

Le destin de la coca illustre donc bien les problèmes complexes que posent les circulations de personnes, de matériaux et de savoirs. Le rôle que la feuille joue dans l'approvisionnement des mines est à la fois nécessaire à la mobilisation des travailleurs vers les centres de production et au déplacement des capitaux vers l'Europe. Mais la plante, elle, ne circule que dans le domaine andin. Si certains Espagnols se sont approprié les pratiques qui lui sont liées, ces dernières ne transforment pas la médecine européenne avant le XIX<sup>e</sup> siècle – époque durant laquelle l'usage de la cocaïne a entraîné de profondes mutations.

## UNE PLANTE MÉDICINALE CÉLÈBRE, MAIS INTROUVABLE SUR LE VIEUX CONTINENT

De nombreux savants d'Europe, néanmoins, ont connu la coca dès le XVI<sup>e</sup> siècle. Le débat qui opposa les défenseurs de la coca aux prohibitionnistes fut parmi les plus importantes controverses liées au gouvernement de l'Amérique et a mobilisé l'attention des juristes, des courtisans et du roi Philippe II. Alors qu'elle n'a pas traversé l'Atlantique, la coca est peut-être la plante américaine sur laquelle la documentation est la plus riche pour le XVI<sup>e</sup> siècle. Elle est,

d'une certaine manière, connue sans être connue. À Séville, le médecin Nicolás Monardes en parle dans son *Histoire médicinale des Indes occidentales*, et certains apothicaires semblent être parvenus à en récupérer des échantillons. Au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle, l'une des grandes quêtes que poursuit Joseph de Jussieu lors de son voyage en Amérique est l'étude de la coca.

Si l'histoire de cette plante singulière rappelle que les personnes, les savoirs et les choses ne circulent pas de la même manière, elle invite aussi à comprendre politiquement les circulations, en mettant en avant le rôle des ruptures, des blocages, des barrières. Et, par là, à comprendre différemment ce que l'on nomme la mondialisation. Qu'on l'envisage sous son versant économique ou qu'on l'observe depuis une perspective plus large, celle-ci n'est pas que l'intensification des échanges. Elle repose, aussi, sur la mise en place volontaire de barrières. Ainsi que le suggère l'histoire de la coca, toute la question est de savoir comment s'articulent ces logiques; comment des circulations locales et des circulations transocéaniques se configurent; et comment, enfin, ces mises en mouvement peuvent, comme avec la coca dans les alentours de Quito, contribuer à la destruction d'un monde. ■

## BIBLIOGRAPHIE

S. Boumediene, **La colonisation du savoir. Une histoire des plantes médicinales du « Nouveau Monde » (1492-1750)**, Les Éditions des mondes à faire, 2016.

R. Coronel-Feijóo, **El Valle sangriento 1580-1700 : de los señorios de la coca y el algodón a la hacienda cañera jesuita**, UASB, 2016.

J. V. Murra, **Formations économiques et politiques dans le monde andin**, Éditions de la MSH, 2013.

C. Salazar-Soler, **Anthropologie des mineurs des Andes. Dans les entrailles de la terre**, L'Harmattan, 2002.

M. Rostworowski De Diez Canseco, **Conflicts over Coca Fields in XVI<sup>th</sup>-Century Perú**, University of Michigan, 1988.



**LES**  
{ Partagez les savoirs }  
**RENDEZ-VOUS DU MUSÉUM**

Entrée gratuite

## Au Jardin des Plantes

Détails sur [mnhn.fr](http://mnhn.fr), rubrique : "les rendez-vous du Muséum"



### BAR DES SCIENCES

**Dimanche 15 octobre - 17h30**  
**En quête des origines de la vie**  
Avec J. Duprat, astrophysicien, CNRS – M.-Ch. Maurel, spécialiste de l'évolution moléculaire et des origines de la vie, Muséum – F. Raulin-Cerceau, astrophysicienne et exo/astrobiologiste, Centre Koyré – F. Robert, cosmochimiste, Muséum

Café-restaurant La Baleine  
accès 47 rue Cuvier, Paris 5<sup>e</sup>

### FILMS

**Samedi 14 octobre - 15h**  
**Les gardiens du Mont de la Lune**  
par S. Gadmer Tiên - France - 2016 - 87 min.

**Dimanche 15 octobre - 15h**  
**The great white silence**  
par H. Ponting - 2011 - 108 min.

Auditorium de la Grande Galerie de l'Évolution,  
36 rue Geoffroy St-Hilaire, Paris 5<sup>e</sup>

### CONFÉRENCES-DÉBATS

**Cycle L'archéozoologie, ou l'histoire des relations naturelles et culturelles entre l'homme et l'animal**  
Avec Ch. Lefèvre, professeur du Muséum

**Jeudi 12 octobre - 18h** : De l'anatomie comparée à l'anthropozoologie : évolution d'une discipline

**Jeudi 26 octobre - 18h** : Discours des os : méthodes et outils pour le décrypter

**Cycle France-Colombie : une histoire humaine et naturelle en partage**

**Lundi 16 octobre - 18h** : Émeraude colombienne d'hier et d'aujourd'hui - Avec G. Giuliani, directeur de recherche à l'Institut de Recherche pour le Développement (IRD), GET à Toulouse et CRPG à Vandœuvre-lès-Nancy

**Lundi 23 octobre - 18h** : Planchon et Triana : une collaboration scientifique à l'origine de la première Flore de Colombie - Avec M. Jeanson, responsable de l'Herbier National, Muséum

**Lundi 30 octobre - 18h**  
**La forêt vierge d'Amazonie n'existe pas ! 10 000 ans de présence humaine**  
Avec S. Rostain, archéologue et directeur de recherche au CNRS, Paris

Auditorium de la Grande Galerie de l'Évolution,  
36 rue Geoffroy St-Hilaire, Paris 5<sup>e</sup>



# R

## ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul  
 P.86 Art & science  
 P.88 Idées de physique  
 P.92 Chroniques de l'évolution  
 P.96 Science & gastronomie  
 P.98 À picorer

# 121,404 ET AUTRES NOMBRES PALINDROMES

Visuellement faciles à identifier, ces nombres offrent des problèmes de tous niveaux et quelques défis informatiques. Les mathématiciens ont aussi trouvé de beaux résultats: ainsi, tout nombre entier peut s'écrire comme la somme de trois nombres palindromes.

## L'AUTEUR



**JEAN-PAUL DELAHAYE**  
 professeur émérite  
 à l'université de Lille  
 et chercheur au Centre  
 de recherche en  
 informatique, signal  
 et automatique de Lille  
 (Cristal)

Jean-Paul Delahaye  
 a récemment publié:  
**Les mathématiciens  
 se plient au jeu,**  
 une sélection de ses  
 chroniques parues  
 dans *Pour la Science*  
 (Belin, 2017).

**L**es mots «gag», «non», «elle», «rotor», «ressasser» se lisent de droite à gauche aussi bien que de gauche à droite. On dit que ce sont des palindromes. D'ailleurs, «ressasser» et «rotavator» sont les plus longs mots palindromes en français.

Si on néglige les espaces, les accents, les majuscules et la ponctuation, on sait composer des phrases et même de longs textes palindromiques tels que:

*Élu par cette crapule* (Marcel Duchamp); *Noël a trop par rapport à Léon* (Sylvain Viart); *Rue Verlaine gela le génial rêveur* (Jacques Perry-Salkow); *Ésope reste ici et se repose* (Maître Capelo); *Éric notre valet alla te laver ton ciré* (Maître Capelo).

Georges Perec a composé un texte palindromique de 1247 mots. Plus récemment, Frédéric Schmitter et Jacques Perry-Salkow ont écrit un récit palindromique, *Sorel Eros*, qui comporte 10 001 lettres. Romain Seignovet a trouvé des palindromes pour toutes les langues européennes (voir l'illustration 1 page ci-contre).

Jolis exploits, mais qui ne concernent guère le mathématicien. Ce dernier préfère envisager les nombres palindromes. En trouver est facile, puisque toute suite de chiffres ne commençant pas par 0 est un nombre et qu'on peut donc sans difficulté en écrire qui soient des palindromes: 242, 10001 ou 12321. Leur liste, bien sûr infinie, se programme aisément. C'est la suite A002113 de l'encyclopédie des suites numériques de Neil Sloane

(<https://oeis.org/A002113>). En voici le début: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272, 282, 292, 303, 313, 323, 333, 343, 353, 363, ...

Nous allons voir cependant que les jeux et problèmes que les mathématiciens envisagent à propos des nombres palindromes sont aussi variés et difficiles que ceux usuels de la discipline... et que certains restent irrésolus.

## COMBIEN SONT-ILS? COMMENT SE RARÉFIENT-ILS?

Commençons par envisager des questions faciles. Combien existe-t-il de nombres palindromes en base 10 composés de  $n$  chiffres?

Si  $n$  est pair, pour avoir un nombre palindrome à  $n$  chiffres décimaux, il suffit de choisir comme on le veut ses  $n/2$  premiers chiffres en imposant que le premier ne soit pas 0, et de les répéter en ordre inverse. Pour  $n = 6$ , on choisit par exemple 247, qui donne 247742. On en déduit que le nombre de palindromes à  $n$  chiffres,  $n$  pair, est exactement  $9 \times 10^{n/2-1}$ .

Pour  $n = 1$ , il y a 10 nombres palindromes: 0, 1, ..., 9. Si  $n$  est impair supérieur à 1, en raisonnant comme dans le cas pair, on trouve que le nombre de palindromes à  $n$  chiffres est  $9 \times 10^{(n-1)/2}$ . On en tire que le nombre de nombres palindromes inférieurs à  $10^n$  pour  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  est, respectivement: 10, 19, 109, 199, 1099, 1999, 10999, 19999, ... (ce qui est toujours supérieur à  $10^{n/2}$ ).

Leur densité devient nulle à l'infini et elle est sensiblement inférieure à celle des nombres



## L'EUROPE DES PALINDROMES

# 1

Un jeune Français, Romain Seignovert, fervent défenseur de l'idée d'une Europe unie, maintient un site Internet consacré à l'Europe (<https://europeisnotdead.com>). On y trouve notamment cette carte où chaque pays porte un palindrome dans sa langue.



# 2

## LES NOMBRES NON PALINDROMES

premiers, ce que l'on démontre ou que l'on constate en examinant le nombre de nombres premiers inférieurs à  $10^n$  pour  $n=1, 2, 3, 4, \dots$ , qui est 4, 25, 168, 1229, 9592, 78498, 664579, 5761455, ... (en ordre de grandeur:  $10^n/n$ ).

La série des inverses des nombres palindromes converge vers la limite 3,37018..., alors que la série des inverses des nombres premiers a une somme infinie, marque d'une densité assez forte.

### DIVISIBILITÉ, NOMBRES PREMIERS

Autre propriété élémentaire: si un nombre palindrome est formé d'un nombre pair de chiffres, alors il est divisible par 11, et ce n'est donc pas un nombre premier, sauf pour 11 lui-même. Pour le démontrer, on applique le critère de divisibilité par 11: «Un entier est divisible par 11 si et seulement si la différence entre la somme de ses chiffres de rang pair et la somme de ses chiffres de rang impair est un multiple de 11» (par exemple, 915123 est un multiple de 11 puisque  $(9+5+2) - (1+1+3) = 11$ ). Pour un nombre palindrome  $N$  ayant un nombre pair de chiffres, les deux sommes en

**L**es nombres strictement non palindromes sont, par définition, les entiers  $n$  qui ne sont palindromes dans aucune base  $b$  avec  $2 \leq b \leq n-2$ . On impose la limite  $n-2$  car, en base  $n-1$ , le nombre  $n$  s'écrit 11 et est donc toujours palindrome. La suite des nombres strictement non palindromes commence par : 0, 1, 2, 3, 4, 6, 11, 19, 47, 53, 79, 103, 137, 139, 149, 163, 167, 179, 223, 263, 269, 283, 293, ... qui est la suite A016038 de l'encyclopédie des suites numériques de Neil Sloane.

Une propriété intéressante des nombres strictement non palindromes est que ce sont tous des nombres premiers, à l'exception de 4 et 6.

En voici la démonstration. On se donne un nombre composé quelconque  $n > 6$  et on montre que  $n$  est palindrome dans une base bien choisie.

• Si  $n$  est pair,  $n$  s'écrit 22 dans la base

$b = n/2 - 1$ , car  $n = 2(n/2 - 1) + 2$ .

• Si  $n$  est impair, on écrit  $n = pm$ , où  $p$  est le plus petit facteur premier de  $n$ . Nécessairement,  $p \leq m$ .

• Si  $p = m = 3$ , alors  $n = 9$  s'écrit 1001 en base  $b = 2$ .

• Si  $p = m > 3$ , alors  $n$  s'écrit 121 en base  $b = p - 1$ , car

$$121_{p-1} = 1 + 2(p-1) + (p-1)^2 = 1 + 2p - 2 + p^2 - 2p + 1 = p^2 = n$$

• Le cas  $p = m - 1$  est impossible, car  $p$  et  $m$  sont impairs.

• Si  $p < m - 1$ , alors  $n$  est le palindrome  $pp$  en base  $b = m - 1$ , car  $p(m-1) + p = pm$ .

Sans mal, on contrôle à chaque fois que la base proposée vérifie  $2 \leq b \leq n-2$  et que les chiffres du palindrome proposé sont des nombres entiers entre 0 et  $b-1$ .

(voir [https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre\\_strictement\\_non\\_palindrome](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_strictement_non_palindrome)).



> question sont égales; leur différence est nulle, donc  $N$  est multiple de 11.

On arrive maintenant en terrain moins facile. Qu'en est-il des nombres palindromes ayant un nombre impair de chiffres? Peuvent-ils être des nombres premiers? Plus généralement, qu'en est-il des diviseurs des nombres palindromes?

Voici d'abord le début de la suite des nombres premiers palindromes (<https://oeis.org/A002385>): 2, 3, 5, 7, 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929, 10301, 10501, 10601, 11311, 11411, 12421, 12721, 12821, 13331, 13831, 13931, 14341, 14741, 15451, 15551, 16061, 16361, 16561, 16661, 17471, 17971, 18181, ...

Le plus grand nombre premier palindrome connu aujourd'hui est  $10^{474500} + 999 \times 10^{237249} + 1$ , qui est formé de 474501 chiffres.

On cherche à démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers palindromes. Cela semble probable, car les deux propriétés «être un nombre premier» et «être un palindrome», au moins pour les nombres composés d'un nombre impair de chiffres, semblent indépendantes. Cependant, cette intuition un peu vague n'a pas pu être confirmée par une démonstration et donc l'affirmation «Il existe

une infinité de nombres premiers palindromes» reste à l'état de conjecture.

Il existe des méthodes pour construire des nombres palindromes qui ne sont pas des nombres premiers. En voici une.

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

Malheureusement, la méthode ne fonctionne plus au-delà:

$$1111111111 \times 1111111111 = 1234567900987654321$$

Le sixième des nombres de cette série de palindromes est vraisemblablement le premier palindrome à avoir attiré l'attention d'un mathématicien. En effet, il est mentionné par Mahāvīra, un mathématicien indien du IX<sup>e</sup> siècle de notre ère. Dans son ouvrage en sanskrit *Ganita-sāra-sangraha*, il évoque ce carré parfait en le décrivant comme un nombre «commençant par 1 et allant jusqu'à 6, puis décroissant en ordre inverse».

## DEUX FOIS PALINDROME

**V**oici les plus petits entiers palindromes dans deux bases  $a$  et  $b$  à la fois,  $a$  et  $b$  variant de 2 à 20 ( $a < b$ ). Ce tableau a été établi par Erich Friedman. Ainsi, pour  $a = 2$  et  $b = 3$ , il faut aller jusqu'à 6 643 pour trouver un nombre qui convient :  $6643_{10} = 1100111110011_2 = 100010001_3$ .

| $b \backslash a$ | 2     | 3     | 4    | 5    | 6    | 7     | 8   | 9   | 10  | 11  | 12    | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  |
|------------------|-------|-------|------|------|------|-------|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3                | 6 643 |       |      |      |      |       |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 4                | 5     | 10    |      |      |      |       |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 5                | 31    | 26    | 46   |      |      |       |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 6                | 7     | 28    | 21   | 67   |      |       |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 7                | 85    | 8     | 85   | 24   | 92   |       |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 8                | 9     | 121   | 63   | 18   | 154  | 121   |     |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 9                | 127   | 10    | 10   | 109  | 80   | 40    | 154 |     |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 10               | 33    | 121   | 55   | 88   | 55   | 121   | 121 | 191 |     |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 11               | 255   | 244   | 255  | 12   | 166  | 24    | 36  | 60  | 232 |     |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 12               | 65    | 13    | 65   | 26   | 104  | 78    | 65  | 91  | 181 | 277 |       |     |     |     |     |     |     |     |
| 13               | 313   | 28    | 42   | 98   | 14   | 235   | 154 | 70  | 222 | 84  | 326   |     |     |     |     |     |     |     |
| 14               | 15    | 1210  | 15   | 408  | 135  | 135   | 45  | 30  | 323 | 60  | 253   | 379 |     |     |     |     |     |     |
| 15               | 693   | 16    | 1265 | 1612 | 80   | 16    | 316 | 80  | 828 | 48  | 241   | 112 | 436 |     |     |     |     |     |
| 16               | 17    | 68    | 17   | 119  | 385  | 85    | 170 | 136 | 353 | 221 | 1 172 | 170 | 337 | 497 |     |     |     |     |
| 17               | 341   | 784   | 341  | 18   | 1211 | 307   | 18  | 528 | 252 | 36  | 290   | 126 | 90  | 144 | 562 |     |     |     |
| 18               | 325   | 1733  | 38   | 57   | 209  | 57    | 325 | 209 | 171 | 133 | 1 462 | 209 | 323 | 361 | 433 | 631 |     |     |
| 19               | 381   | 20    | 514  | 428  | 80   | 40    | 260 | 20  | 666 | 60  | 362   | 140 | 60  | 80  | 514 | 180 | 704 |     |
| 20               | 21    | 1 604 | 21   | 126  | 21   | 1 944 | 63  | 273 | 252 | 84  | 761   | 42  | 105 | 421 | 273 | 126 | 541 | 781 |