

Au XVIII^e siècle, tandis que des professeurs expliquaient le mouvement des planètes autour du Soleil, comme sur cette gravure d'une peinture d'époque du Britannique Joseph Wright of Derby, des savants s'interrogeaient sur un cas particulier fictif de ce mouvement : la chute d'un corps ponctuel sur son centre d'attraction, lui aussi ponctuel.



L'ESSENTIEL

> En mathématiques et en physique, il existe des points singuliers qui posent des problèmes à la théorie.

> Au XVIII^e siècle, les mathématiciens D'Alembert et Euler ont rencontré une telle singularité lors de l'étude de la chute d'un corps ponctuel, mais n'ont pas ou mal perçu sa nature exceptionnelle.

> Ils proposèrent chacun une solution fondée sur des arguments peu rationnels.

> Il fallut plus d'un siècle pour que des savants se convainquent de l'inutilité d'une telle recherche : en cette singularité, la théorie atteint ses limites...

L'AUTEUR



JACQUES GAPAILLARD
professeur honoraire
à l'université de Nantes
où il a enseigné
les mathématiques
et l'histoire de l'astronomie

Le trou noir des Lumières

Au XVIII^e siècle, d'illustres savants se sont trouvés confrontés à une singularité mathématique. Sans soupçonner qu'elle constituait un sérieux obstacle théorique, ils n'hésitèrent pas à passer outre de façon *a priori* plausible ou, au contraire, carrément extravagante.

En astrophysique, un trou noir est une région si dense de l'espace-temps que rien ne s'en échappe, pas même la lumière. Ces objets célestes si particuliers présentent des singularités

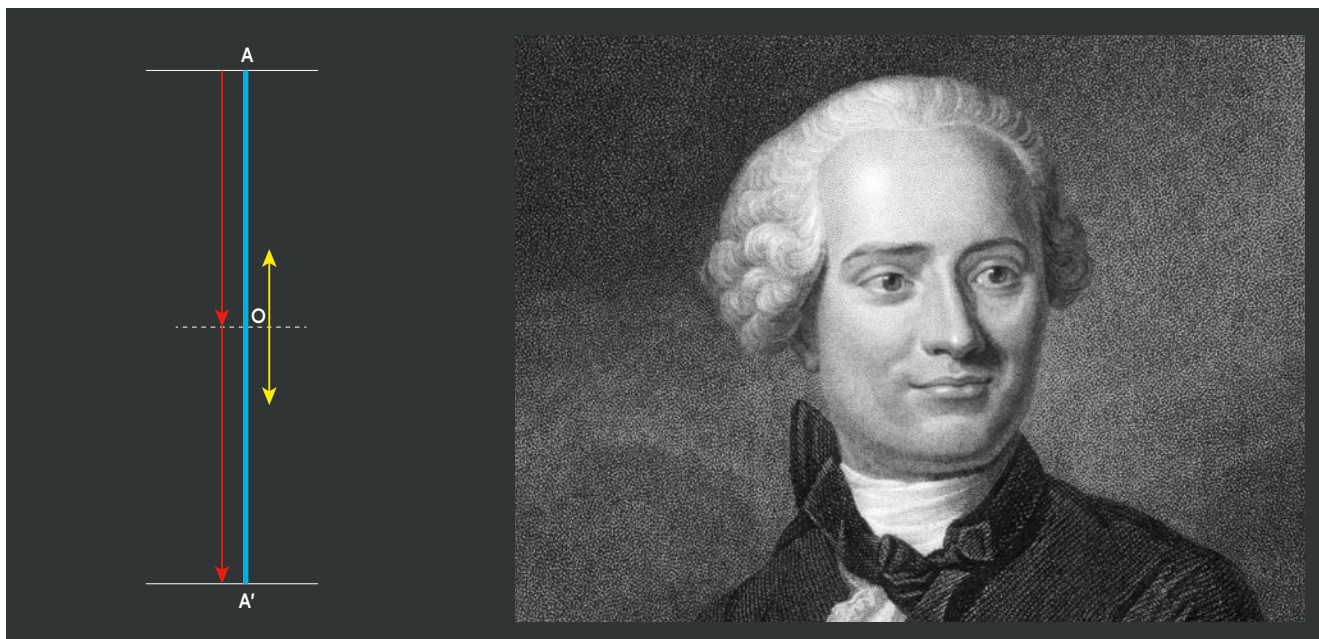
de l'espace-temps : des points ou des régions que la théorie mathématique de la gravitation – la relativité générale – ne sait pas décrire. Des singularités existent dans nombre de champs mathématiques. On en rencontre notamment dans l'étude des courbes et des surfaces, ou dans celle des fonctions d'une variable complexe, ou encore des équations différentielles. Aujourd'hui, les scientifiques savent que ces points sont en général hors du domaine de validité de leur théorie. Mais cela n'a pas toujours été le cas, et les premières confrontations à des singularités ont même conduit à d'étranges solutions issues de raisonnements peu rationnels. C'est ainsi qu'au XVIII^e siècle, des mathématiciens aussi reconnus que Jean Le Rond D'Alembert et Leonhard Euler

ont rencontré une singularité dans un problème très simple de mécanique théorique classique – qui ressemble à celui d'un trou noir ponctuel dans un espace de dimension 1 – et n'ont pas bien pris la mesure de la difficulté qui lui était liée...

UNE DÉLICATE QUESTION

Le problème en question traitait de la chute d'un corps ponctuel sur un autre. En mécanique théorique classique, dite aussi newtonienne ou rationnelle, il est commode et habituel de considérer la fiction d'un point matériel, c'est-à-dire d'un point géométrique doté d'une masse. D'après la loi de Newton de la gravitation, un tel point matériel, situé en un point fixe O de l'espace, dit centre d'attraction, exerce sur un autre point matériel P, à la distance r de O, une force d'attraction d'intensité proportionnelle à $1/r^2$. Du moins est-ce le cas aussi longtemps que $r \neq 0$. Mais si r vient à s'annuler, l'attraction exercée sur P n'est plus définie et, pour elle, O est le siège d'une singularité.

>



> Ici, le centre d'attraction O est regardé comme une pure abstraction géométrique, où aucun objet matériel n'est supposé se trouver. Il s'agit donc d'une situation dépourvue de réalité physique. Néanmoins, rien n'interdit de considérer le problème mathématique posé par le mouvement d'un point matériel P soumis à une attraction en $1/r^2$ qui émanerait de O.

Dans ces conditions, Newton avait déjà pratiquement établi, dans ses *Principia* (1687), que si P se trouve en dehors de O à un instant donné, avec une vitesse non nulle et non dirigée selon la droite OP, il décrira ultérieurement dans l'espace un arc de parabole ou d'hyperbole, ou encore il accomplira des révolutions sur une ellipse à l'instar des mouvements planétaires autour du Soleil, toutes ces coniques ayant un foyer en O. Mais le cas qui nous occupe ici est celui de la chute libre où P, abandonné hors de O avec une vitesse initiale nulle, se dirige directement vers ce point. Le calcul montre que sa vitesse croît alors au-delà de toute limite pour devenir infinie lorsqu'il atteint O, à l'issue d'un temps fini.

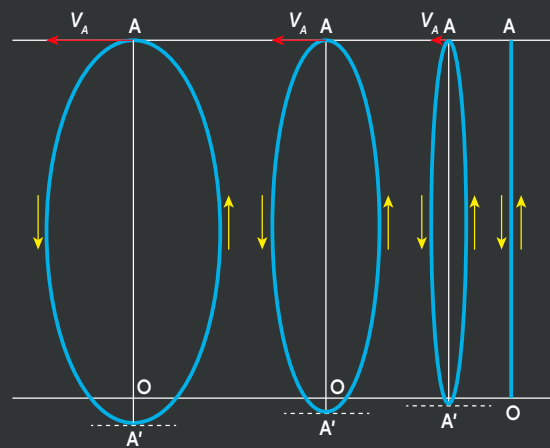
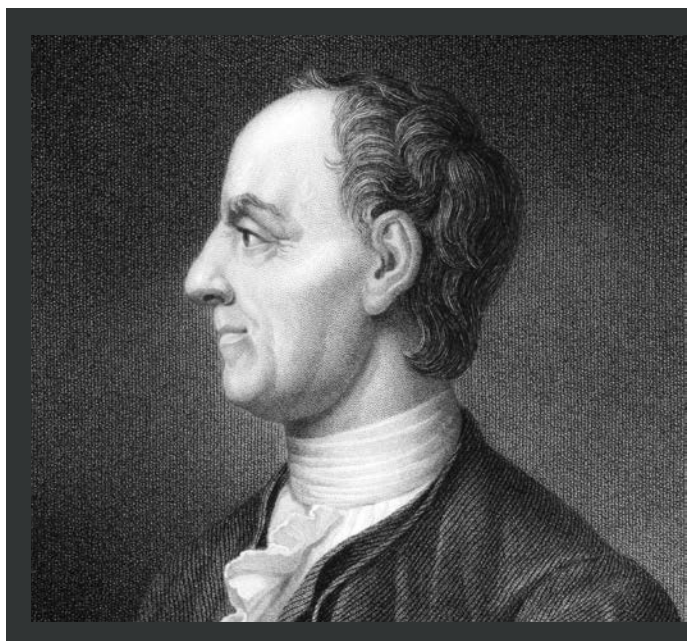
Et après? Que se passe-t-il une fois que P est parvenu en O? Il semble d'abord que P ne puisse faire autrement que continuer en ligne droite au-delà de O, où il est arrivé avec un formidable élan. Quoi de plus intense, en effet, que l'élan conféré par une vitesse infinie? Mais d'un autre côté, à mesure que P s'approche de O, son attraction vers ce point voit, elle aussi, son intensité dépasser toute limite pour devenir infinie quand P atteint O, d'où il ne paraît pas pouvoir s'échapper. Alors, entre une vitesse prodigieuse et une attraction qui ne l'est pas moins, laquelle va l'emporter sur l'autre?

Un grand spécialiste de la mécanique classique, Paul Appell, tranche la question à sa manière. Dans son *Cours de mécanique rationnelle* (1888), il avance un argument qu'il reprendra dans son célèbre *Traité de mécanique rationnelle* (1893) et qui consiste à observer que le cas du point matériel P atteignant le centre d'attraction n'est pas envisageable, car «le mobile s'approchera de O avec une vitesse croissant indéfiniment, circonstance qui ne peut évidemment pas se réaliser physiquement: il y aura un choc avant que la distance des deux corps s'annule». Mais cet argument ne résout en rien le problème purement théorique tel qu'il a été posé ci-dessus, où le centre d'attraction, rappelons-le, est un simple point géométrique.

UNE ÉVIDENCE DE D'ALEMBERT

Dans le tome VII de ses *Opusculs mathématiques* (1780), D'Alembert, le plus grand mathématicien français de son époque, déclare au sujet de ce délicat problème: «Il est évident [que le point P] doit alors continuer son chemin au-delà [du centre d'attraction], en s'en éloignant jusqu'à une distance égale à celle d'où il est parti, et qu'il reviendra ensuite sur ses pas, en faisant les mêmes vibrations.» Autrement dit, le mobile P effectuera une suite d'oscillations rectilignes et symétriques de part et d'autre du centre O d'attraction, à la manière d'un mouvement pendulaire (voir le schéma ci-dessus). C'est en effet la solution qui doit s'imposer à D'Alembert à partir du moment où il admet, apparemment sans hésiter, que le mobile franchira ce centre en poursuivant sa course rectiligne. Sans aucune considération pour une

Pour Jean Le Rond D'Alembert, il était évident qu'un point matériel lâché en A et soumis à un centre d'attraction O ponctuel traverserait ce point, continuerait sa route jusqu'au symétrique A' de A par rapport à O, puis rebrousseait chemin, oscillant indéfiniment entre A et A'.



Leonhard Euler avança une solution autre que celle de D'Alembert : il imagina d'abord que le point matériel avait une vitesse V_A non nulle perpendiculaire à OA , de façon que sa trajectoire soit une ellipse de foyer O et de grand axe AA' . Puis il diminua la vitesse V_A jusqu'à l'annuler, ce qui aplatit l'ellipse, tandis que A' se rapprochait de O . Mais quant à affirmer qu'en passant à la limite, le mouvement orbital sur l'ellipse va se réduire à un va-et-vient rectiligne entre A et O , c'est une tout autre affaire.

attraction vers O où son intensité devient pourtant infinie, il ne retient que l'aspect dynamique d'un mouvement rendu irrésistible par sa vitesse également infinie en ce point.

Ce n'est d'ailleurs pas la première fois que D'Alembert se fie à une prétendue évidence. Dans un discours prononcé en 1771 à l'Académie des sciences, il envisage un tir vertical effectué au pôle et déclare que le boulet retombera toujours, «quelque prodigieuse vitesse qu'on lui imprime». Mais dans le même volume des *Opuscules*, où il publie les démonstrations des résultats qu'il s'était borné à énoncer en 1771, au sujet de ce qu'il avait dit du tir vertical au pôle, il se contente d'affirmer que c'est une évidence. Or c'est faux ! Dès que le boulet est projeté avec une vitesse initiale égale ou supérieure à la vitesse de libération d'environ 11,2 kilomètres par seconde, il s'éloigne sans retour, jusqu'à l'infini.

Toujours est-il qu'au sujet de notre problème, le lecteur de D'Alembert doit recevoir son résultat pendulaire comme une vérité première qu'il n'est pas même utile de chercher à démontrer. Et pourtant, il s'est trouvé un savant, et pas des moindres, pour soutenir une tout autre solution.

Dans ce même mémoire de 1780 où il a livré sa réponse oscillatoire, D'Alembert poursuit en évoquant une solution très différente du même problème, trouvée par Leonhard Euler. Le mathématicien suisse, le plus célèbre du XVIII^e siècle, avait en effet devancé son collègue français avec un résultat pour le moins inattendu et qui est loin d'avoir convaincu ce dernier : «Il est vrai que M. Euler, dans sa *Mécanique* [...], croit qu'un corps qu'on laisserait tomber directement au [centre O des accélérations], lorsque

la force centrale est en raison inverse du carré de la distance, doit revenir sur ses pas quand il est arrivé en $[O]$. Mais il est visible que ce grand géomètre s'est trompé sur ce point.»

D'Alembert n'est sans doute pas mécontent de pouvoir contester un résultat d'Euler avec lequel il est en froid à cette époque, résultat qu'il qualifie d'absurde. On peut en effet s'interroger sur la manière dont Euler est parvenu à une conclusion aussi contre-intuitive, avec un brusque retournement d'une vitesse infinie. Car cette solution n'a d'égard pour aucune des deux quantités infinies litigieuses, qu'il s'agisse de la vitesse du point P en O dans le sens de la chute, ou de l'attraction qu'il subit en ce point.

UN TÉMÉRAIRE PASSAGE À LA LIMITE POUR EULER

Reprenant un procédé déjà utilisé par Newton, Euler aborde le problème au premier tome de sa *Mechanica* (1736), rédigée en latin. Il suppose d'abord qu'à l'instant initial où il est en A , le mobile P a une vitesse V_A dirigée perpendiculairement à OA , telle que sa trajectoire soit une ellipse de grand axe AA' et dont O est l'un des foyers (voir le schéma ci-dessus). Puis Euler imagine que la vitesse V_A , toujours perpendiculaire à OA , diminue jusqu'à s'annuler. Alors l'ellipse va s'aplatir tandis que A' se rapprochera de O et, à la limite, elle va se confondre avec le segment OA . C'est par ce passage à la limite, non seulement géométrique mais étendu au mouvement de P , qu'Euler obtient son curieux résultat. Assurément, il s'est fié à un passage à la limite bien téméraire, et cela d'autant plus que, tout comme D'Alembert, Euler ne place en O aucune masse ponctuelle qui, au moins dans une ➤

> certaine mesure, pourrait justifier un rebond de P en ce point. De plus, c'est accorder clairement un pouvoir répulsif au centre d'attraction, paradoxe que des ennemis de la mécanique newtonienne dénonçaient déjà dans le mouvement orbital elliptique. Certains s'étonnaient, en effet, que chaque planète doive passer la moitié de son temps à s'éloigner du Soleil qui est censé l'attirer.

L'AMBIGUÏTÉ DE LAPLACE

Que deux théoriciens comme D'Alembert et Euler, qui sont parmi les plus habiles de leur temps, parviennent à deux conclusions aussi opposées sur une question de mécanique du point apparemment banale, est assurément l'indice d'un sérieux problème. Il ne semble pas douteux que leurs successeurs auront bientôt mis fin à ce scandale scientifique. Or en 1799, Pierre-Simon Laplace, mathématicien majeur du tournant du siècle, s'est effectivement exprimé sur ce sujet au premier tome de son *Traité de mécanique céleste*.

Après avoir rappelé comment le procédé de l'ellipse qui s'aplatit peut servir à calculer la durée de la chute libre rectiligne jusqu'au centre d'attraction à l'aide d'un passage à la limite qui fonctionne, il poursuit par cette mise au point : « Il y a cependant une différence essentielle entre le mouvement elliptique [*sic*] vers le foyer et le mouvement dans une ellipse infiniment aplatie. Dans le premier cas, le corps, parvenu au foyer, passe au-delà, et s'en éloigne à la même distance dont il était parti; dans le second cas, le corps parvenu au foyer revient au point d'où il était parti. Une vitesse tangentielle à l'aphélie [le point A], quelque petite qu'elle soit, suffit pour produire cette différence qui n'influe pas sur le temps que le corps emploie à descendre vers le foyer. »

À première lecture, et même après correction du lapsus d'« elliptique » substitué à « rectiligne », ce texte paraît assez obscur. Il semble bien, en effet, que Laplace accomplisse le tour de force de concilier l'inconciliable en déclarant, sans les nommer, que D'Alembert (« premier cas ») et Euler (« second cas ») ont tous les deux raison ! En effet, tout en n'opposant aucune objection à la solution de D'Alembert, Laplace présente une sorte de justification de celle d'Euler. Et, à cet effet, il introduit le curieux concept d'ellipse infiniment aplatie, entendant par là une ellipse aussi aplatie qu'on le désire, mais qui n'est pourtant pas une ellipse totalement aplatie, dégénérée en un segment de droite comme chez Euler. Laplace entretient toutefois l'ambiguïté de son propos en évoquant « le corps parvenu au foyer », alors qu'en toute rigueur il n'y passera pas, puisque sa trajectoire reste une ellipse. Finalement, de ce surprenant discours, et malgré le lapsus signalé plus haut, les lecteurs de Laplace ont seulement retenu qu'il se

ET SI ON POSE L'ÉQUATION ?

L'équation différentielle qui décrit le problème de chute d'un corps dont discutent Euler et D'Alembert est facile à écrire. Il suffit d'appliquer le principe fondamental de la dynamique au mobile ponctuel : son accélération est proportionnelle à la somme des forces qui agissent sur lui, ici l'attraction en $1/r^2$ qu'il subit de la part du point O. On obtient une équation du type : $d^2r/dt^2 = -k/r^2$, où k est une constante positive. Sa résolution est en revanche bien plus compliquée. Il est assez simple d'en déduire une expression du temps t en fonction de la distance r , mais l'inverse se révèle impossible avec les fonctions usuelles, et le calcul n'apprend rien sur ce qui se produit en O, si ce n'est que le mobile y parvient avec une vitesse infinie...

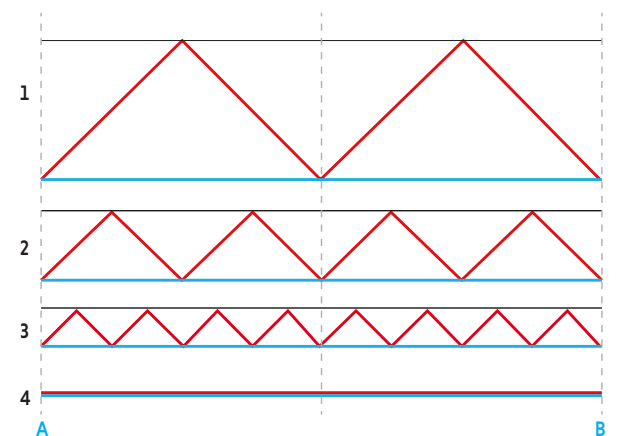
rangeait à l'opinion de D'Alembert, laquelle est longtemps restée l'opinion dominante.

Au second tome de son *Histoire des mathématiques* (1758), Jean-Étienne Montucla s'est également intéressé au mouvement rectiligne du point matériel P vers le centre d'attraction O. Se référant à Newton et sans nommer Euler, il regarde lui aussi ce mouvement comme le cas limite d'un mouvement elliptique et en conclut : « Le corps ne passera pas au-delà [du centre]. » Mais il ajoute aussitôt : « On peut même assurer qu'il ne rebroussera pas chemin. Car on ne saurait assigner aucune cause qui le réfléchisse en sens contraire. » Montucla est donc clairement opposé à la solution d'Euler, mais aussi, par anticipation, à celle de D'Alembert car, pour lui, le point P parvenu en O doit y rester !

Cette opinion inattendue, et peut-être plus dérangement encore que celle d'Euler puisqu'elle implique une annihilation instantanée d'une vitesse infinie, s'appuie sur une remarque mathématique. Montucla observe en effet que si P, à la distance r de O, s'en approche sous l'action d'une force f proportionnelle à $1/r^2$, sa vitesse V croît moins vite que cette force quand r tend vers 0, car, selon lui, elle est seulement proportionnelle à $1/r$. Cette dernière assertion est erronée, car V varierait approximativement comme $1/\sqrt{r}$, mais cette correction ne fait qu'appuyer davantage son argument qui est d'en conclure que, dans la lutte entre l'attraction et la vitesse infinie en O, c'est la première qui l'emporte. On devine que, parmi les

LIMITE ET LIMITE

Dans sa solution du problème de la chute d'un point matériel sur un point attractif, Euler invoquait un audacieux « passage à la limite ». Or ce procédé ne fonctionne pas toujours : la figure ci-dessous montre les trois premières étapes d'un processus qui, poursuivi indéfiniment, conduit les lignes brisées rouges à se confondre, à la limite, avec le segment bleu AB. Mais si la longueur de AB est a , celle de chaque ligne rouge entre A et B est $a\sqrt{2}$. Dans ce cas, le passage à la limite ne permet donc pas d'obtenir la longueur de AB à partir de celle des lignes rouges.



contemporains de Montucla, il s'en trouvait sans doute bien peu pour admettre la possibilité d'un tel arrêt. Sa conclusion fut pourtant reprise au siècle suivant, fondée sur une vitesse qui deviendrait imaginaire si P dépassait O . Mais cet argument avait déjà servi à soutenir la solution d'Euler et, de toute façon, cette vitesse imaginaire était illusoire car les calculs étaient faux !

UN TROU NOIR PONCTUEL

Le débat théorique évoqué ici est resté marginal, car le mouvement gravitationnel rectiligne, sans application en astronomie, ne semble pas avoir beaucoup préoccupé les auteurs d'ouvrages sur la mécanique, et moins encore le problème posé par la chute jusqu'au centre d'attraction. Aussi le fin mot de l'affaire ne sera-t-il que tardivement révélé, au moins par Paul Painlevé au premier tome de son *Cours de mécanique professé à l'École polytechnique*, publié en 1930.

À propos du mobile ponctuel parvenu au centre d'attraction avec une vitesse infinie, il se contente de noter qu'après cet événement, « la discussion ne peut être poursuivie ». Ici, aucune tentative de justifier mathématiquement l'arrêt du mouvement au centre d'attraction, comme ce fut le cas, en particulier, de la part de Montucla qui semble avoir eu raison avant tout le monde. L'arrêt du mobile est inhérent à la théorie même. Painlevé déclare simplement qu'après l'arrivée du mobile au centre d'attraction, la mécanique rationnelle n'a plus rien à dire. En ce qui la concerne, le mouvement du mobile s'arrête nécessairement là, et toutes les spéculations au sujet de ce mouvement après cet événement sont dépourvues de valeur scientifique.

Euler et D'Alembert n'avaient pas prévu un tel dénouement, mais il faut reconnaître que même jusqu'à l'époque de Painlevé, après deux siècles de mécanique newtonienne triomphante, seulement tempérés par les succès de la théorie de la relativité au début du xx^e siècle, cet aveu d'impuissance à prédire ce qu'il adviendrait du mobile une fois le centre atteint n'était pas facilement envisageable.

La cause précise de l'échec de la mécanique à prédire ce qu'il adviendra au centre d'attraction réside en ce qu'elle interdit que la trajectoire d'un point matériel passe par un point où sa vitesse et la force qui le sollicite ne seraient pas dûment définies, ce qui exclut d'éventuelles valeurs infinies. Tout simplement parce que de telles données imparfaites en ce point ne constituent pas des conditions initiales exploitables pour déterminer le comportement ultérieur du mobile. Cela dit, l'efficacité de la mécanique rationnelle n'est pas en cause. L'objection de Paul Appell rapportée plus haut revient à dire que la « délicate question » posée

au départ n'est pas pertinente du point de vue de la mécanique rationnelle. En effet, avec l'abstraction d'un point où rien n'existe et qui exerce pourtant une force attractive sur les corps matériels, le cadre du problème s'écarte délibérément du monde réel où doit opérer cette théorie. Dans ce cadre fictif, le centre d'attraction est une singularité qui, pendant

Euler et D'Alembert n'avaient pas prévu un tel dénouement

longtemps, n'a guère troublé les théoriciens, mais qui sort du champ opératoire de la mécanique rationnelle. Pour elle, le mouvement du point matériel en chute libre doit nécessairement s'arrêter en ce point singulier qui se comporte alors comme une sorte de trou noir ponctuel, avec « absorption » finale et définitive du mobile par cette singularité.

Un tel trou noir purement mathématique semble bien éloigné des trous noirs dont s'occupe l'astrophysique moderne et dont l'existence, dans le cadre de la mécanique newtonienne, avait déjà été prévue au $xviii^e$ siècle, en particulier par Laplace au second tome de son *Exposition du système du monde* (1796). Ces trous noirs sont généralement de dimension non négligeable, comme ceux d'origine stellaire. Ils peuvent même être gigantesques, comme les trous noirs supermassifs dont l'existence est soupçonnée au cœur des galaxies. Mais l'astrophysique envisage aussi la possibilité de trous noirs quasi ponctuels, comme les microtrous noirs primordiaux aux propriétés quantiques qui seraient apparus aux premiers instants de l'Univers.

En fait, la principale différence réside dans la façon d'appréhender ces singularités. Le point matériel, parvenu au centre d'attraction sur lequel il s'est précipité avec une vitesse infinie, y subit une sorte de mort mathématique. Les savants du $xviii^e$ siècle ignoraient qu'en prédisant son mouvement au-delà, ils lui inventaient une vie après la mort. Aujourd'hui, que les trous noirs rencontrés soient gigantesques ou ponctuels, les scientifiques sont conscients des limites de leurs théories. Et si certains cherchent à savoir ce qui survient au cœur d'un trou noir ou à la naissance de l'Univers, c'est en invoquant de nouvelles théories. ■

BIBLIOGRAPHIE

J. Le Rond D'Alembert, **Opuscules mathématiques (tome VII)**, 1780.
gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k62457r/f113

L. Euler, **Mechanica (tome I)**, 1736.
<http://eulerarchive.maa.org/pages/E015.html>

P.-S. Laplace, **Traité de Mécanique céleste (tome I)**, 1799.
gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8615811x.image

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul
P.86 Art & science
P.88 Idées de physique
P.92 Chroniques de l'évolution
P.96 Science & gastronomie
P.98 À picorer

LES CARRÉS MAGIQUES D'AIRES

On s'intéresse aux carrés magiques depuis plus de deux millénaires. Des amateurs d'énigmes leur ont récemment associé des exigences géométriques, ce qui enrichit spectaculairement le domaine.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au Centre
de recherche en
informatique, signal
et automatique de Lille
(Cristal)



Jean-Paul Delahaye a récemment publié : **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

En juin 2013, cette rubrique était consacrée aux carrés magiques géométriques, les « carrés géométriques », une merveilleuse invention de Lee Sallows. Cet ingénieur britannique en a développé la théorie pour réaliser une impressionnante collection de solutions réunies dans son livre *Geometric Magic Squares. A Challenging New Twist Using Colored Shapes Instead of Numbers* (Dover, 2013).

Lee Sallows a introduit la géométrie dans l'arithmétique des carrés magiques de la façon suivante (voir l'encadré 1) : les formes géométriques de chaque case d'un tableau carré sont différentes, mais de même aire ; les formes des cases de toutes les lignes, toutes les colonnes et des deux diagonales constituent les pièces d'un même puzzle, par exemple un même rectangle.

En décembre 2016, William Walkington, un passionné britannique de divertissements mathématiques, a découvert une géométrisation plus directe des carrés magiques. Il a nommé son invention *area magic squares*, que nous traduirons par *carrés magiques d'aires*. Ces objets géométrico-arithmétiques suggèrent une famille de problèmes qui exigent des techniques spécifiques d'attaque dont seul un petit nombre est aujourd'hui maîtrisé. Ces problèmes donneront du fil à retordre à des générations d'amateurs de récréations mathématiques : un nouveau chapitre du domaine ludique des carrés magiques vient de s'ouvrir !

Un carré magique classique est un tableau de nombres entiers, tous différents, possédant n lignes et n colonnes, ayant la rare propriété qu'en additionnant les nombres de chaque ligne ou de chaque colonne, on trouve toujours la même somme S . On exige aussi que le total des nombres de chacune des deux diagonales soit égal à S ; si ce n'est pas le cas, le carré est seulement « semi-magique ». Pour un carré de taille $n \times n$, cela conduit donc à $2n+2$ sommes de n nombres qui doivent toutes valoir S . On s'amuse parfois à satisfaire des contraintes supplémentaires : que les entiers utilisés soient consécutifs, ou que ce soient tous des nombres premiers, etc.

L'idée des carrés magiques d'aires est de prendre un carré magique classique, de taille $n \times n$, et de lui associer le découpage d'une surface carrée en n^2 formes correspondant aux n^2 cases du carré magique, avec la contrainte que chacune des n^2 formes du découpage doit avoir une aire proportionnelle au nombre correspondant du carré magique utilisé (voir l'encadré 1, dessin b).

UNE MÉTHODE GÉNÉRALE DE CONSTRUCTION

Est-il toujours possible d'associer un carré magique d'aires à un carré magique usuel donné ? Est-ce difficile ?

La réponse est qu'il existe une méthode simple et systématique permettant d'associer, à chaque carré magique usuel connu, un carré ➤