

Aujourd'hui, une grande majorité des logiciens et philosophes des mathématiques s'accordent sur cette critique fatale aux raisonnements de type Lucas. Il est probable que Gödel ait analysé et éliminé les arguments de type Lucas, et c'est pourquoi il n'a jamais reconnu comme acquise la première option de sa disjonction, qu'il préférerait pourtant.

L'hypothèse du continu est un indécidable absolu, si l'on accepte la définition de Feferman



L'autre option que certains mathématiciens et philosophes considèrent bien plus sérieuse est que des vérités mathématiques nous seront toujours inaccessibles. Plusieurs énoncés candidats ont été discutés et certains pourraient être des indécidables absolus. L'un des principaux candidats est l'«hypothèse du continu», énoncée par Georg Cantor en 1878 (voir l'encadré 1).

Certains axiomes affirmant l'existence d'ensembles très grands (on appelle cela les axiomes de grands cardinaux) sont considérés comme naturels et les mathématiciens sont prêts à les ajouter à ceux de ZFC. Ces axiomes renforcent le pouvoir de démonstration de la théorie des ensembles usuelle et constituent un progrès conforme à ce que Gödel attendait: un enrichissement du monde mathématique accessible à l'esprit humain.

Malheureusement, le mathématicien américain Paul Cohen a montré en 1963 que ces axiomes de grands cardinaux n'ont pas d'effet sur l'hypothèse du continu, qui reste donc indécidable même s'ils sont pris en compte. D'autres travaux, menés il y a une dizaine d'années par l'Américain Hugh Woodin, laissent entrevoir que l'hypothèse du continu pourrait être fausse. Une logique d'un type nouveau, nommée Ω -logique, et une conjecture jugée plausible, la Ω -conjecture, conduisent en effet à la négation de l'hypothèse du continu. On ne peut cependant pas conclure que la question est réglée, puisque la méthode ne fait pas l'unanimité chez les théoriciens des ensembles et que, de plus, la Ω -conjecture n'est pas établie.

Au total, plus d'un siècle après la formulation de l'hypothèse du continu par Cantor, l'esprit mathématique est resté impuissant à savoir ce qu'il en est. Il est donc plausible que nous ayons là un indécidable absolu. De nouveaux arguments sérieux vont d'ailleurs dans ce sens.

En effet, en utilisant une logique de type intuitionniste, c'est-à-dire qui adopte une attitude prudente concernant les énoncés impliquant l'infini, le logicien américain Solomon Feferman (mort en 2016) a proposé en 2011 une définition précise de la notion d'énoncés mathématiques bien définis, c'est-à-dire dont l'esprit mathématique humain doit pouvoir décider de la vérité ou de la fausseté.

Cette approche autorise un traitement rigoureux de la notion de vérité mathématique accessible à l'esprit humain et fournit un outil pour une éventuelle démonstration qu'il existe des indécidables absolus. Moyennant cette notion, Feferman espérait prouver que l'hypothèse du continu est un indécidable absolu, mais il n'y parvint pas. C'est chose faite aujourd'hui: en 2016, Michael Rathjen, de l'université de Leeds, en Angleterre, a prouvé que si l'on admet la définition introduite par Feferman, l'hypothèse du continu est un indécidable absolu.

On ne peut considérer que le problème soit définitivement réglé (il faudrait pour cela que tous les mathématiciens acceptent l'analyse de la notion d'indécidable absolu proposée par Feferman). Toutefois, on constate encore une fois que, en réussissant à rendre précises et purement mathématiques des questions philosophiques, la logique permet de progresser.

DES MONDES MATHÉMATIQUES MULTIPLES?

Une autre approche se fonde sur l'idée du multivers (voir l'encadré 4) parfois prise très au sérieux en physique. Le monde mathématique, comme le monde physique, ne serait pas unique: il en existerait plusieurs versions. Par exemple, dans certains de ces univers mathématiques parallèles, l'hypothèse du continu serait vraie, tandis qu'elle serait fausse dans les autres. Notre intuition mathématique nous donnerait accès uniquement aux vérités communes à tous ces univers. Les indécidables absolus seraient alors les énoncés mathématiques dont le statut, vrai ou faux, change d'une branche du multivers à l'autre.

On a le plaisir de découvrir qu'au moins pour ce qui concerne sa partie relative aux mathématiques, la philosophie, grâce à Gödel et à ses successeurs, est une discipline en progrès où les énigmes, aussi profondes soient-elles, sont susceptibles d'être résolues... même si cela prend beaucoup de temps. ■

BIBLIOGRAPHIE

M. Rathjen, **Indefiniteness in semi-intuitionistic set theories: On a conjecture of Feferman**, *Journal of Symbolic Logic*, vol. 81(2), pp. 742-754, 2016.

L. Horsten et P. Welch (éd.), **Gödel's Disjonction**, Oxford University Press, 2016.

J. Väanänen, **Multiverse set theory and absolutely undecidable propositions**, 2014 (<http://bit.ly/2nTt2UT>).

J. D. Hamkins, **The set-theoretic multiverse**, *The Rev. of Symbolic Logic*, vol. 5(3), pp. 416-449, 2012.

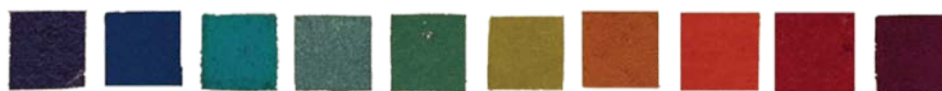
S. Feferman, **Is the continuum hypothesis a definite mathematical problem?**, 2011 (<http://bit.ly/2CkzyIB>).

P. Dehornoy, **Au-delà du forcing: la notion de vérité essentielle en théorie des ensembles**, dans *Logique, dynamique et cognition*, J.-B. Joinet (éd.), Éditions de la Sorbonne, 2007 (<http://bit.ly/2o72Pkr>).

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*



LE PANTONE DE DARWIN



Charles Darwin avait avec lui un dictionnaire des couleurs qui l'a aidé à décrire le monde. L'ouvrage, dû à un peintre et botaniste écossais, s'inspirait des travaux d'un minéralogiste allemand.



eau était d'un Pantone 281 teinté d'un peu de Pantone 286, tandis que le ciel, au-dessus, était d'un Pantone 5395 mêlé d'un peu de Pantone 288.» Ainsi Charles Darwin aurait-il pu décrire les belles couleurs qu'il apercevait, à travers les fentes de son chapeau de paille, près des îles Abrolhos, au large de l'État brésilien de Bahia. C'était à la fin mars 1832; le naturaliste était à bord du *H.M.S. Beagle* depuis trois mois.

Darwin aurait pu s'exprimer de la sorte s'il avait eu connaissance du système Pantone de spécification des couleurs, en vigueur aujourd'hui dans l'imprimerie, l'industrie du textile, celle

des plastiques... Mais ce nuancier de référence des couleurs normalisées n'est apparu que durant la seconde moitié du ^{xx}e siècle. Darwin s'est donc contenté de: «L'eau était indigo teinté d'un peu d'azur, tandis que le ciel, au-dessus, était bleu Berlin [un bleu de Prusse délavé] avec un peu d'outremer.»

Pour autant, le choix des mots pour désigner les couleurs n'était pas aussi imprécis et laissé à l'appréciation de l'auteur qu'on peut l'imaginer. De fait, dès qu'il s'agissait de décrire une couleur, Darwin utilisait un guide pratique intitulé *Werner's Nomenclature of Colours*, soit, en français, *La Nomenclature des couleurs de Werner* (voir l'illustration page ci-contre). Les notes, journaux et œuvres du père de la théorie de l'évolution sont remplis de termes issus de l'ouvrage.

À une époque où la photographie n'existait pas, un tel outil était indispensable pour rendre compte de façon réaliste des spécimens d'animaux, de plantes ou de minéraux collectés pendant le voyage. Des mots sur lesquels tout le monde s'entend, c'est-à-dire un

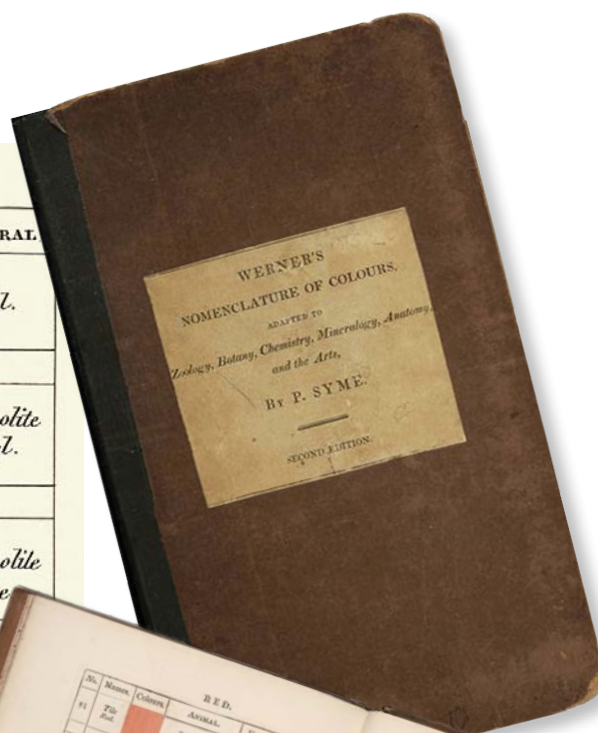
La Nomenclature des couleurs de Werner répertorie plus d'une centaine de couleurs et détaille où on peut les voir dans les mondes animal, végétal et minéral.

vocabulaire commun, permettaient de lutter contre l'atténuation inéluctable, voire la disparition des couleurs avec le temps, surtout celles d'animaux morts et de plantes coupées.

La Nomenclature des couleurs de Werner a été publiée en 1814 par un artiste écossais nommé Patrick Syme. Il s'appuyait sur les travaux menés à la fin du ^{xvii}e siècle par Abraham Gottlob Werner (1749-1817), professeur à l'École des mines de Freiberg, dans l'ouest de l'Allemagne, en Saxe. Dans son livre *Von den äußerlichen Kennzeichen der Fossilien* («Des caractéristiques externes des fossiles»), paru en 1774, le géologue développa une nomenclature des couleurs destinée à faciliter la description et la classification des minéraux. Plusieurs des termes inventés par Werner sont encore en usage aujourd'hui.

GREENS.

N°	Names	Colours	ANIMAL	VEGETABLE	MINERAL
46	<i>Celandine Green.</i>		<i>Phalena. Margaritaria.</i>	<i>Back of Tus-silage Leaves.</i>	<i>Beryl.</i>
47	<i>Mountain Green.</i>		<i>Phalena Viridaria.</i>	<i>Thick leaved Cudweed, Silver leaved Almond.</i>	<i>Actynolite Beryl.</i>
48	<i>Leek Green.</i>			<i>Sea Kale. Leaves of Leeks in Winter.</i>	<i>Actynolite Prase.</i>
49	<i>Blackish Green.</i>		<i>Elytra of Meloe Violaceus.</i>	<i>Dark Streaks on Leaves of Cayenne Pepper.</i>	<i>Serp.</i>
50	<i>Verdigris Green.</i>		<i>Tail of small Long-tailed Green Parrot.</i>		
51	<i>Bluish Green.</i>		<i>Egg of Thrush.</i>	<i>Under Disk Wild Rose L.</i>	
52	<i>Apple Green.</i>		<i>Under Side of Wings of Green Broom Moth.</i>		
53	<i>Emerald Green.</i>		<i>Beauty Spot on Wing of Teal Drake.</i>		<i>Emerald.</i>



Fasciné par l'ouvrage, Patrick Syme entreprit de le traduire et même de l'enrichir à partir de ses propres connaissances. Peintre et botaniste auprès de plusieurs sociétés savantes d'Édimbourg, il a élargi le système, cantonné aux minéraux dans sa version originale, aux organismes vivants, animaux et végétaux.

Il en résulte un ouvrage répertoriant plus d'une centaine de couleurs. Chacune y est d'abord nommée, puis montrée sur un petit carré peint et enfin documentée: les animaux, les végétaux et les minéraux arborant cette couleur sont listés. Par exemple, le bleu de Prusse (Pantone 5395) se retrouve sur le miroir des colverts (la zone bleu-violet des ailes), sur les étamines des anémones bleu-pourpre et dans l'azurite (un carbonate de cuivre).

En la personne du plus célèbre des naturalistes, *La Nomenclature des couleurs de Werner*, de Patrick Syme, a eu la meilleure publicité que l'on puisse imaginer. Mais elle n'était qu'un exemple parmi les nombreuses taxonomies des couleurs proposées en Europe au XIX^e siècle pour quiconque souhaitait décrire la nature.

D'ailleurs, la classification des couleurs proposée par la société Pantone plonge ses racines dans l'un de ces ouvrages qui fleurissaient à cette époque, en l'occurrence, la *Nomenclature of Colors for Naturalists and Compendium of Useful Information for Ornithologists*, une nomenclature des couleurs élaborée en 1886 par l'Américain Robert Ridgway pour les ornithologues.

Aujourd'hui, vous pouvez emboîter le pas de Darwin et utiliser *La Nomenclature des couleurs de Werner* lors de vos promenades dans la nature, car la Smithsonian Institution a eu la bonne idée d'en publier un fac-similé. Vous pourrez alors traquer le vert asperge, le rouge sang artériel, le gris français, le noir de velours, le blanc lait écrémé... ■

Le site du fac-similé:

<http://bit.ly/2oKBeHf>

L'ouvrage de Patrick Syme en pdf:

<http://bit.ly/2oV38zw>



Retrouvez la rubrique
Art & science sur
www.pourlascience.fr

LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

COMMENT CUIRE UN ŒUF D'AUTRUCHE ?

Un œuf d'autruche a une taille à peu près triple de celle d'un œuf de poule. Sa cuisson devrait-elle être trois fois plus longue ? On est loin du compte, et la façon dont diffuse la chaleur explique pourquoi.

Pour cuire à la coque un œuf de poule d'environ 4,5 centimètres de largeur, il faut le plonger 3 minutes dans l'eau bouillante. Quelle doit alors être la durée de cuisson pour un œuf d'autruche qui fait 13-15 centimètres de diamètre ? Faut-il choisir une durée proportionnelle à la taille, c'est-à-dire une durée environ 3 fois plus longue, soit 9 minutes, ou au poids, c'est-à-dire une durée environ $3^3=27$ fois plus longue, soit 81 minutes ?

Ni l'une ni l'autre : on conseille 35 à 40 minutes ! Ce choix résulte de la nature du phénomène physique en jeu dans cette cuisson, à savoir la diffusion de la chaleur, et de l'une de ses propriétés particulières : le temps pour qu'une variation de température se transmette d'un endroit à un autre augmente comme le carré de la distance à parcourir.

Que se passe-t-il lorsqu'on cuit un œuf ? Celui-ci est constitué d'un blanc et d'un jaune dont les protéines coagulent

à environ 60°C (respectivement 62°C et 68°C pour l'œuf de poule). La cuisson est donc pilotée par le profil de température au sein de l'œuf et son évolution au cours du temps. Pour réaliser l'œuf « parfait », cher au gastronome moléculaire Hervé This, il suffit de plonger l'œuf dans de l'eau maintenue à 65°C et d'attendre assez longtemps pour que tout l'intérieur ait atteint cette température. Celle-ci étant comprise entre les températures de coagulation du blanc et du jaune, le premier coagule, mais pas le second.

ATTEINDRE LA BONNE TEMPÉRATURE

Pour un œuf d'autruche « parfait », il faudrait le plonger plusieurs heures dans un bain-marie. On se contentera donc de le cuire à la coque dans de l'eau bouillante ; mais pendant combien de temps ?

L'œuf étant déjà un objet complexe pour un physicien (une coquille, un blanc, un jaune...), commençons par le cas plus simple... d'une pomme de terre épluchée !



Le temps de cuisson des aliments dépend de leur taille. Il dépend aussi de leur forme, à poids ou volume égal.

Dans ce cas, la température qui pilote la cuisson est 65°C, valeur à laquelle les grains d'amidon de la patate se désagrègent et absorbent l'eau. Expérimentalement, on s'aperçoit qu'il faut 4 minutes à 100°C pour cuire un tout petit cube de pomme de terre, tandis qu'au-delà de 16 minutes, le morceau se désagrége complètement. Qu'en est-il avec une pomme de terre entière ?

Pour comprendre la physique mise en jeu, rappelons-nous que la température est une mesure du degré d'agitation des molécules. La température est proportionnelle à l'énergie cinétique moyenne de translation des atomes ou molécules ; on a alors