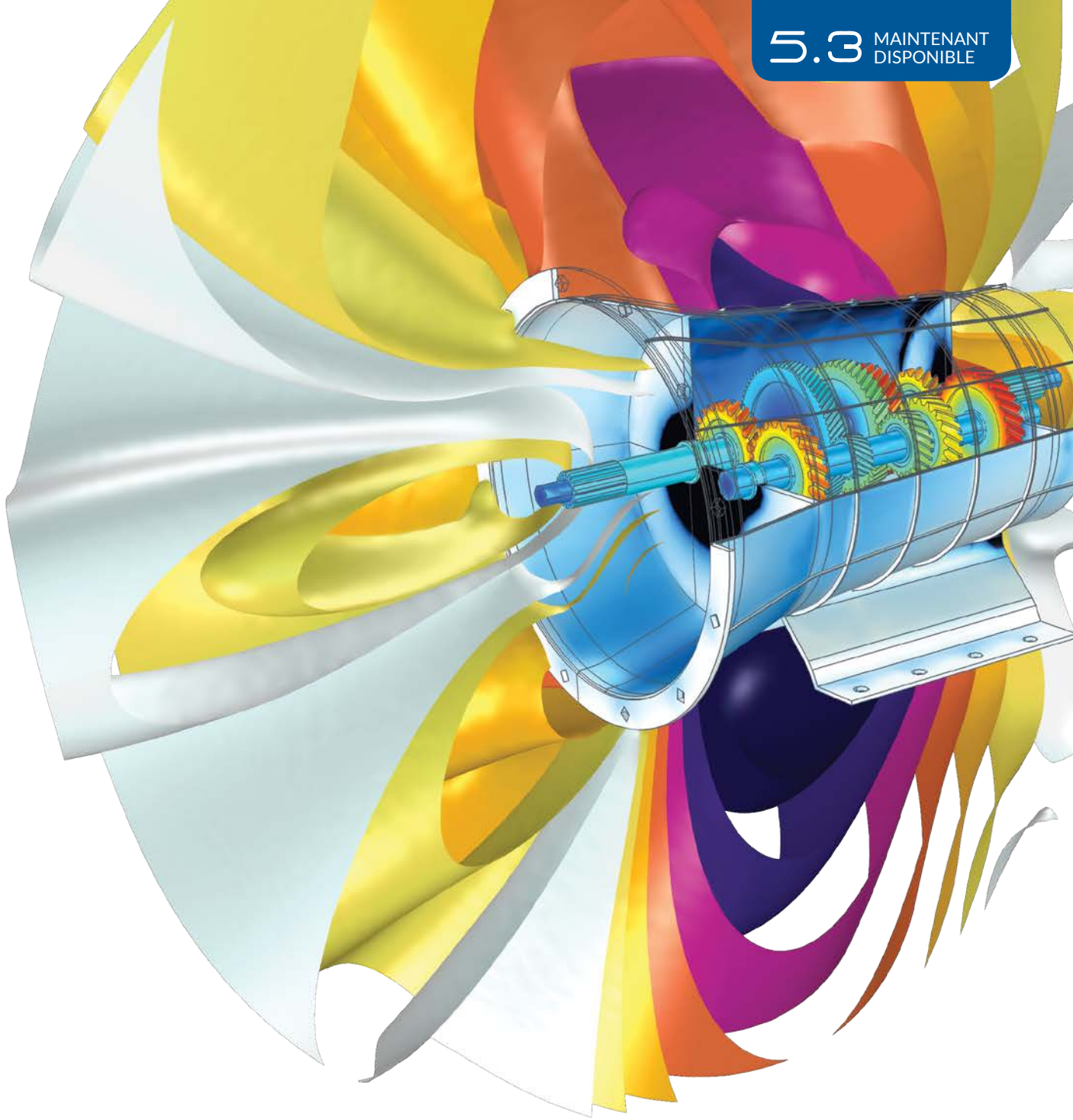




LA MULTIPHYSIQUE POUR TOUS

avec COMSOL Multiphysics®

Les outils de simulation numérique
viennent de franchir une étape majeure.

Dépassez les défis de la conception avec COMSOL Multiphysics®. Avec ses puissants outils de modélisation et de résolution, obtenez des résultats de simulation précis et complets.

Développez des applications personnalisées à l'aide de l'Application Builder, et déployez-les au sein de votre organisation et auprès de vos clients partout dans le monde, avec une installation locale de COMSOL Server™.

N'attendez plus. Bénéficiez de la puissance des simulations multiphysiques.

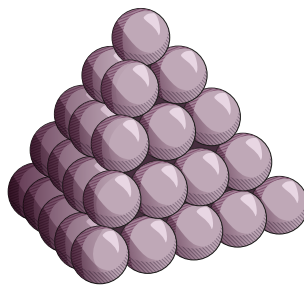
comsol.fr/products

1998 MATHÉMATIQUES POUR EMPILEMENTS D'ORANGES

LA CONJECTURE DE KEPLER ENFIN PROUVÉE

Sur son étal, le marchand de fruits et légumes empile les oranges selon un motif pyramidal : une boule repose au creux d'un triangle de trois boules, elles-mêmes posées sur six boules, etc. Il en est de même, par exemple, des boulets entassés derrière un canon. Il semble évident pour tout le monde que cet empilement de sphères identiques est le plus dense possible. C'est aussi ce que pensait l'astronome Johannes Kepler, qui conjectura ce résultat en 1611. Mais le démontrer s'est révélé beaucoup moins évident...

Il fallut attendre 1831 pour que Carl Friedrich Gauss prouve que la conjecture de Kepler



est vraie si l'on impose que l'empilement soit régulier. Mais il ne parvint pas à démontrer le cas général. En 1953, le mathématicien hongrois László Fejes Tóth démontra que le problème pouvait être réduit à une série colossale mais finie de calculs (environ 100 000 problèmes de programmation linéaire). En 1998, en s'inspirant de ces travaux et en effectuant les calculs par ordinateur, Thomas Hales, de l'université du Michigan, annonça la résolution du problème. La conjecture était enfin prouvée !

La démarche ressemblait à celle adoptée pour le théorème des quatre couleurs (voir page 23), mais, en lui succédant de près d'une génération, elle a été d'emblée mieux acceptée et la preuve a été considérée comme presque certainement juste. Sa reproduction en 2013 à l'aide de programmes assistants de preuve a levé toute incertitude quant à sa validité. ■

R. C.

T. C. Hales, *A proof of the Kepler conjecture*, *Annals of Mathematics*, vol. 162, pp. 1065-1185, 2005

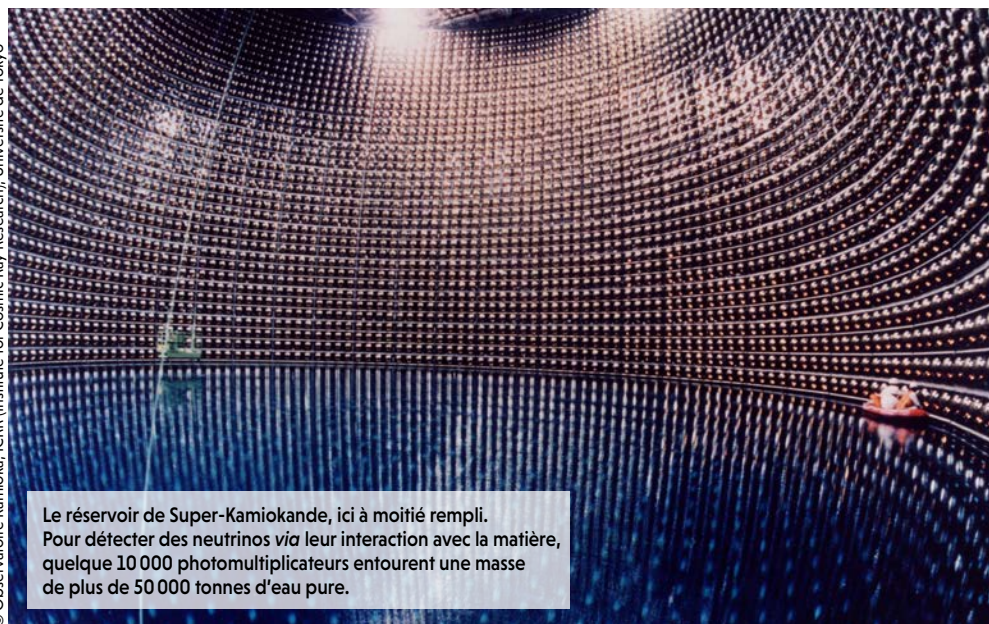
1998 CHANGEMENTS PÉRIODIQUES D'IDENTITÉ

L'OSCILLATION DES NEUTRINOS

Le modèle standard de la physique des particules prédit qu'aux trois variétés de leptons chargés, à savoir l'électron, le muon et le tau, sont associés trois neutrinos : le neutrino électronique, le neutrino muonique et le neutrino tauique, tous de masse nulle. Leur interaction avec la matière est si faible qu'il faut des détecteurs constitués de dizaines de milliers de tonnes d'eau, par exemple, pour espérer en capturer une poignée par jour sur des milliards par seconde. Même ainsi, les détecteurs souterrains (pour s'affranchir du bruit de fond dû aux rayons cosmiques) mis au point à la fin des années 1960 par l'Américain Raymond Davis n'enregistraient qu'entre un tiers et la moitié des neutrinos (électroniques) attendus en provenance du Soleil. Le modèle astrophysique décrivant cette étoile était-il faux ?

En 1957, Bruno Pontecorvo, à l'Institut de recherche nucléaire de Dubna, en Union soviétique, montra que si les neutrinos ont des masses différentes (et donc des masses tout court), alors leurs longueurs d'onde quantiques différent et se déphasent au cours de leur progression.

© Observatoire Kamioka, ICRR (Institute for Cosmic Ray Research), Université de Tokyo



Le réservoir de Super-Kamiokande, ici à moitié rempli. Pour détecter des neutrinos via leur interaction avec la matière, quelque 10 000 photomultiplicateurs entourent une masse de plus de 50 000 tonnes d'eau pure.

Un neutrino de type électronique émis par le Soleil verrait alors son identité «osciller» d'un type à l'autre au cours de son trajet, de même que sa probabilité d'être détecté, car la matière interagit moins avec un neutrino s'il est de type muonique ou tauique.

En 1998, après des mois de prise de données, l'expérience Super-Kamiokande, au Japon, apporta une première confirmation

des résultats de Davis et de l'hypothèse de l'oscillation des neutrinos (donc de leurs masses non nulles). Le modèle du Soleil était sauvé. Mais près de vingt ans plus tard, l'origine des masses des neutrinos et de leurs différences reste à élucider. ■

R. C.

Y. Fukuda *et al.*, *Measurements of the solar neutrino flux from Super-Kamiokande's first 300 days*, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, pp. 1158-1162, 1998

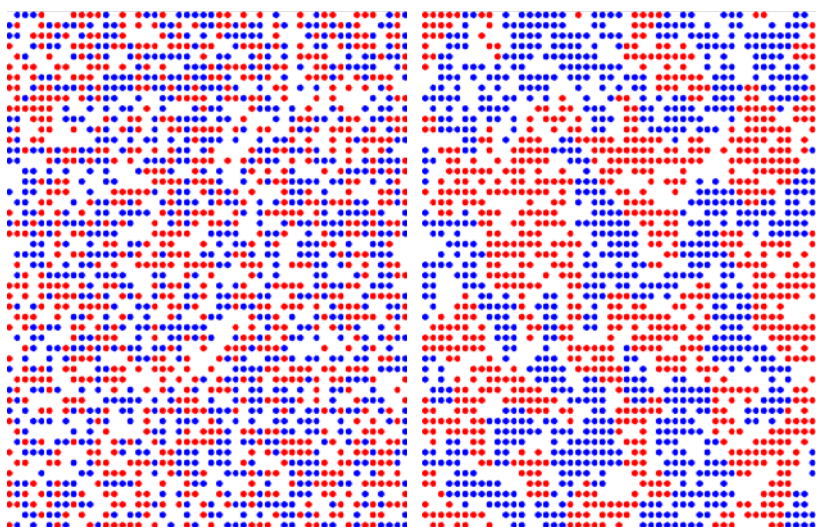
SIMULATIONS MULTIAGENTS POUR EFFETS DE GROUPE

Une fourmi ne voit qu'à quelques centimètres devant elle. Tout au plus peut-elle décider de suivre ou non une trace de phéromone laissée par une congénère assez récemment pour que la substance ne se soit pas évaporée. Pourtant, le jeu complexe des règles simples qui régissent le comportement individuel des fourmis permet à la fourmilière de trouver une bonne approximation du chemin le plus court vers un pot de confiture situé à des dizaines de mètres du nid, malgré la perception très limitée des individus... et chacun a pu constater qu'elle le fait parfois très vite !

Reproduire cette performance dans une simulation informatique implique de résoudre une foule de problèmes. Il faut par exemple simuler le fait que les décisions des agents (les fourmis dans notre exemple) sont simultanées, de même que les réactions de leur environnement, alors que les machines sont essentiellement séquentielles (elles traitent leurs tâches les unes après les autres). Chaque intervalle de temps implique alors une énorme masse de calculs qu'il faut autant que possible réduire. On doit aussi s'assurer que la représentation complète de l'environnement dans la simulation ne vient pas « informer » les agents par quelque biais de la programmation, c'est-à-dire que ces derniers ne disposent effectivement que de la petite fraction d'informations à laquelle ils sont censés accéder (un problème souvent moins évident qu'il n'y paraît).

Après des décennies de progrès informatiques s'appuyant sur l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul depuis l'époque héroïque des premiers automates cellulaires (le « jeu de la vie » proposé par le mathématicien britannique John Conway en 1970), les simulations multiagents se sont répandues dans de nombreuses disciplines.

Y compris en sciences sociales, où l'avènement de cette démarche est marqué par la publication en 1999 du manuel *Simulation for the Social Scientist* par deux sociologues, l'Anglais Nigel Gilbert et l'Allemand Klaus Troitzsch, pionniers en la matière. Il s'agit notamment de comprendre l'émergence de phénomènes collectifs (ségrégation, propagation d'une mode, etc.) à partir de comportements individuels modélisés par des règles simples – que l'on peut ajuster au fur et à



Un exemple de simulation multi-agents (modèle de Thomas Schelling) montrant un phénomène de ségrégation ethnique. L'état initial (à gauche) représente une ville à deux ethnies (en bleu et rouge) dont les habitants sont logés au hasard. Pour chaque habitant, on applique la règle : « Si moins de 50 % de mes plus proches voisins sont de la même ethnie que moi, je déménage ». Au bout de quelques itérations, on voit apparaître des quartiers homogènes (à droite).

LES AUTOMATES CELLULAIRES SONT LES ANCÊTRES DES MODÈLES MULTIAGENTS. LE PREMIER A ÉTÉ CONÇU PAR LE MATHÉMATICIEN JOHN VON NEUMANN, DANS LES ANNÉES 1940. C'ÉTAIT UN RÉSEAU DE CELLULES DONT CHACUNE ADOPTE UN ÉTAT PARI MI 29 POSSIBLES, EN FONCTION DES ÉTATS DES CELLULES VOISINES AU PAS DE TEMPS PRÉCÉDENT.

mesure des simulations, de façon à identifier les facteurs les plus pertinents.

On utilise aussi les simulations multiagents en économie, en architecture (conception d'issues de secours adaptées en cas de mouvements de panique, par exemple), en urbanisme (impact de modifications des infrastructures), pour étudier le trafic routier (jusque-là simulé à l'aide d'équations inspirées de la mécanique des fluides, qui ne tiennent pas compte de la capacité des conducteurs à prendre des décisions plus ou moins heureuses). Même l'industrie du cinéma s'en sert, depuis que Peter Jackson a fait ainsi simuler les mouvements des armées multitudinaires de son *Seigneur des anneaux*...

Outre la production de simulations réalistes et prédictives, la capacité des systèmes multiagents à s'autoorganiser est exploitée directement pour explorer les arborescences du Web ou d'une base de données à la manière des fourmis, ainsi que dans la conception d'algorithmes capables de se modifier eux-mêmes pour trouver des solutions optimales à certains problèmes. Les simulations multiagents sont dès lors aussi une branche de l'intelligence artificielle. ■

R. C.

N. Gilbert et K. G. Troitzsch, *Simulation for the Social Scientist*, McGraw-Hill, 1999

2002

Toumaï confirme que nous sommes tous des Africains

Il y a 7 millions d'années, au Tchad, vivait le plus vieil hominidé connu : Toumaï. Ce bipède grimpeur de 1 mètre de haut pour 35 kilogrammes, probablement très proche du dernier ancêtre commun aux chimpanzés et aux humains, ancre nos origines en Afrique.



L'AUTEUR



MICHEL BRUNET
professeur émérite
au Collège de France
(chaire de
Paléontologie
humaine) est aussi
professeur associé
à l'université
de Poitiers (IPHEP-
UMR 7262-CNRS)

Reconstitution du crâne
de *Sahelanthropus tchadensis*,
dit Toumaï, par Elisabeth Daynes
(artiste, Paris).

En 2002, la Mission paléoanthropologique franco-tchadienne (MPFT) décrit Toumaï. La découverte de cet hominidé de 7 millions d'années (7 Ma) montre tout le chemin parcouru depuis l'introduction par Jean-Baptiste de Lamarck, au début du XIX^e siècle, de l'idée qu'une espèce peut évoluer. Après Lamarck, la notion de l'existence d'autres formes humaines que la nôtre ne s'est imposée qu'avec la mise au jour en 1856 en Allemagne du premier fossile de Néandertalien. Trois ans plus tard, en 1859, Charles Darwin publia son œuvre magistrale et visionnaire *Sur l'origine des espèces par la sélection naturelle*, une véritable théorie de l'évolution. Puis, en 1871, dans son ouvrage *L'Ascendance de l'homme*, il affirma en outre l'existence de liens de parenté entre l'homme et les grands singes africains. Constatant que les genres *Gorilla* et *Pan* (chimpanzés) sont les plus proches du genre *Homo*, il estima, en quelque mesure, plus probable que nos premiers ancêtres hominidés aient vécu sur le continent africain qu'ailleurs. Cette prédiction de Darwin sera progressivement vérifiée par la paléontologie humaine puis finalement par la biologie moléculaire.

Ainsi, en 1967, Allan Wilson et Vincent Sarich de l'université de Californie, à Berkeley, démontrèrent notre très grande proximité génétique avec les chimpanzés: ils établirent que moins de 2% de leur ADN différent du nôtre. Cette proximité traduit le fait que les hominidés (la famille humaine) partagent un ancêtre commun avec les panidés (la famille chimpanzée).

La confirmation paléontologique de la prédiction de Darwin vint bien plus lentement. Dans le cadre de la quête de notre ancêtre, les découvertes de fossiles humains se sont succédé dès la fin du XIX^e siècle: d'abord en Europe (Néandertaliens, Cro-Magnon); puis en Asie (*Homo erectus*). En 1925, Raymond Dart décrit en Afrique du Sud l'enfant de Taung (2,5 millions d'années), le tout premier australopithèque connu (*Australopithecus africanus*). Enfin, en Afrique orientale, les nouvelles découvertes s'accumulent pour des âges compris entre 2 et 6 Ma: *Paranthropus boisei* (2,4 Ma) en 1959, *Paranthropus aethiopicus* (2,3 Ma) en 1967, puis Lucy (3,2 Ma) en 1974 et ses frères pour la nouvelle espèce *Australopithecus afarensis* en 1978.

La communauté paléoanthropologique internationale prend alors conscience que notre histoire s'enracine profondément en Afrique. La distribution géographique singulière des australopithèques (Afrique australe et orientale),

associée au fait que les plus anciens connus sont tous est-africains (3,6 Ma, Laetoli en Tanzanie), conduit Yves Coppens à proposer, en 1982, le paléoscénario East Side Story, c'est-à-dire l'idée que les préhumains bipèdes ont évolué dans une savane originelle située à l'est du Grand Rift africain. En 1982, la découverte au Pakistan d'un massif facial permet de démontrer que *Ramapithecus* (7-12 Ma), que l'on supposait à l'origine du rameau humain, est en réalité la femelle du *Sivapithecus*, genre apparenté aux pongidés, la famille de l'orang-outan. Le paléoscénario proposé par Yves Coppens se substitue alors très vite à l'hypothèse antérieure d'une origine asiatique de la famille humaine.

Au début du XXI^e siècle, les plus anciens hominidés avérés remontent désormais au Miocène supérieur (11,6 à 5,3 Ma). Ainsi, en Éthiopie, des équipes internationales menées par Yohannes Haile-Selassie aujourd'hui à l'université Case Western Reserve, et Tim White de l'université de Californie, à Berkeley, ont successivement découvert *Ardipithecus kadabba* (5,2-5,8 Ma) puis son successeur pliocène probable *Ardipithecus ramidus* (4,4 Ma); à Lukeino au Kenya, Brigitte Senut, du Muséum national d'histoire naturelle, a pour sa part décrit *Orrorin tugenensis* (6 Ma). Depuis 1995, la MPFT a en outre décrit au nord du Tchad *Australopithecus bahrelghazali*, dit Abel (3,5 Ma), le premier australopithèque connu à l'ouest du Grand Rift africain, puis en 2002 *Sahelanthropus tchadensis*, c'est-à-dire Toumaï et ses frères (7 Ma).

LES HOMINOÏDES, SUPERFAMILLE

D'où sont sorties toutes ces formes? La paléontologie et la phylogénie moléculaire montrent que les hominidés appartiennent au groupe des anthropoïdes, des singes, qui évoluaient en Asie il y a plus de 50 millions d'années, puis, très tôt, sont passés en Afrique. Il existe aujourd'hui deux grands groupes frères de singes anthropoïdes: les Catarrhiniens (singes de l'Ancien Monde) et les Platyrrhiniens (singes du Nouveau Monde ou Néotropicaux). Probablement originaire directement d'Afrique, ce dernier groupe a migré il y a longtemps (vers 37-40 Ma) vers l'Amérique du Sud par une route qui demeure encore conjecturale: îles Shetlands du Sud, péninsule Antarctique...

Au sein du premier groupe, nous les humains, appartenons à la superfamille des Hominoïdes, actuellement représentés en Asie par les gibbons (*Hylobates* et *Symphalangus*) et les orangs-outans (*Pongo*), en Afrique par les gorilles (*Gorilla*) et les chimpanzés (*Pan*), et sur l'ensemble de la

> planète Terre (depuis au moins 200 000 ans en Afrique) par l'espèce *Homo sapiens sapiens*, qui fait partie du genre *Homo*, lui aussi apparu en Afrique il y a de 2,5 à 3 millions d'années.

Compte tenu de la très grande biodiversité des Hominoïdes fossiles miocènes décrits en Eurasie, certains auteurs ont pensé pouvoir envisager une origine eurasiatique de la population ancestrale commune aux gorilles, chimpanzés et humains. D'autres ont même cru devoir décrire très récemment l'existence d'un « possible préhumain » européen dans le Miocène supérieur. Une hypothèse à mon avis trop audacieuse étant donné les restes fossiles bien trop fragmentaires et connus de longue date sur lesquels elle est fondée. Les partisans de cette hypothèse argumentent en effet en se fondant sur des caractères liés à la variabilité individuelle plutôt que sur des synapomorphies robustes (caractères dérivés partagés).

Quoi qu'il en soit, dans les années 1980, les hominidés anciens provenaient tous soit de l'Afrique orientale, soit de l'Afrique australe, de sorte que la théorie de l'East Side Story dominait complètement. C'est dire l'importance des découvertes dans le désert du Djourab au Tchad de la Mission paléanthropologique franco-tchadienne: avec Abel en 1995 (3,5 Ma), l'East Side Story a d'abord été remise en cause, puis dépassée avec Toumaï en 2002 (7 Ma). Il

Orrorin tugenensis (6 Ma), tandis que le plus ancien (7 Ma) est l'hominidé tchadien.

Sahelanthropus tchadensis possède une combinaison unique de caractères primitifs et dérivés qui montre clairement qu'il ne peut être rapproché ni des gorilles ni des chimpanzés. Ces caractères traduisent au contraire son appartenance au rameau humain et par l'âge sa proximité temporelle avec le dernier ancêtre commun aux chimpanzés et aux humains. Au Tchad, les données sédimentologiques et paléobiologiques et l'association faunique (plus d'une centaine d'espèces dans le site de Toumaï...!) témoignent de l'existence, il y a 7 millions d'années, d'un paysage mosaïque dans cette région. Le delta de l'Okavango dans le Kalahari central au Botswana nous paraît être un bon analogue actuel: il comporte un paysage mosaïque fait de rivières, de lacs, de marécages, de zones boisées, d'îlots forestiers, de savanes arborées, de prairies herbeuses et de zones désertiques. Le mode de vie de Toumaï dans ce paysage est encore en cours d'étude, mais comme les autres hominidés du Miocène supérieur, il devait avoir une préférence pour des espaces plus ou moins boisés.

En outre, si Toumaï et les autres hominidés du Miocène supérieur sont liés à des paysages mosaïques plus ou moins arborés, ils étaient probablement tous des bipèdes grimpeurs. Ainsi, le rôle hypothétique crucial attribué à la savane dans l'origine du rameau humain fait dorénavant partie de... l'histoire de notre histoire.

Par ailleurs, par les caractères anatomiques particuliers de sa denture – morphologie des canines à couronnes petites et à usure apicale (à l'extrémité), émail des dents jugales d'épaisseur intermédiaire entre celle des chimpanzés et des australopithèques – et par ceux de son crâne – basicrâne de type bipède –, Toumaï représente un nouveau grade évolutif, le troisième décrit après *Australopithecus* et *Homo*.

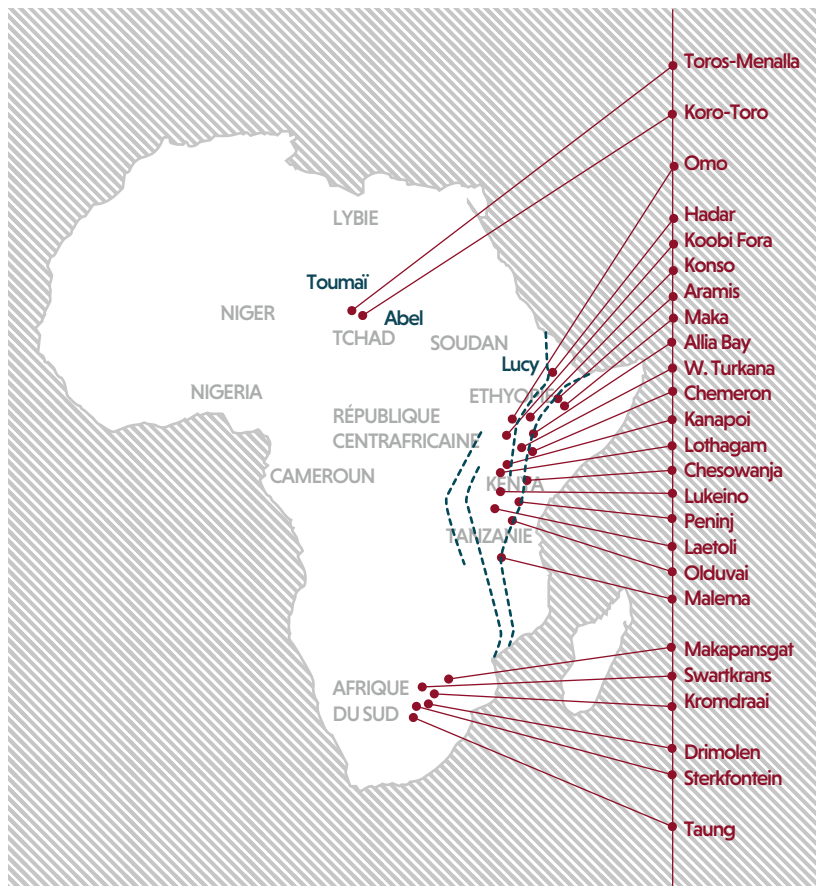
Les deux autres hominidés du Miocène supérieur – l'Éthiopien *Ardipithecus kadabba* et le Kényan *Orrorin tugenensis* – appartiennent sans guère de doute au même grade évolutif. Ceci a d'ailleurs été montré de manière magistrale par Tim White et son équipe pour *Ardipithecus ramidus* par sa denture – canine petite et asymétrique, émail d'épaisseur intermédiaire... –, son crâne – trou occipital en position antérieure – et sa locomotion de type bipède grimpeur – gros orteil complètement opposable, sans cambrure plantaire. Ainsi, ce « pied plat » ne pratiquait pas le *knuckle-walking* (la marche avec doigts de la main repliés permettant de s'appuyer sur le sol avec le dos des secondes phalanges des doigts, une locomotion bien connue chez les chimpanzés actuels) et fréquentait un environnement boisé.

Les fossiles mis au jour depuis 1994 nous ont donc appris que ces premiers hominidés fréquentaient des paysages mosaïques à

Depuis 2002, la longueur de nos racines a doublé : elle est passée de 3,6 à 7 millions d'années

était désormais clair que la théorie d'une origine africaine australe ou orientale de la famille humaine (les paléanthropologues diraient du clade humain) devait être reconsidérée. L'impact scientifique de ces découvertes fut pour cette raison tout à fait comparable à celui de la découverte en Afrique du Sud de l'enfant de Taung, le premier australopithèque.

Depuis 2002, la longueur de nos racines temporelles a aussi presque doublé: elle est passée de 3,6 à 7 millions d'années, puisque trois nouvelles espèces ont été décrites dans le Miocène supérieur: *Ardipithecus kadabba* (5,2-5,8 Ma) et



L'Afrique, ce berceau
Les nombreux sites orientaux qui
ont milité pour l'East Side Story
et les deux sites occidentaux
qui ont provoqué
son renversement.

environnements boisés (ardipithèque), mais aussi des savanes arborées et des prairies herbeuses; nous savons aussi qu'ils n'étaient pas restreints à l'Afrique australe et orientale, mais vivaient dans une zone géographique beaucoup plus vaste incluant l'Afrique sahélienne (du moins l'Afrique centrale avec le Tchad), mais probablement aussi l'Algérie, l'Égypte, la Libye, le Cameroun, le Niger et le Soudan...

Il y a 4 millions d'années environ, ces hominidés anciens ont donné naissance aux australopithèques: *Australopithecus anamensis*, puis *Australopithecus afarensis* (Lucy), *Australopithecus bahrelghazali* (Abel), etc.; eux-mêmes à l'origine entre 2,5 et 3 millions d'années des premiers représentants du genre *Homo*. Ces premiers humains (*H. erectus*) sont aussi les premiers bipèdes terrestres stricts, qui seront ensuite les premiers migrants à se déployer sur le reste de l'Ancien Monde, où les plus anciens actuellement connus sont datés à 1,8 million d'années à Dmanisi en Géorgie.

Ainsi, comme c'est le cas pour tous les autres groupes de mammifères, notre évolution n'est pas linéaire, mais au contraire buissonnante. Au cours de notre histoire évolutive, plusieurs espèces d'hominidés ont souvent coexisté sur la Terre. D'ailleurs, nous ne sommes plus qu'une seule espèce seulement depuis l'extinction d'*Homo floresiensis* (dit le

Hobbit), un petit hominidé mis au jour sur l'île de Flores, en Indonésie, qui n'a probablement disparu qu'il y a quelque 50 000 ans.

Enfin il faut signaler l'extraordinaire découverte faite en 2015 par une équipe française (en collaboration avec des collègues américains) à Lomekwi 3, au Kenya: des outils taillés il y a quelque 3,3 millions d'années, donc avant les plus anciens représentants actuellement connus du genre *Homo*. Elle montre que, contrairement aux anciennes idées reçues, les membres du genre *Homo* ne furent certainement pas les seuls hominidés capables de façonner des outils... Cela est d'autant plus fascinant que les premiers foyers avérés montrent que le feu, pour sa part, ne sera maîtrisé que beaucoup plus tardivement, il y a quelque 500 000 ans.

LES HOMMES MODERNES PEUPLENT LA TERRE

Les hommes modernes vont peupler la Terre à l'exception de l'Antarctique. Les plus anciens sont avérés en Afrique il y a 2-300 000 ans. Puis, ils peupleront successivement le Moyen Orient (avant 100 000 ans), l'Asie (vers 100 000 ans), l'Australie (vers 65 000 ans), l'Europe (vers 40 000 ans), mais n'occuperont le continent américain, par la voie de l'isthme de Bering, que très tardivement (vers 15 000 ans).

Certes, nombre de propositions pour le peuplement américain se sont succédé, mais elles ont toujours été l'objet de controverses. Ainsi, la dernière en date – la proposition d'une migration vers les Amériques il y a quelque 130 000 ans – ne pourra être retenue que lorsque davantage de matériel et de nouvelles datations seront publiés. Sur le site de Cerutti Mastodon, en Californie du Sud, nous disposons en effet de ce qui ressemble à des artefacts qui pourraient avoir servi à casser les os d'un mastodonte (cinq d'entre eux présentent des traces d'impact et d'usure sûrement liées à leur utilisation), ce qui est à la fois impressionnant et bien peu...

Enfin, entre 10 000 et 5 000, dans trois zones géographiques distinctes – la Chine, la Mésopotamie et l'Amérique du Sud – les hommes modernes deviendront sédentaires, agriculteurs et éleveurs.

Toutes ces nouvelles données sont à la fois riches, mais encore trop incomplètes. Elles conduisent d'ores et déjà à reconsidérer l'origine des hominidés anciens et leur histoire dans le cadre de nouveaux paradigmes. Quels que soient ceux qui seront proposés, la discontinuité de nos données montre à tous les paléontologues qu'il faut continuer à faire du terrain afin de mettre au jour de nouveaux fossiles. Comme Toumaï et ceux qui ont été découverts jusqu'à présent, ils éclaireront notre évolution et confirmeront sûrement que nous sommes tous des Africains... et hors d'Afrique tous des migrants... ■

BIBLIOGRAPHIE

M. Brunet, **Nous sommes tous des Africains**, Odile Jacob, 2016.

M. Brunet et al., **A new hominid from the Upper Miocene of Chad, Central Africa**, *Nature*, vol. 418, pp. 145-151, 2002.

M. Brunet et al., **The first australopithecine 2500 kilometers west of the Rift Valley (Chad)**, *Nature*, vol. 378, pp. 273-275, 1995.

2002

La conjecture de Poincaré vaincue

Une célèbre conjecture de topologie énoncée en 1904 par Henri Poincaré résistait aux assauts des chercheurs – jusqu'à ce que Grigori Perelman, mathématicien russe doté d'une personnalité étonnante, prouve l'hypothèse de Poincaré tout en démontrant une conjecture plus vaste.

Avec une série de six articles entamée en 1895 et achevée en 1904, le mathématicien français Henri Poincaré créait ce qu'on appellera la topologie algébrique. Dans ce domaine des mathématiques, on s'efforce d'utiliser l'algèbre pour caractériser les propriétés topologiques d'objets et d'espaces de natures diverses. Poincaré énonça en particulier une conjecture importante portant sur les espaces de dimension 3 et qui est restée longtemps non résolue. Cette célèbre conjecture ne sera démontrée qu'en 2002-2003 par le Russe Grigori Perelman, lequel refusa les récompenses (une médaille Fields et le million de dollars de la fondation Clay) attribuées pour cet exploit.

L'énoncé de la conjecture exige certaines notions préalables. En arrondissant les angles du bord d'un carré, on peut transformer ce dernier en un cercle. On dit que le cercle et le bord du carré sont homéomorphes (c'est-à-dire qu'il existe une bijection continue entre les deux figures). Un topologue s'intéresse à ces transformations homéomorphes et aux propriétés qu'elles conservent.

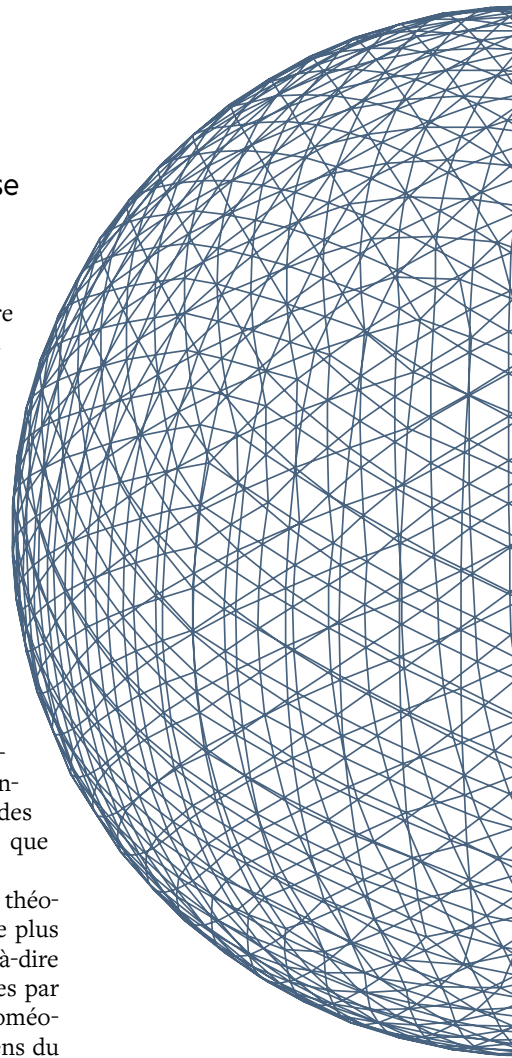
On définit ensuite une variété de dimension n comme un espace dont chaque point a un voisinage homéomorphe à $\mathbb{R}^n$, l'espace euclidien de dimension n . Par exemple, la sphère usuelle est une variété de dimension 2 (une surface), car au voisinage de chacun de ses points, on peut se repérer avec 2 coordonnées. Par ailleurs, un espace est dit compact quand il ne contient aucune suite de points qui file à l'infini. Ainsi, une sphère est compacte, mais une droite ne l'est pas. Enfin, un espace est « simplement connexe » lorsque tout lacet (un

chemin fermé) sur cet espace peut être déformé continûment pour se réduire à un point. La sphère est ainsi simplement connexe, mais pas le tore, puisqu'un lacet qui entoure le trou central ne peut être réduit à un point.

On a maintenant tous les éléments pour énoncer la conjecture de Poincaré, qui peut se formuler ainsi: « Toute variété compacte de dimension 3 et simplement connexe est homéomorphe à la sphère de dimension 3. » La sphère (ou hypersphère) de dimension 3 est l'équivalent, dans un espace de dimension 4, de ce qu'est la sphère usuelle (de dimension 2) dans l'espace tridimensionnel. Plus précisément, la sphère de dimension 3 (et de rayon 1) est l'ensemble des points de coordonnées (x, y, z, t) tels que $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$.

La conjecture de Poincaré, devenue le théorème de Perelman, entre dans un cadre plus large: la géométrisation de l'espace, c'est-à-dire la caractérisation d'espaces topologiques par des objets géométriques qui leur sont homéomorphes. Les travaux des mathématiciens du XIX^e siècle (notamment Gauss et Riemann) auront été nécessaires pour comprendre les surfaces, c'est-à-dire les variétés de dimension 2. Ceux du XX^e siècle l'ont été pour les objets de dimension 3 et pour préparer le terrain à la démonstration par Grigori Perelman de la conjecture de Poincaré.

Dans les années 1970 et 1980, l'Américain William Thurston (mort en 2012) s'est rendu compte que de nombreux espaces topologiques de dimension 3 sont géométrisables. De même qu'en dimension 2, la géométrie euclidienne a



La sphère usuelle est le bord (une surface) de la boule de dimension 3. La sphère en question dans la conjecture de Poincaré est un espace tridimensionnel, qui constitue le bord de la boule de dimension 4...