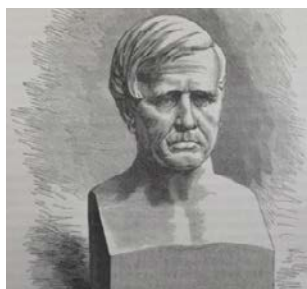


Les cérusiers s'attachent à semer le doute sur la toxicité supposée du blanc de plomb

sont aussi solidement organisés pour peser auprès de certains acteurs décisifs comme les Chambres de commerce et d'industrie. Conjurant tous ces moyens de pression, ils multiplient les actions pour maintenir la prééminence de leur produit sur un marché qui s'internationalise et se libéralise.

Charles Expert-Bezançon, grand cérusier parisien, se charge de promouvoir l'industrie de la céruse jusqu'au sommet de l'État. Courant les expositions universelles et multipliant médailles et prix industriels fièrement arborés sur les papiers à en-tête, les cérusiers s'attachent, dans de nombreuses publications et interventions publiques, à semer le doute sur la toxicité supposée du blanc de plomb. Ils insistent sur les précautions «souhaitables» d'usage et incriminent le comportement négligent des ouvriers, qui, souvent, ne les appliqueraient pas. Brandissant les efforts incontestables d'amélioration technique de l'industrie de la céruse depuis le milieu du XIX^e siècle, qui témoigneraient de leur volonté d'améliorer l'environnement au travail, les producteurs s'emploient ainsi à jeter le doute sur la dangerosité de leur industrie (voir l'encadré page ci-contre).

Le débat technique sur la valeur intrinsèque des produits est lui aussi fondamental dans l'immobilisme vis-à-vis de l'utilisation de la céruse. Devant la volonté de l'État d'interdire ou, du moins, de réguler son usage, les industriels proclament leur credo anti-interventionniste avec des arguments tel celui-ci, cités par le député Jules-Louis Breton en 1903 dans le rapport d'une enquête qu'il avait menée pour préparer la future loi sur la céruse: «Lorsque les chemins de fer ont été inaugurés, ils ont entraîné la suppression des diligences; celles-ci sont mortes de leur belle mort. Si le blanc de zinc a une supériorité réelle sur le blanc de céruse, il nous fera mourir commercialement, mais que l'État n'intervienne pas.» En d'autres termes, les industriels défendent une position économique libérale, selon laquelle les lois du marché doivent s'autoréguler au nom des lois de la concurrence,



JEAN-EDME LECLAIRE (1801-1872)

Ouvrier peintre en bâtiment, puis entrepreneur, Jean-Edme Leclaire, soucieux de la santé des ouvriers, mit au point un procédé pour produire du blanc de zinc, non toxique, à l'échelle industrielle.

qui détermineront seules lequel des deux pigments doit dominer le marché de la peinture.

Un autre aspect est l'immobilisme des marchands de couleurs et des peintres en bâtiment eux-mêmes à l'égard du poison. La peinture au blanc de zinc, plus difficile à manier que celle au blanc de plomb, contraint en effet l'ouvrier à une plus grande attention pour homogénéiser sa peinture. Il faut un certain entraînement, un «tour de main», qui explique en partie l'hostilité de nombreux peintres, attachés à une certaine routine du métier, à ce changement.

Enfin, l'absence de structuration du mouvement ouvrier naissant contribue à l'occultation globale du problème sanitaire lié aux poisons industriels. Aucune organisation syndicale ne structure les ouvriers de la céruse. Il faut attendre les premières années du XX^e siècle et l'émergence d'une organisation professionnelle de métier au sein des peintres en bâtiment pour voir ériger en cause l'empoisonnement au plomb dans les discours syndicaux, et encore sur un mode minoritaire.

Après l'interdiction partielle de 1909 et la ratification par la France de la convention internationale adoptée par l'OIT en 1926, on aurait pu penser que la céruse disparaîtrait. Il n'en fut rien, si l'on en croit les réglementations de 1930, 1934 et 1948, qui proscrirent à nouveau l'usage du produit dans la peinture en bâtiment, réitérant les précédentes. C'est seulement en 1993 qu'un arrêté a interdit la vente de la peinture à la céruse, afin de mettre la France en conformité avec la réglementation européenne récente.

CÉRUSE, AMIANTE: VARIATIONS SUR UN MÊME THÈME

L'histoire de la longue controverse entre blanc de plomb et blanc de zinc dans l'usage de la peinture en bâtiment illustre la puissante imbrication des déterminants économiques, sociaux, techniques et politiques de la question du risque industriel aux XIX^e et XX^e siècles. Objet de recherche scientifique, de débats techniques, de rivalités économiques et de joutes politiques, la céruse apparaît ainsi comme un laboratoire privilégié pour observer la révélation et le confinement des discours sur le risque industriel et, partant, le processus historique de fabrication d'un poison industriel.

Tirer le fil d'Ariane de la céruse à travers le labyrinthe de l'histoire constitue à bien des égards un moyen de réfléchir aux rapports complexes et souvent ambigus que nos sociétés contemporaines entretiennent avec les poisons qui les habitent. Amiante, industrie nucléaire, nanoparticules, pesticides dans l'agriculture, particules fines dans l'atmosphère des grandes villes et pollutions diverses sont les terrains contemporains de la longue histoire de l'accommodement des hommes aux poisons qu'ils produisent. ■

BIBLIOGRAPHIE

J. Rainhorn, **Poussières de plomb et pollution de l'air au travail : la céruse en question sur le temps long (France, XIX^e-XX^e siècles)**, *Pollution atmosphérique*, n° 222, 2014.

R. Proctor et L. Schiebinger, **Agnotology. The Making and Unmaking of Ignorance**, Stanford University Press, 2008.

C.-F. Robert, **Biographie d'un homme utile. Leclaire, peintre en bâtiments**, Sandoz et Fischbacher, 1879.

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul
 P.86 Art & science
 P.88 Idées de physique
 P.92 Chroniques de l'évolution
 P.96 Science & gastronomie
 P.98 À picorer

LES PARTAGES ÉQUITABLES D'UNE TARTE

Il est facile de découper un disque en parts égales et identiques en partant de son centre. Mais deux géomètres britanniques ont récemment montré qu'il existe pléthore de découpages équitables plus élaborés... et moins symétriques.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
 professeur émérite
 à l'université de Lille
 et chercheur au Centre
 de recherche en
 informatique, signal
 et automatique de Lille
 (Cristal)

Les plus beaux problèmes mathématiques ont un énoncé facile à comprendre et une solution difficile. C'est le cas du grand théorème de Fermat, sujet de la rubrique du mois dernier: pour ce théorème comme pour d'autres, la solution (la démonstration) est si ardue et complexe que seuls quelques spécialistes la comprennent: il faut faire confiance aux experts quand ils affirment que le théorème est démontré.

Lorsque, de surcroît, tout le monde comprend la solution, on a alors affaire à une merveille mathématique absolue. C'est le cas des constructions géométriques que nous allons présenter et dont on n'arrive pas à saisir pourquoi personne avant le ^{xxi}e siècle n'en a découvert l'existence.

DES PARTS ÉGALES

Quand on découpe une tarte ou une pizza, il est évident que si, en allant du centre vers le bord, on dessine des courbes toujours identiques faisant un angle constant entre elles de $2\pi/n$ (ou $360^\circ/n$), il s'ensuit que les n parts découpées sont égales au sens géométrique le plus fort: elles sont superposables et ont donc la même aire. Il existe une infinité de tels découpages.

Nous les nommerons «découpages radiaux en parts superposables», ou simplement «découpages radiaux». Le parcours de la frontière d'une part radiale se fait en trois étapes: une courbe continue C joignant le centre du disque à son bord, un arc de cercle correspondant à $1/n$ du périmètre du disque, et C' la courbe C parcourue en sens inverse du bord

vers le centre. Les courbes C et C' se rejoignent au centre (voir l'encadré ci-contre).

Une question vient à l'esprit:

Q1. Existe-t-il d'autres méthodes de découpage d'un disque en parts superposables?

Tous les découpages radiaux ont les deux propriétés suivantes: 1) le centre du disque est un sommet de chaque part, et donc se trouve sur la frontière de chaque part; 2) le découpage en n parts présente une symétrie de rotation: une rotation d'angle $2\pi/n$ laisse le découpage inchangé. Il en résulte qu'une série d'autres questions se posent au cas où l'on répondrait oui à la première.

Q2. Existe-t-il des découpages du disque en parts superposables tels que le centre du disque ne soit pas un sommet de certaines parts?

Q3. Existe-t-il des découpages du disque en parts superposables tels que le centre du disque ne soit le sommet d'aucune part?

Q4. Existe-t-il des découpages du disque en parts superposables tels que le centre du disque soit à l'extérieur de certaines parts?

Q5. Existe-t-il des découpages du disque en parts superposables tels que le centre du disque soit à l'intérieur d'une part (et donc ne soit sur la frontière d'aucune part)?

Q6. Existe-t-il des découpages du disque en parts superposables ne présentant aucune symétrie de rotation?

Q7. Peut-on proposer une classification complète de tous les découpages du disque en parts superposables et démontrer qu'elle n'en omet aucun?

Il est probable que ceux dont l'esprit a été effleuré par de telles questions aient considéré comme évident que les réponses étaient

Le dernier ouvrage de J.-P. Delahaye: **Mathématiques et mystères**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2016).



LES DÉCOUPAGES RADIAUX D'UN DISQUE

1

A. DÉCOUPAGES SIMPLES

En traçant une courbe fermée constituée d'un arc de cercle et deux lignes identiques, en la plaçant convenablement entre le centre d'un disque et le bord (1), puis en la dupliquant n fois en tournant à chaque fois de $2\pi/n$, on obtient des découpages du disque en parts superposables (2). On montre ici deux exemples d'un tel découpage

radial, l'un avec un secteur (3), l'autre avec une spirale (4).

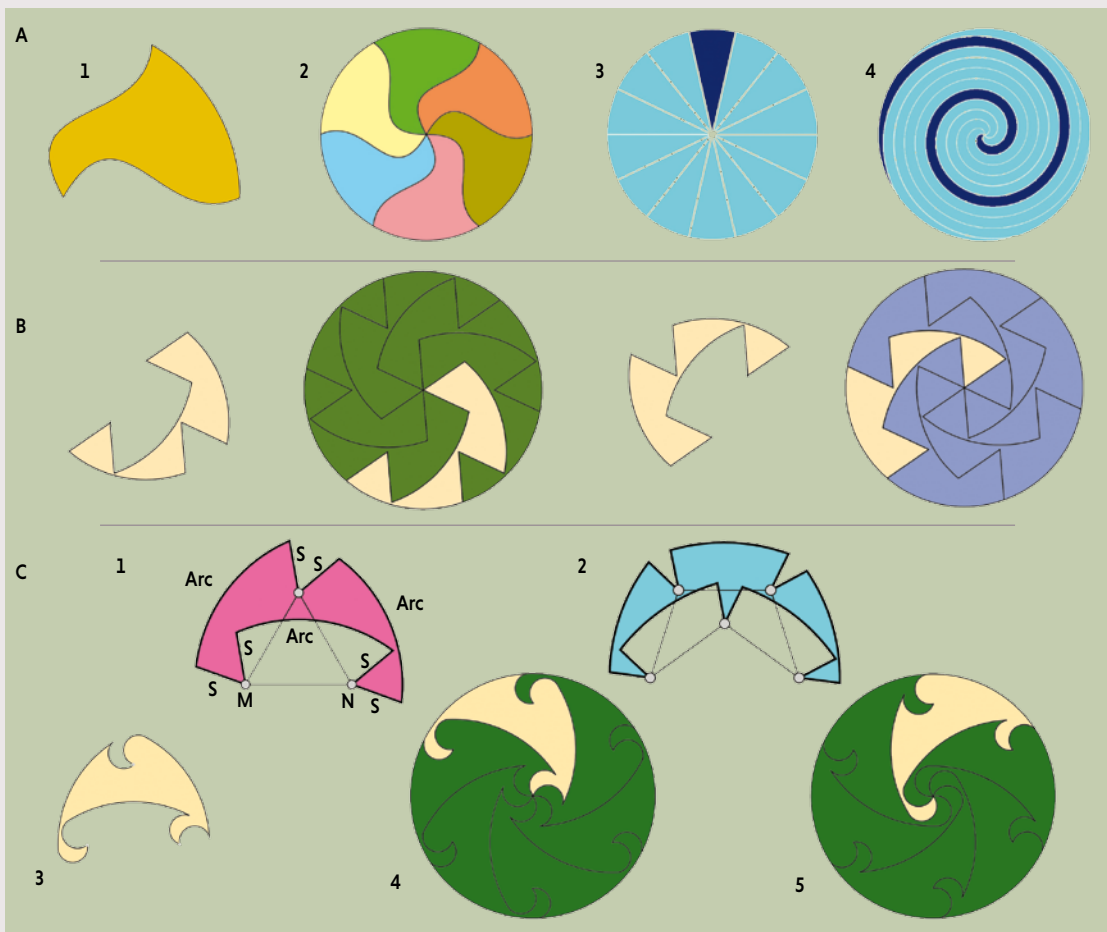
B. PARTS RADIALES À DOUBLE POSITION

Certaines formes radiales découpant un disque en parts superposables peuvent paver le disque de 2 façons (cas de la forme en jaune clair). On a démontré qu'il n'existe pas

de forme radiale qui pave le disque de 3 façons différentes ou plus.

C. CONTRAINTES SUR LES PARTS À DOUBLE POSITION

Les parts radiales à double position doivent avoir des formes très particulières (ici, la forme 3 est obtenue de la forme 1 en remplaçant le segment S par un arc de cercle ; voir le texte principal).



négatives et qu'il n'y avait qu'une seule catégorie de découpages du disque en parts superposables, celle des découpages radiaux. Nous verrons que c'est faux.

Nous avons affaire là à un piège bien connu en mathématiques: considérer comme évident quelque chose qui ne l'est pas, et du coup ne pas réfléchir et passer à côté de résultats intéressants par absence d'interrogation.

Un exemple ancien de telles «évidences» trompeuses concerne le calcul des chiffres du nombre π : toutes les méthodes qu'on utilisait jusqu'en 1995 avaient la propriété que, pour calculer les chiffres de π jusqu'à la position n ,

il fallait d'abord, ou en même temps, calculer les chiffres précédents. Simon Plouffe a découvert et prouvé que cette «évidence», jamais clairement énoncée et bien sûr jamais démontrée, est fausse. Il a proposé une méthode de calcul des chiffres de π en écriture binaire qui permet de connaître le n -ième chiffre binaire sans passer par le calcul de ceux qui précèdent. Cette méthode permet d'ailleurs aujourd'hui de connaître les chiffres binaires de π autour de la position 10^{15} alors que lorsqu'on veut tout calculer, on n'a pour l'instant pas été aussi loin.

Avant de poursuivre notre examen des >

> découpages du disque, précisons que nous ne voulons considérer que ceux assez réguliers et simples. On exige plusieurs conditions sur les parts superposables recherchées (vous pouvez passer leur formulation si vous trouvez que ces précisions topologiques sont trop alambiquées):

(a) chaque part doit être d'un seul tenant (plus précisément, «connexe par arc»): on doit pouvoir rejoindre deux points d'une même part par un chemin continu entièrement inclus dans la part;

(b) chaque part doit contenir sa propre frontière: la limite d'une suite convergente de points d'une part P doit toujours appartenir à P;

(c) chaque point de la frontière d'une part doit être infiniment proche de points de l'intérieur. Autrement dit, en prenant la frontière des points intérieurs à une part P, on doit obtenir P. Cette condition évite les parts qui auraient des fils infiniment fins comme le dessin d'une cerise avec sa queue;

(d) la frontière d'une part doit être une courbe continue qui revient à son point de départ sans se croiser.

PARTS À DOUBLE POSITION RADIALE

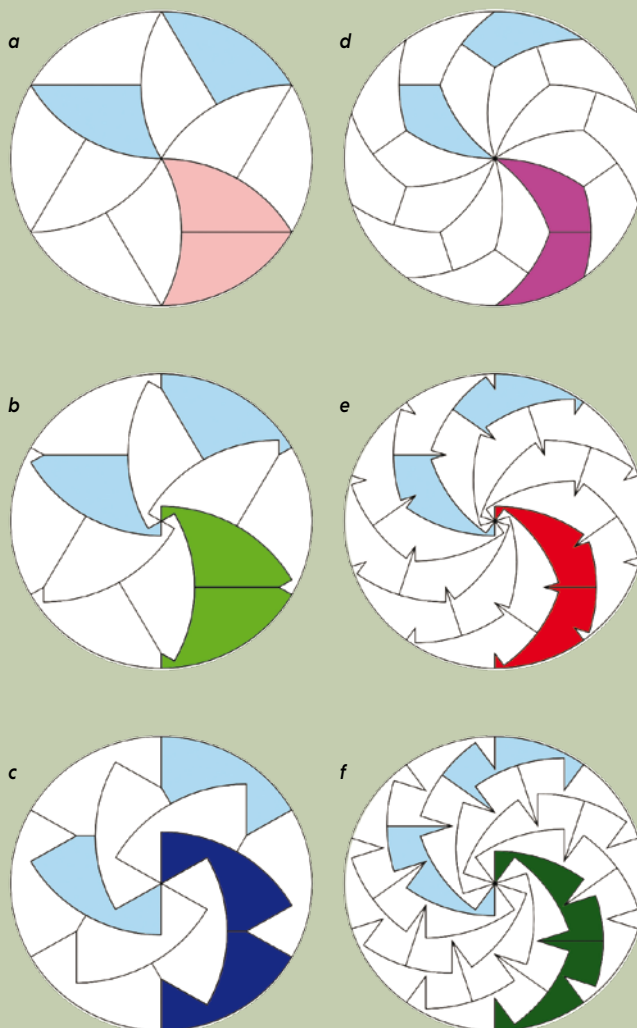
Joel Haddley et Stephen Worsley, de l'université de Liverpool, ont pris au sérieux les questions mentionnées plus haut concernant les découpages en parts superposables du disque. Leur article, qui a connu plusieurs versions à mesure des progrès de leurs travaux, annonce une première surprise, qui est la clé de leurs découpages non radiaux du disque: il existe des découpages radiaux particuliers dont les parts reconstituent le disque de 2 façons (voir l'encadré 1, B).

Comme ces parts ont 2 positions radiales possibles, nous les dénommerons «parts à double position radiale». Leur construction mérite d'être étudiée soigneusement. Cela permettra à la fois de comprendre que la construction est exacte, qu'il n'y a pas d'entourloupe, et de concevoir une famille infinie de tels découpages. Ceux-ci amèneront des réponses à certaines questions énoncées plus haut.

2

DÉCOUPAGES NON RADIAUX EN PARTS SUPERPOSABLES

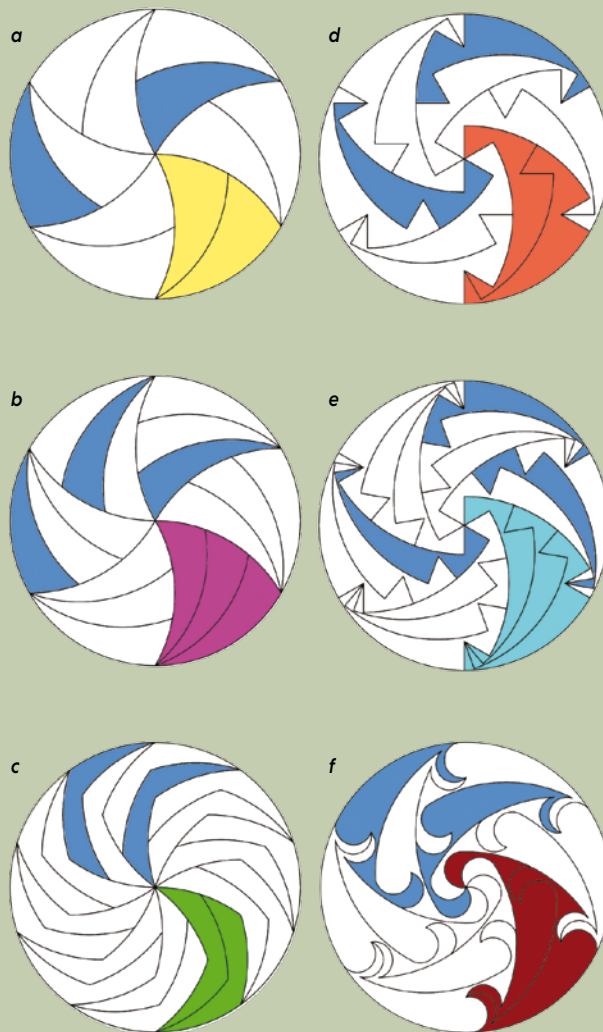
Lorsqu'on dispose d'un découpage radial du disque en parts superposables à double position radiale, où la forme de la part a un axe de symétrie, on peut obtenir un découpage non radial en parts superposables en coupant chaque part selon cet axe de symétrie. Ainsi, dans le découpage a, on est parti du découpage radial en 6 parts où chacune est délimitée par 3 arcs de cercle. Cette part (en rose) a un axe de symétrie. En coupant les 6 parts selon leur axe de symétrie, on obtient un découpage non radial du disque en 12 parts superposables (2 d'entre elles sont indiquées en bleu). Le même principe est appliqué ici aux autres découpages radiaux.



3

DÉCOUPAGE EN TRANCHES, AVEC OU SANS AXE DE SYMÉTRIE

Dans les découpages non radiaux représentés dans l'encadré 2, les parts sont superposables, mais la moitié d'entre elles doivent être retournées (symétrie miroir). Avec le découpage en tranches, on évite de tels retournements. Ainsi, partant du découpage radial en 6 parts sous-jacent à la figure a de l'encadré 2, on obtient un découpage (a) en 12 parts (deux sont indiquées en bleu) en faisant deux tranches identiques dans chacune des parts initiales (dont l'une est indiquée en jaune). Le même principe a été appliqué pour les autres découpages montrés ici. Dans les découpages a à e, la forme découpée possède un axe de symétrie. Ce n'est pas le cas de la forme utilisée dans le découpage f.



Dans l'encadré 1, la figure C1 représente une telle part, en faisant apparaître ses éléments de symétrie et les contraintes de construction. Selon que l'on place les points M ou N au centre du disque, on obtient le double positionnement de la part dans le disque. Le pourtour de la part doit se diviser en 3 parties superposables, car ces parties se trouvent collées dans les deux versions du disque rempli. En conséquence, les 3 sommets (*petits ronds sur le dessin*), sont aux sommets d'un triangle équilatéral. Chaque tiers du périmètre de la part est dans le dessin composé d'un segment rectiligne S, d'un arc de cercle Arc et d'un segment rectiligne S identique au premier.

Puisque la part est utilisée 6 fois dans notre exemple pour recouvrir le disque, l'arc de cercle correspond exactement à $1/6$ de la circonférence du cercle, et l'angle entre les deux segments rectilignes est de $2\pi/6$ (60°). Pour que différentes versions de la part s'emboîtent convenablement, le parcours du périmètre est donc, en partant du centre du disque: (S-Arc-S)-(S-Arc-S)-(S-Arc-S).

Un peu de réflexion suggère deux façons de généraliser ce premier exemple de part à double positionnement radial.

Dans la figure C1 de l'encadré 1, on peut remplacer les segments rectilignes S par une même courbe continue C (chacun des 6 segments S est remplacé par la même courbe C exactement, qui tourne d'un multiple de $2\pi/6$), par exemple un arc de cercle ou un zig-zag. Le périmètre d'une part devient: (C-Arc-C)-(C-Arc-C)-(C-Arc-C).

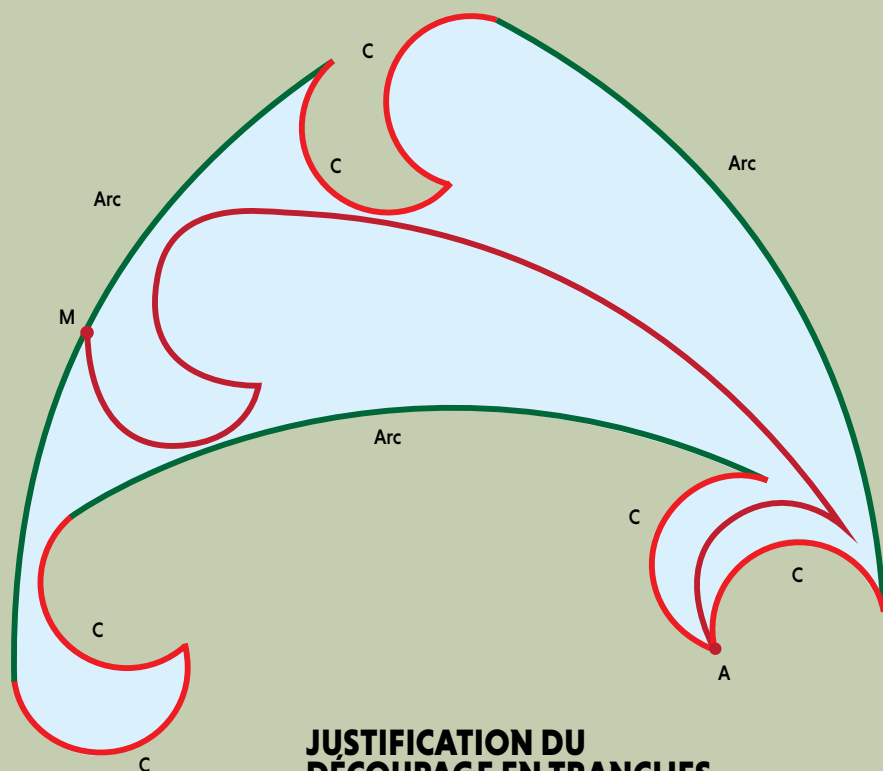
La courbe choisie ne doit pas trop s'écarter du segment qu'elle remplace pour éviter les rencontres des périmètres des parts quand on les dispose dans le disque, mais il y a néanmoins une infinité de façons de choisir la courbe C qui remplace le segment. Notons aussi que l'on peut jouer sur la longueur des segments (ou des courbes qui les remplacent) ainsi que sur l'angle qu'un couple de segments ou de courbes fait par rapport au triangle équilatéral.

Le dessin de la figure C1 avec son découpage en 3 parts, organisé sur un triangle >

BIBLIOGRAPHIE

J. Haddley et S. Worsley, **Infinite families of monohedral disk tilings**, prépublication arXiv:1512.03794, 2016.

J. Condliffe, **Mathematicians have found crazy new ways to cut pizza into equal slices**, Gizmodo, 2016 (<http://bit.ly/1SdPLFn>).



JUSTIFICATION DU DÉCOUPAGE EN TRANCHES

4

Que le découpage en tranches donne bien des parts parfaitement superposables demande un raisonnement qu'on peut faire soi-même juste en observant attentivement le dessin ci-dessus.

La part représentée (en bleu) est à double position radiale. En commençant à parcourir son périmètre par le point A, le parcours s'écrit : (C-Arc-C)-(C-Arc-C)-(C-Arc-C). On peut voir ce parcours autrement : (C-Arc-C-C)-Arc-(C-C-Arc-C), c'est-à-dire de la forme X-Arc-X. Il est alors évident que si l'on prend le point milieu M de l'Arc entre les deux X, et qu'on dessine une nouvelle courbe X entre A et M, le découpage opéré de la part à double position radiale donne deux parts parfaitement superposables, chacune ayant pour périmètre le parcours X-Arc/2-X.

Ce raisonnement s'adapte sans difficulté quand on découpe en k tranches au lieu de 2,

pourvu que ces tranches ne se touchent pas. De nouveau, la démonstration que la construction proposée est géométriquement correcte n'a demandé qu'un regard attentif.

Notons que dans le cas où la part à double position radiale prise au départ n'est pas symétrique (et dans cette situation, il y a vraiment 2 façons distinctes de remplir le disque en l'utilisant), alors on obtient des parts superposables par découpages en tranches qui remplissent le disque d'au moins 2 façons très différentes.

Notons aussi que ces découpages en tranches donnent des parts superposables qui remplissent le disque, et dont une proportion aussi grande qu'on le veut ne passe pas par le centre. Cela ne répond pas parfaitement à la question Q5, mais suggère que la réponse pourrait être positive.

➤ équilatéral, se généralise aussi en un découpage en 5 organisé autour des points d'un pentagone régulier, dont un sommet a été replié vers le centre (voir la figure C2). Le périmètre d'une part est maintenant :

(S-Arc-S)-(S-Arc-S)-(S-Arc-S)-(S-Arc-S)-(S-Arc-S).

Là encore, les segments rectilignes peuvent être remplacés par une courbe et on peut jouer sur certains angles. Des figures analogues à partir d'un polygone régulier à n côtés, pourvu que n soit impair, généralisent encore le schéma. Les angles entre deux segments (ou deux courbes qui se rejoignent aux sommets du polygone régulier) dans le cas n impair, $n \geq 3$, valent π/n . Les parts obtenues découpent le disque en $2n$ parts superposables (n impair). Pour remplir le disque, ces parts se placent de deux façons différentes, sauf dans le cas particulier où la part a un axe de symétrie, les deux placements conduisant alors au même découpage.

L'assurance que toutes ces parts et variantes remplissent exactement le disque de deux façons différentes (ou d'une seule en cas de symétrie) s'obtient simplement en examinant les dessins. On peut éventuellement s'aider de schémas supplémentaires ou de découpages de pièces en carton, mais aucun raisonnement compliqué n'est nécessaire pour contrôler cette combinatoire géométrique et être certain que tout s'ajuste comme il faut. Les démonstrations se font par le regard.

Joel Haddley et Stephen Worsley avancent un autre raisonnement qui, lui, ne se réduit pas à une observation attentive de quelques dessins. Il établit un énoncé négatif: s'il existe de très nombreuses variantes de parts à double position radiale, il n'existe aucune part à k positions radiales pour $k \geq 3$.

PREMIÈRES RÉPONSES PAR LA SYMÉTRIE

Nous disposons maintenant d'une méthode simple pour répondre à quelques-unes des questions énoncées au début de l'article.

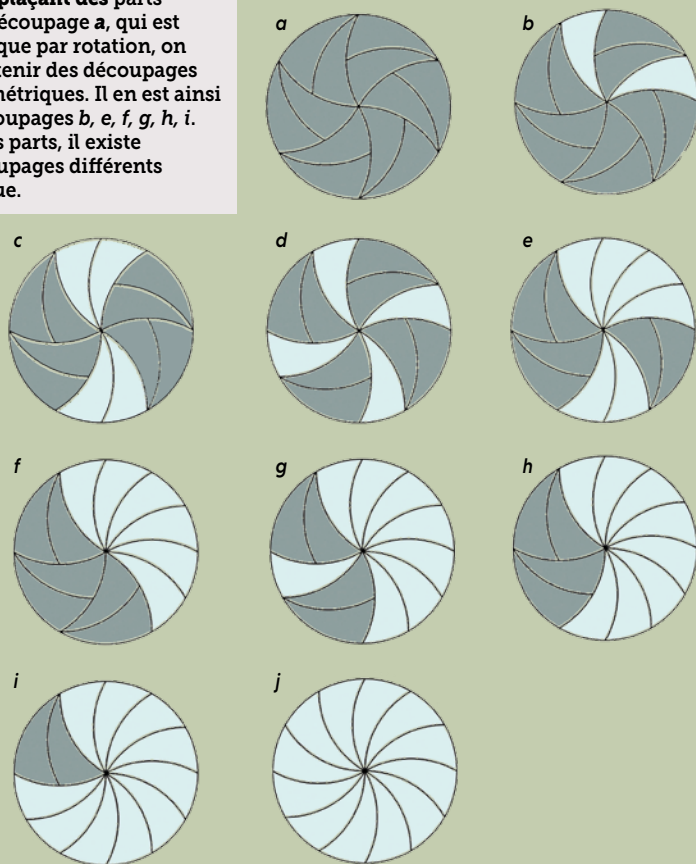
Si l'on s'arrange pour qu'une part à double position radiale soit symétrique par rapport à une droite (dans ce cas, nous l'avons déjà signalé, les deux dispositions sont identiques), alors en coupant cette part en deux selon l'axe de symétrie, on transformera le découpage radial en n parts superposables en un découpage non radial en $2n$ parts superposables. Dans ce découpage non radial, certaines parts ne contiendront pas le centre du disque et donc n'auront pas ce centre sur leur frontière (voir l'encadré 2 pour des exemples).

Le dessin a de l'encadré 2 est le cas extrême du découpage en 6 parts quand les 3 parties du périmètre d'une part sont simplement 3 arcs de cercle (les segments rectilignes S de la figure C1 de l'encadré 1 ont été réduits à des

5

DÉCOUPAGES SANS SYMÉTRIE DE ROTATION

En déplaçant des parts du découpage *a*, qui est symétrique par rotation, on peut obtenir des découpages non symétriques. Il en est ainsi des découpages *b*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*. Avec ces parts, il existe 62 découpages différents du disque.



points). Cette part découpée en 2 par le milieu donne le plus élémentaire des découpages non radiaux, en 12 parts superposables.

Les dessins *b* et *c* correspondent encore à des situations où, dans la figure C1, on s'est arrangé pour avoir une part radiale symétrique à double position découpant le disque en 6, qu'on a ensuite séparée en 2, d'où un découpage non radial du disque en 12 parts superposables.

Les dessins *d*, *e* et *f* correspondent à des parts du type représenté à la figure C2: une part radiale symétrique à double position avec un périmètre composé de 5 morceaux superposables, qu'on coupe en 2, d'où un découpage non radial en 20 parts superposables.

Ces constructions répondent aux questions

Q1, Q2 et Q4 en proposant une infinité de découpages non radiaux en parts superposables, dont certaines parts ne contiennent pas le centre du disque.

PAS DE RETOURNEMENT, MAIS DES TRANCHES FINES

Les découpages obtenus sont tels que les parts recouvrant le disque sont superposables, mais la moitié d'entre elles doivent être retournées pour remplir le disque. Est-il possible d'éviter ces retournements? La réponse est donnée par un autre principe de découpage surprenant du disque en parts superposables: le découpage en tranches.

Pour se persuader que le principe fonctionne et donc que les découpages qu'on obtient sont géométriquement parfaits, pas besoin de connaissances expertes: un examen attentif des figures découvertes par les deux chercheurs de l'université de Liverpool assure qu'elles sont correctes.

On prend des parts à double position radiale (ayant un axe de symétrie ou non) et, à la condition que les courbes utilisées pour remplacer les segments ne soient pas trop éloignées des segments qu'elles remplacent, on découvre qu'un découpage en 2, parfois 3 ou plus, parties superposables est possible (voir les encadrés 3 et 4).

Nous allons maintenant pouvoir répondre à la question Q6 sur les découpages en parts superposables n'ayant pas de symétrie de rotation. Le découpage *a* de l'encadré 3 autorise des déplacements de parts qui rompent la symétrie de rotation (voir l'encadré 5).

De tels jeux sont possibles pour tous les découpages en parts superposables provenant d'une part radiale symétrique à double position. On a donc une infinité de découpages du disque dépourvus de symétrie de rotation. Un décompte précis du nombre de façons dont on peut placer les 12 parts de la figure 3a dans le disque indique qu'il y en a 62.

On le voit, non seulement les deux géomètres britanniques ont proposé plusieurs nouvelles familles infinies de découpages du disque en parts superposables, mais ces familles donnent aussi une grande variété de dispositions pour les parts.

Restent trois questions irrésolues: Q3, Q5 et Q7. Les auteurs de l'article conjecturent que les constructions trouvées avec les découpages radiaux sont les seules possibles qui découpent le disque en parts superposables. Si cette conjecture est vraie, alors leur travail donne la réponse à la question Q7, et les questions Q3 et Q5 ont des réponses négatives. Qui saura démontrer ou infirmer la conjecture proposée, si possible à l'aide d'une démonstration accessible à tous? ■

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

LA 3D COMME VOUS NE L'AVEZ JAMAIS VUE

Dans les espaces tridimensionnels, la géométrie euclidienne, celle qui nous est familière, n'est qu'une géométrie parmi huit possibles. À quoi ressemblent les autres? Une exposition vous invite à les visualiser, la plupart étant représentées pour la première fois.

La légende raconte qu'à 16 ans, en 1895, Albert Einstein s'est imaginé à califourchon sur un rayon de lumière pour mieux en comprendre le comportement. Cette expérience de pensée l'aurait conduit sur le chemin de la théorie de la relativité. Qu'a-t-il vu? Qu'a-t-il perçu? Qu'a-t-il ressenti? On l'ignore, mais cette anecdote montre que l'on a beaucoup à apprendre en se mettant dans des conditions réputées hors d'atteinte. Dans un autre registre, c'est ce que propose aujourd'hui le mathématicien Pierre Berger, de l'université

Paris 13, dans l'exposition *Esthétopies* qu'il organise à l'institut Henri-Poincaré (IHP), à Paris, avec sa consœur Jimena Royo-Letelier et les artistes Pierre-Yves Fave, Sergio Krakowski, Vincent Martial.

Comment? En invitant à explorer des espaces mathématiques imaginaires encore mal compris à travers un ensemble d'installations sonores et visuelles. Attardons-nous sur les « Paysages des géométries de Thurston ». De quoi s'agit-il? Formulé en 1907, le théorème de Klein, Poincaré et Koebe stipule que toute surface (les mathématiciens parlent de variété de dimension 2) peut être munie de l'une des trois géométries suivantes: euclidienne, sphérique ou hyperbolique.

L'affaire se complique quand on s'intéresse aux variétés de dimension 3. En 2003, le Russe Grigori Perelman démontrait une conjecture émise par l'Américain William Thurston selon laquelle il est possible de découper toute variété de dimension 3 en

La géométrie H^2E^1 telle que vous ne l'avez jamais vue! Elle est une des huit géométries qui permettent de décrire des variétés tridimensionnelles.

fragments que l'on peut décrire à l'aide d'une géométrie parmi huit. Aux trois précédentes, notées (en trois dimensions) respectivement E^3 , S^3 et H^3 , s'ajoutent S^2E^1 , H^2E^1 , SOL , NIL et SL_2 .

Ces géométries décrivent ainsi huit espaces fondamentaux qui s'offrent aux explorations des mathématiciens. Dans les années 1990, l'école de William Thurston, au Geometry Center, à l'université du Minnesota, aux États-Unis, avait proposé de représenter ces géométries en dessinant les paysages que verrait un visiteur à l'intérieur de ces espaces. Cette école était parvenue à simuler numériquement trois des géométries (sphérique S^3 , euclidienne

