Multiphysics®.

Une installation locale de COMSOL Server™, permet de diffuser les applis dans votre organisme et dans le monde entier.

Faites bénéficier à plein votre organisme de la puissance de l'outil numérique.

comsol.fr/application-builder



IDÉES DE PHYSIQUE

La punaise d'eau remonte la pente

Des petits objets qui flottent à la surface d'un liquide s'attirent ou se repoussent selon la façon dont ils déforment cette surface.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Certains insectes tels que les gerris, un genre de punaises, marchent sur l'eau grâce à leurs pattes aux extrémités hydrophobes. Cet effet s'explique bien sachant que l'eau, comme les autres liquides, a une tension superficielle : sa surface est comparable à une sorte de trampoline tendu.

Mais comment ces mêmes insectes réussissent-ils à remonter la pente formée par la surface de l'eau à proximité immédiate du bord ou des végétaux qui flottent ? La tension de surface est ici aussi une clé de l'explication, mais il faut oublier l'image du trampoline et se plonger dans les effets de flottabilité. Nous comprendrons au passage pourquoi les céréales qui surnagent à la surface d'un bol de lait s'agglomèrent (*voir l'illustration ci-contre*).

Des ménisques concaves ou convexes

Si les navires flottent, c'est grâce à la poussée d'Archimède qui est égale, en intensité, au poids du volume d'eau déplacé. Mais qu'en est-il des petits objets ou animaux ? À ces échelles, les effets de la tension superficielle ne sont plus négligeables. Chacun peut constater qu'à proximité d'un objet flottant, la surface de l'eau forme un ménisque, orienté vers le haut (concave) ou vers le bas (convexe). Les forces de tension superficielle s'exercent tout le long de la ligne de contact entre l'objet et la surface de l'eau, tandis que la poussée d'Archimède, due à la pression hydrostatique, est liée à la partie immergée de l'objet.

Comment déterminer la résultante des forces de tension superficielle ? Un raisonnement astucieux conduit à un résultat particulièrement simple. Prenons deux récipients identiques A et B, l'un (A) rempli d'eau, l'autre (B) où l'on a placé un objet flottant tout en conservant la même hauteur d'eau (ce qui nécessite d'enlever ou d'ajouter au récipient B une quantité égale au volume d'eau déplacé par l'objet flottant).

En vertu des lois de l'hydrostatique, la force exercée sur le fond du récipient est la même dans les deux cas, et est égale au poids de l'eau du récipient A. Cette force étant la même dans B, on en déduit que le poids de l'objet est égal au poids du volume d'eau enlevé ou ajouté au récipient, volume lui-même égal à celui que l'objet a déplacé.

Ce volume déplacé a deux composantes. L'une correspond au volume d'eau dont le poids est égal à la poussée hydrostatique s'exerçant sur la partie immergée de l'objet : il s'agit de la colonne d'eau qui s'appuie sur la ligne de contact et s'étend jusqu'au niveau moyen de l'eau (*voir la figure page suivante, en haut*). L'autre composante est liée à l'effet de la tension superficielle. Si ce ménisque est convexe, c'est que l'objet enfonce la surface de l'eau. Dans ce cas, l'objet déplace plus d'eau que le volume défini ci-dessus. Le déplacement de ce volume supplémentaire engendre une force orientée vers le haut, qui s'ajoute à la poussée d'Archimède : c'est la résultante des forces de tension superficielle.

C'est elle qui explique que des objets plus denses que l'eau flottent parfois. Ainsi, en appuyant sur la surface, les frêles pattes du gerris, recouvertes de poils hydrophobes, déplacent une quantité d'eau dont le poids est égal à celui de l'insecte tout entier.

En revanche, quand le ménisque formé par l'objet flottant est concave, le volume d'eau déplacé par ce dernier est inférieur au volume de la partie immergée. La résultante des forces de tension de surface est alors orientée vers le bas.

Qu'en est-il dans le cas de deux objets flottants proches ? La déformation de la surface de l'eau due à ces objets crée entre eux une force latérale (*voir la figure page suivante, en haut*). Grossièrement, on peut distinguer deux effets. Le premier est, pour l'essentiel, gravitationnel : comme sur un trampoline, si l'on met en présence deux objets qui enfoncent la surface de l'eau (ménisques convexes),



LES CÉRÉALES QUI FLOTTENT à la surface d'un bol de lait tendent à se grouper. Cet « effet Cheerios » est le résultat des déformations de la surface du liquide créées par les objets flottants.