LE MANOIR DE FARM HALL fut la prison dorée, mais secrètement équipée de microphones, de dix des physiciens les plus importants de l'*Uranverein*. Les conversations entre physiciens, notamment le jour où ils apprirent l'explosion de Hiroshima, suggèrent qu'à la fin de la guerre, les meneurs de l'*Uranprojekt* ignoraient toujours comment obtenir une bombe nucléaire.

d'éviter de parler de la bombe : « S'il devait être possible de construire une bombe atomique, vous serez forcés au travail. Et si deux ans après le début du projet, aucune bombe n'est là, alors vous serez perdus. » Tous les chercheurs et les cadres responsables craignaient donc de lancer un grand projet. Si l'on avait considéré que la bombe pouvait être obtenue en un temps raisonnable, le projet en aurait été lancé. Sans doute est-ce pourquoi il était préférable pour les physiciens allemands de ne pas se pencher trop intensément sur la physique de la bombe…

Assez générale au sein de l'*Uranverein*, cette attitude caractérisait tout particulièrement Heisenberg. Il y avait des raisons pour cela ! En juillet 1937, le journal de la SS l'avait accusé d'être un « Juif blanc » – pour les nazis, quelqu'un censé se comporter comme un Juif sans l'être – parce qu'il pratiquait une physique « non allemande », à savoir la relativité et la physique quantique. Or la parution d'une attaque dans ce journal pouvait signifier un internement, puis la mort en camp de concentration… Heisenberg parvint à obtenir sa réhabilitation de Heinrich Himmler, le dirigeant de la SS, mais cela prit une année entière d'interrogatoires… Sans doute fut-il sauvé par les interventions de son collègue Ludwig Prandtl qui, en tant que directeur de l'institut Kaiser Wilhelm pour la recherche en dynamique des fluides jouait un rôle particulièrement important dans la montée en puissance de la *Luftwaffe*, l'armée de l'air allemande. Sans doute est-ce à cette époque qu'il devint clair pour Heisenberg que l'on ne pouvait taire au régime nazi que ce que l'on ignorait. Comme le suggère son efficacité scientifique à Farm Hall, ne jamais avoir recherché sérieusement le principe de fonctionnement correct de la bombe pendant la guerre n'était pas la marque d'une incompétence, mais plutôt celle d'une clairvoyance.

Cela répond finalement à une question que se poseront peut-être certains physiciens : même si le fait de s'occuper d'une bombe irréalisable en un temps raisonnable pouvait passer pour du temps perdu, la curiosité si intense des physiciens allemands aurait dû les pousser à essayer de trouver quels phénomènes se produisent dans une telle machine infernale. Leur peur des nazis fut manifestement plus forte que leur curiosité.

Ainsi, les historiens ont répandu sur l'histoire de l'*Uranverein* une épaisse couche d'erreurs, malgré les objections de nombre de physiciens américains et allemands. Ma conclusion est simple : les chercheurs du IIIe Reich ignoraient comment construire la bombe atomique ; dès lors, ils n'ont rien entrepris pour en construire une. Certes, le réacteur qu'ils ont essayé de faire fonctionner aurait pu être une première étape vers la bombe au plutonium. Toutefois, comme ils méconnaissaient la physique de la bombe, les recherches qu'ils menaient n'avaient en réalité qu'un objectif civil. Ce ne furent donc pas des limites économiques qui évitèrent que Hitler ne se retrouve doté d'une bombe atomique ; en tout cas, les physiciens allemands n'ont jamais été près d'en obtenir une. En réalité, ces derniers ont fait un grand détour pour éviter d'avoir à construire une bombe nucléaire. La véritable raison de l'échec de l'*Uranverein* est la terreur que lui inspiraient les nazis.

Ainsi, nous pouvons avoir une pensée consolatrice : c'est bien l'effrayante inhumanité du régime nazi qui l'a privé d'arme nucléaire. Sous un régime démocratique, les chercheurs allemands auraient sans doute travaillé avec zèle à la bombe et peut-être avec la même efficacité que ceux du Projet Manhattan. Troublé d'être le découvreur de la fission nucléaire, Otto Hahn a sans doute prononcé les mots pouvant clore le débat sur l'*Uranverein* : « Je remercie Dieu à genoux de nous avoir évité de développer la bombe à uranium. » ■

■ BIBLIOGRAPHIE

M. Popp, **Misinterpreted documents and ignored physical facts : The History of « Hitler's atomic bomb »**, *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte*, vol. 39, pp. 265-282, 2016.

B. C. Reed, **The Physics of the Manhattan Project**, Springer, 2015.

Rainer Karlsch, **Hitlers Bombe. Die geheime Geschichte der deutschen Kernwaffenversuche**, Dva, 2005.

Paul Rose, **Heisenberg and the Nazi Atomic Bomb Project, 1939-1945**, University of California Press, 2001.

Hans Bethe, **The German uranium project**, *Physics Today*, vol. 53(7), pp. 34-36, 2000.

Mark Walker, **Nazi Science : Myth, Truth, and the German Atomic Bomb**, Perseus, 1995.

Mark Walker, **German National Socialism and the Quest for Nuclear Power, 1939-1949**, Cambridge University Press, 1995.

Otto Hahn, **Mein Leben**, Bruckmann, 1968.

LOGIQUE & CALCUL

Vers du calcul sans coût énergétique

De nouvelles expériences sur de petits calculs confirment qu'un minimum d'énergie est nécessaire pour les effectuer. Mais la maîtrise du calcul réversible pourrait rendre caduc cet obstacle thermodynamique.

Jean-Paul DELAHAYE

L'information est-elle un concept physique comme l'énergie ou la masse, ou un concept purement mathématique qui n'a de sens que pour des êtres doués d'intelligence et qui n'intervient directement dans aucune loi proprement physique ?

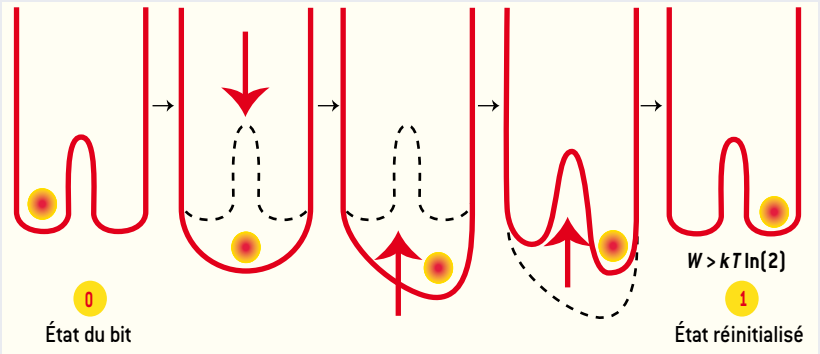
En thermodynamique, on se pose cette question depuis longtemps et plus particulièrement depuis que l'on a noté des similarités entre la notion d'entropie physique, née au XIX^{e} siècle avec Rudolf Clausius, et la notion d'entropie mathématique, dont la théorie de l'information de Claude Shannon a proposé une première version, complétée par Andreï Kolmogorov.

La question est directement liée à celle du coût minimal des opérations de calcul, qui détermine le devenir à long terme de tous nos dispositifs informatiques. Mais elle est aussi importante sur un plan philosophique, pour savoir si la physique doit devenir une théorie matérielle de l'information. Où en sommes-nous aujourd'hui sur ces questions ?

Nos microprocesseurs chauffent, ce qui est devenu un problème avec la miniaturisation des circuits. Plus précise que la « loi de Moore » qui prédit un doublement de la puissance de calcul des puces informatiques tous les 18 mois, la « loi de Koomey » indique que, grâce à la miniaturisation, le nombre d'opérations de calcul par joule dépensé double tous les 18 mois environ. L'étude des chiffres

Le principe de Landauer testé avec succès

Le principe de Landauer énonce que lorsqu'une opération logique irréversible est menée, par exemple effacer une information dans une mémoire d'ordinateur, alors une certaine énergie est inévitablement dépensée ; à l'issue de l'opération, elle se retrouve sous forme de chaleur dans l'environnement du dispositif. Ce principe est discuté depuis 1961. C'est seulement depuis 2012 que l'on a réussi à mener des expériences suffisamment précises pour le tester *(voir les quatre références de la bibliographie signalées par un astérisque)*.



La plupart des expériences consistent à créer une mémoire de un bit en piégeant une particule dans un double puits de potentiel *(trait rouge)*. Selon que la particule est dans le premier puits ou le second, un 0 ou un 1 est mémorisé. Si la particule est en 0, on peut de façon réversible (donc sans coût en énergie) la déplacer en 1. De même, si elle est en 1, la laisser en 1 n'a aucun coût. En revanche, si l'on veut que, quelle que soit sa position initiale (pas forcément connue), elle se retrouve en 1 (réinitialisation), alors le processus *(ci-contre)* exige un minimum d'énergie. Quatre expériences concluant en faveur du principe de Landauer ont été menées depuis 2012 : à chaque fois, en s'y prenant au mieux, la réinitialisation exige un minimum d'énergie qui correspond à celui donné par le principe de Landauer ($kT\ln(2)$, T étant la température absolue et k la constante de Boltzmann).

montre avec une étonnante précision que depuis 1950, le doublement énoncé par l'Américain Jonathan Koomey s'est produit tous les 1,57 ans. Pour maintenir la vitesse de croissance de la puissance de calcul, il faudra évacuer de mieux en mieux une quantité de chaleur émise par des surfaces de plus en plus petites. Résoudre le problème force à envisager la fabrication de puces en 3D qui limitent les distances à parcourir par les courants électriques et donc l'échauffement provoqué par effet Joule. Une autre solution, nous le verrons, est de concevoir des puces réversibles.

Effacer un bit coûte un minimum d'énergie

Savoir s'il existe un minimum à l'énergie nécessaire pour effectuer des calculs est d'un intérêt pratique indubitable. Selon une hypothèse formulée en 1961 par le physicien américain Rolf Landauer (1927-1999), toute opération irréversible de calcul entraîne une dissipation de chaleur dans l'environnement. Calculer oblige à dépenser de l'énergie et produit un échauffement minimal. Ce n'est guère étonnant et cela est conforme à la pratique. De la limite théorique de Landauer, on déduit que si nous continuons à fabriquer des puces irréversibles, la loi de Koomey cessera définitivement d'être vraie et nous serons bloqués. La validité du principe de Landauer est donc cruciale.

Une étude expérimentale de la dépense d'énergie minimale lors d'une opération de réinitialisation d'un seul bit d'information utilisant des mémoires nanométriques magnétiques a été menée en 2016 par Jeongmin Hong, de l'université de Californie à Berkeley, Brian Lambson, de la société Haynes & Boone à Palo Alto, et Jeffrey Bokor, du laboratoire américain Lawrence Berkeley. Cette technologie de stockage d'information étant aujourd'hui proche de celles couramment utilisées en informatique, les résultats obtenus concernent directement nos ordinateurs. Les chercheurs ont observé que la quantité d'énergie dissipée dans ce processus est conforme à la limite prévue par Landauer.

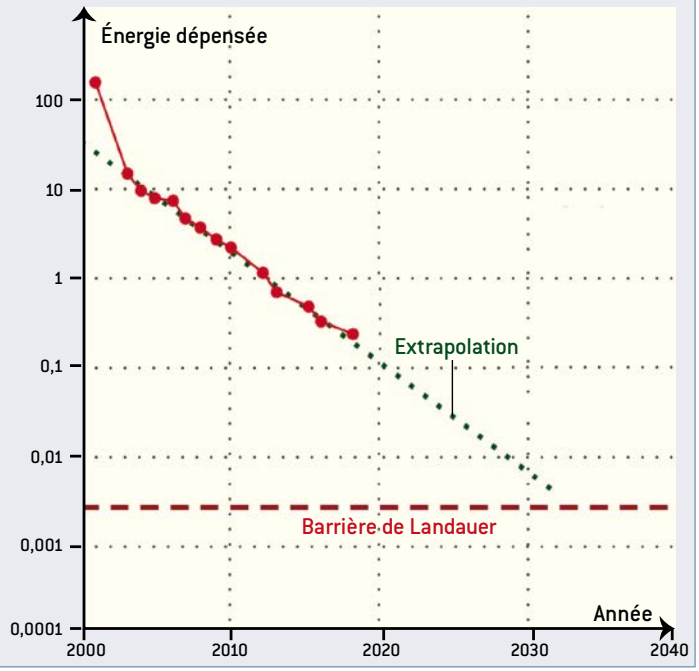
Partant d'une mémoire magnétique de un bit d'information dans un état 0 ou 1, une séquence d'applications de champs magnétiques remet la mémoire dans l'état 1. Pour ces opérations, on utilise l'effet magnéto-optique Kerr, qui est un moyen de mémoriser des bits d'information en faisant interagir une intense onde électromagnétique, par exemple lumineuse, avec un matériau ferromagnétique. Après application de l'onde intense, la polarisation d'une onde envoyée sur le matériau et réfléchie est changée, ce qui inscrit une information binaire dans le matériau. Pour mesurer la quantité de chaleur diffusée, les chercheurs n'ont pas utilisé un seul point de stockage, mais un réseau de points identiques. Chaque point avait un diamètre de 0,1 micromètre, et était séparé de ses voisins de 0,4 micromètre. L'expérience, réalisée à diverses températures, a dégagé une quantité de chaleur un peu supérieure, mais proche de celle prévue par le principe de Landauer.

Aujourd'hui, les circuits microélectroniques les plus économes dépensent environ mille fois plus d'énergie que le minimum infranchissable indiqué par le principe de Landauer. Si les progrès continuent de suivre la loi de Koomey, nous y serons donc dans moins de 20 ans *(voir la figure ci-dessous)*.

On s'approche de la barrière de Landauer

Le graphique ci-contre montre l'évolution récente de la consommation électrique pour une opération de calcul irréversible dans les circuits CMOS *(Complementary Metal Oxide Semiconductor)*. L'unité 1 sur l'axe des ordonnées représente la consommation en 2012.

On voit sur le graphique que la courbe décroît linéairement (cela correspond à la loi de Koomey, qui stipule que le nombre d'opérations de calcul par joule dépensé double tous les 18 mois environ). Si cette progression régulière se poursuit, la courbe coupera la ligne horizontale pointillée – la barrière de Rolf Landauer – dans environ 20 ans. Puisque cette limite semble aujourd'hui infranchissable, la progression changera probablement d'allure : la courbe de consommation va se redresser et rester légèrement au-dessus de la ligne pointillée. Les données du graphique proviennent de R. Drechsler et R. Wille, « Reversible circuits : Recent accomplishments and future challenges for an emerging technology », dans H. Rahaman *et al.* (sous la dir.), *Progress in VLSI Design and Test*, Springer, pp. 383-392, 2012.

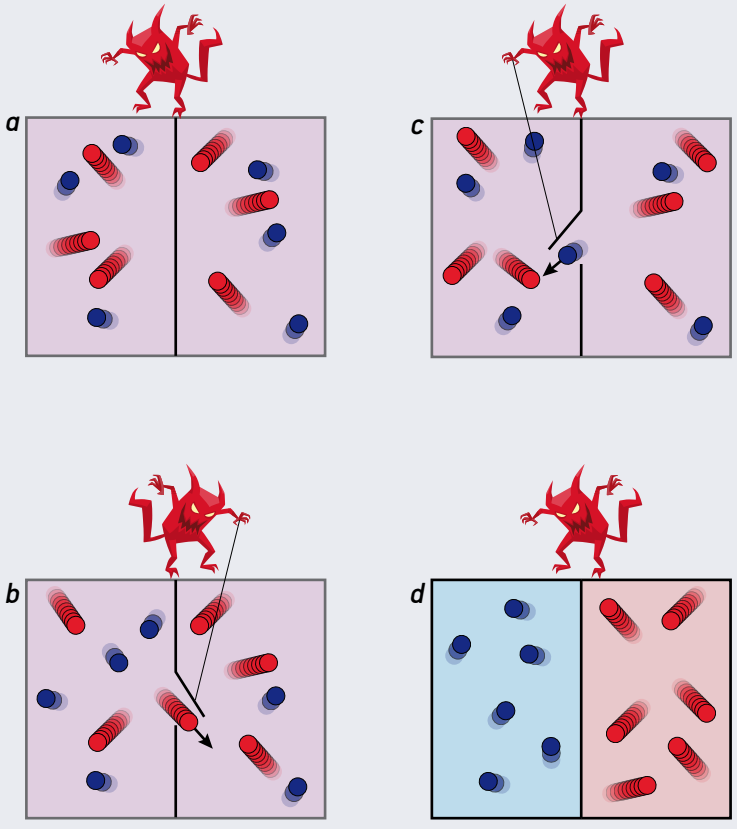


Le démon de Maxwell

Le principe de Landauer formulé en 1961 affirme qu'il existe un lien étroit entre la théorie de l'information et la thermodynamique. Il indique que l'effacement d'information ou toute opération élémentaire logique irréversible entraîne inévitablement une dissipation de chaleur au moins égale à $kT\ln(2)$ (k étant la constante de Boltzmann, T la température absolue).

Charles Bennett a utilisé ce principe pour résoudre le paradoxe du « démon de Maxwell ». Dans cette expérience de pensée, le démon observe les mouvements des molécules *(a)* et manipule une porte sans masse fonctionnant sans frottement entre deux compartiments d'un même réservoir, initialement à température uniforme. En ouvrant au bon moment la porte *(b, c)*, il fait passer une à une les molécules les plus rapides du gaz (les molécules « chaudes », *en rouge*) d'un même côté, et les plus lentes (les molécules « froides », *en bleu*) de l'autre. Un compartiment devient alors plus chaud *(d)* que l'autre, puisqu'ils contient les molécules les plus agitées. Cela semble contredire le second principe de la thermodynamique, puisqu'alors la différence de température entre les deux compartiments permettrait d'effectuer un travail.

La solution de Charles Bennett à ce paradoxe est qu'en décrivant le système, il faut prendre en compte la mémoire du démon. Celle-ci a dû être réinitialisée à chaque passage de molécule pour se retrouver dans son état initial, réinitialisation qui a un coût énergétique. Les expériences récentes valident cette solution du paradoxe.



© Pour la Science

Revenons sur le principe de Landauer longtemps controversé. Landauer a stipulé que l'irréversibilité logique est associée à l'irréversibilité physique et a émis l'hypothèse que l'effacement de l'information est un processus nécessairement dissipatif : oublier a un coût, et ce coût est impossible à éliminer. L'irréversibilité logique est l'impossibilité de revenir en arrière lors d'un calcul numérique ou logique. Par exemple, si l'on calcule le ET entre deux variables logiques A et B pouvant prendre les valeurs v (pour *vrai*) et f (pour *faux*), on a v ET $v = v$, v ET $f = f$, f ET $v = f$, f ET $f = f$. Il résulte que si l'on sait que le résultat de (A ET B) est f, on ne pourra pas retrouver A et B, qui pourraient être $\{A = v$ et $B = f\}$, $\{A = f$ et $B = v\}$ ou $\{A = f$ et $B = f\}$. Le calcul du ET est logiquement irréversible. Le OU est aussi logiquement irréversible, alors que le NON est réversible : la connaissance de NON A donne A, car NON (NON A) $= A$.

Une barrière liée à l'irréversibilité

Landauer a affirmé que, lors d'une opération irréversible sur un bit d'information menée au sein d'un dispositif de mémoire plongé dans un environnement à une température absolue donnée T, au moins $kT\ln(2)$ joules de chaleur sont dissipés de la mémoire vers l'environnement (soit 3×10^{-21} joule à 300 kelvins ou 27 °C, la température ambiante). Dans cette formule, k est la constante de Boltzmann et $\ln(2)$ est le logarithme népérien de 2.

Aujourd'hui, dans la pratique, la barrière de Landauer n'est pas la principale raison de l'échauffement de nos puces et bien d'autres économies sont à mettre en œuvre avant de s'en préoccuper. Mais la science doit prévoir…

Notons que les expériences où l'on rencontre physiquement cette barrière de dissipation ne constituent pas des preuves définitives du principe de Landauer, car ne pas réussir à franchir une barrière ne prouve pas qu'elle soit infranchissable. De même qu'on ne démontrera pas qu'un objet matériel ne peut pas aller plus vite que la lumière en constatant qu'on n'y parvient pas, il sera impossible de prouver expérimentalement et définitivement le principe de Landauer.

Cependant, quand on a réduit toutes les causes identifiées d'échauffement et que l'échauffement mesuré reste supérieur et proche de celui prédit par le principe de Landauer, on ne peut que lui accorder plus de crédit.

L'expérience de 2016 confirme d'autres menées depuis quatre ans et qui toutes appuient le principe limitatif de Landauer.

Une microbille de verre et des lasers...

Le principe de Landauer a été testé pour la première fois en 2012 par Eric Lutz, de l'université d'Augsburg, en Allemagne, avec des collègues de l'École normale supérieure de Lyon (Antoine Bérut, Artak Arakelyan, Artyom Petrosyan, Sergio Ciliberto) et de l'université de Kaiserslautern (Raoul Dillenschneider). Leur dispositif, plus éloigné des dispositifs de calculs réels utilisés dans les microprocesseurs de l'expérience de 2016, consistait en une minuscule bille de verre plongée dans un liquide et qu'un faisceau laser piégeait dans un double puits de potentiel. Ce premier test avait été suivi par un autre en 2014 utilisant des particules plus petites. Une autre confirmation dans un cadre quantique a aussi été proposée en 2016 *(voir la bibliographie)*.

Les résultats de ces quatre expériences montrent qu'il est possible d'approcher par des dispositifs adaptés la limite de Landauer, et qu'on pourra donc aussi le faire dans les futurs systèmes de calcul : aucune autre source de dissipation, comparable ou supérieure en taille et qui n'aurait pas été identifiée par les théoriciens, ne vient semble-t-il s'ajouter au coût minimal prévu par le principe de Landauer. Nous savons que nous buterons sur un obstacle presque certain.

Cependant, lorsque nous serons plus proches de la limite de Landauer, nous disposerons d'un autre moyen de calculer plus rapidement sans faire trop chauffer nos puces : le calcul réversible. En effet, si l'on accepte le principe de Landauer, seuls les calculs irréversibles sont intrinsèquement coûteux ; il faut donc s'arranger pour faire des circuits réversibles. Est-ce possible ?

L'idée des calculs logiques réversibles est due au logicien et anthropologue français

Portes réversibles

La porte logique ET n'est pas réversible, car, si l'on connaît le bit du résultat de (*A* ET *B*), on ne peut pas reconstituer *A* et *B* *(en orange)*. Il en va de même de la porte logique OU *(en vert)*.

Mais en ajoutant deux bits de sortie à la table du ET, on obtient un ET réversible *(en bleu)*. La porte de Fredkin *(en violet)* est cependant plus pratique pour réaliser des circuits réversibles. Elle comporte trois bits en entrée. Le bit supplémentaire est un bit de « contrôle » : s'il vaut 0, les bits *A* et *B* restent identiques en sortie ; s'il vaut 1, les valeurs de *A* et *B* sont, en sortie, échangées.

On sait aujourd'hui concevoir des puces réversibles, ainsi que des langages de programmation ne produisant que des programmes réversibles. L'un des plus anciens est le langage Janus qui doit son nom au dieu romain à deux visages, un pour chaque sens.

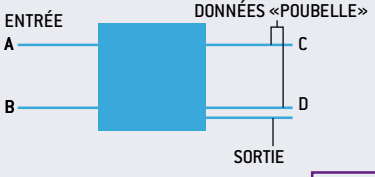
Porte ET

A	B	SORTIE
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Porte OU

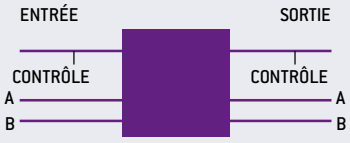
A	B	SORTIE
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Porte ET réversible



			POUBELLE	
A	B	SORTIE	C	D
1	1	1	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	0	1
0	0	0	0	0

Porte de Fredkin

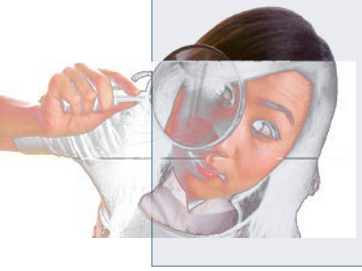


ENTRÉE			SORTIE		
CONTRÔLE	A	B	CONTRÔLE	A	B
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0

Entropie et observation

L'entropie en thermodynamique est une grandeur associée à un macroétat, c'est-à-dire à un ensemble de configurations microscopiques (microétats) possibles pour un observateur qui ne connaît pas le détail des positions des molécules et leurs vitesses. L'entropie dépend par exemple de la température et du volume occupé par un gaz, informations insuffisantes pour déterminer la position et la vitesse de chaque molécule. L'entropie est une fonction croissante du nombre de microétats compatibles avec le macroétat.

En effectuant des mesures sur un système, un observateur diminue l'entropie, car ces mesures restreignent le nombre de microétats compatibles ; or cela semble contredire le second principe de la thermodynamique. Pour éviter cette contradiction, Wojciech Zurek, du laboratoire américain de Los Alamos, considère que lors d'une opération de mesure, il faut mener l'analyse de l'évolution de l'entropie en prenant en compte l'ensemble (système observé + observateur).



L'entropie du système observé est l'entropie classique en thermodynamique, et celle de l'observateur est l'entropie algorithmique de sa mémoire, définie par la taille du plus petit programme qui engendre les données de cette mémoire.

Lors d'une opération de mesure, l'entropie du système observé diminue, tandis que l'entropie algorithmique de la mémoire de l'observateur augmente. Les deux se compensent et le tout n'est donc pas sujet à une diminution d'entropie, conformément à ce qu'affirme le second principe, selon lequel l'entropie ne peut pas diminuer. Bien sûr, si ensuite l'observateur efface sa mémoire pour la rétablir dans son état initial d'avant l'observation, cela engendre d'après le principe de Landauer une augmentation de l'entropie de l'ensemble système-observateur-environnement. L'idée de Landauer et celle de Zurek produisent donc une conception cohérente de l'évolution de l'entropie lors d'une mesure conforme au second principe de la thermodynamique.

Yves Lecerf, disparu en 1995. En effet, ce dernier proposa en 1963 un modèle de machine de Turing (c'est-à-dire abstrait) réversible. Comme tout calcul peut être effectué avec une machine de Turing, lorsqu'on fait un calcul, quel qu'il soit, il existe une façon de le mener de manière logiquement réversible avec cette machine. Lorsque la machine réversible exécute son calcul en passant d'un état initial A à un état B, elle le fait de telle façon que, partant de B, on peut la faire fonctionner en arrière et revenir à A : rien n'a été oublié lors du calcul aller qui peut donc être « défait ».

Le résultat de Lecerf est fondamental et signifie qu'en s'y prenant bien et en gardant suffisamment d'informations sur le calcul pendant qu'il se déroule (grâce à des variables supplémentaires introduites à cette fin), on pourra reprendre le chemin inverse. Lecerf ignorait les travaux de Landauer et n'a pas poursuivi ses recherches sur le sujet. Son travail fondamental n'a été redécouvert que plus tard.

En 1973, Charles Bennett, chercheur chez IBM, montra que l'on pouvait concevoir des machines à calculer générales, à la fois logiquement réversibles (comme celles de Lecerf) et thermodynamiquement réversibles. Par conséquent, à chaque fois que l'on programme un calcul, il est possible en théorie de le réaliser physiquement de manière réversible. Si l'on accepte la validité du principe de Landauer, on pourra donc réaliser tout calcul à un coût énergétique aussi faible que souhaité.

En 1982, Edward Fredkin et Tommaso Toffoli, au MIT aux États-Unis, introduisirent un modèle de calculateurs n'utilisant que des boules de billard. Ce modèle théorique est physiquement réversible, mais il est inutilisable en pratique, puisqu'il faudrait pour le faire fonctionner réussir à placer et lancer un grand nombre de boules de billard de façon extrêmement précise, et d'autant plus précise que le calcul est long. Un autre modèle théorique d'ordinateur réversible, utilisant le mouvement brownien, fut proposé dans la foulée par Charles Bennett, mais là encore sans qu'il soit envisageable d'en fabriquer des versions utilisables... du moins pour l'instant *(voir http://www.nld.ds.mpg.de/~bioentropy/material/Bennett_1982.pdf)*.

Depuis, l'étude du calcul réversible a largement progressé et est devenue un sujet de recherche fondamentale. Un congrès annuel lui est consacré depuis une dizaine d'années, et plus personne ne doute qu'il faudra un jour passer par le calcul réversible pour que les performances des ordinateurs continuent à s'améliorer. Cette importance à venir du calcul réversible est d'autant plus probable que la mécanique quantique propose naturellement des modèles de calcul réversible. Si les ordinateurs quantiques doivent un jour remplacer nos ordinateurs classiques, alors le calcul réversible sera au centre des méthodes pour les concevoir et les programmer.

Informatique réversible : des recherches en cours

Mentionnons quelques thèmes de travaux.

a) Bien sûr, on perfectionne les modèles théoriques de machines réversibles dont on cherche à comprendre la complexité des opérations, que l'on compare aux opérations non réversibles. Mener des calculs réversibles oblige à gérer plus d'informations, et pour cela on peut s'y prendre plus ou moins bien. Charles Bennett avait démontré dès 1989 qu'une machine de Turing non réversible utilisant T étapes de calcul et S unités de mémoire peut être simulée par une machine de Turing réversible utilisant $T^{1+\epsilon}$ étapes de calcul et $S \log(T)$ mémoires, où ϵ est un nombre réel strictement