

BIBLIOGRAPHIE

N. Gauvrit et al., **Generalized Benford's law as a lie detector**, *Advances in Cognitive Psychology*, vol. 13(2), pp. 121-127, 2017.

M. Valadier, **The Benford phenomenon for random variables. Discussion of Feller's way**, prépublication arXiv:1203.2518, 2012.

N. Gauvrit et J.-P. Delahaye, **Scatter and regularity imply Benford's Law... and more**, dans Hector Zenil (éd.), *Randomness through computation : Some answers, more questions*, World Scientific, ch. 4, pp. 53-69, 2011.

N. Gauvrit et J.-P. Delahaye, **La loi de Benford générale**, *Math. Sci. Hum. Math. Soc. Sci.*, vol. 186, pp. 5-15, 2009.

N. Gauvrit et J.-P. Delahaye, **Pourquoi la loi de Benford n'est pas mystérieuse**, *Math. Sci. Hum. Math. Soc. Sci.*, vol. 182, pp. 7-15, 2008.

J.-P. Delahaye, **L'étonnante loi de Benford**, *Pour la Science* n° 351, pp. 90-95, janvier 2007.

$\log_{10}$ par une autre du même type, c'est-à-dire croissante et continue.

Si f est une fonction continue croissante, si l'on choisit des nombres réels r au hasard sur une large plage, et si la loi qui indique la probabilité de tomber sur une des valeurs possibles est assez régulière et étalée, alors la partie fractionnaire des $f(r)$ sera, à peu de choses près, uniformément répartie entre 0 et 1.

Là encore, des théorèmes sont possibles. Malheureusement, pour les fonctions f que l'on peut envisager (par exemple $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$, $f(x) = \exp(x)$) il n'y a pas de traduction simple de la loi générale en termes de premier chiffre significatif. Ces généralisations ne sont donc pas aussi spectaculaires que la loi obtenue avec $f(x) = \log_{10}(x)$. Elles sont cependant utiles, car elles procurent des outils de détection de fraude.

UTILISER LA LOI DE BENFORD GÉNÉRALE POUR DÉTECTER DES FRAUDES

La loi de Benford a maintes fois été utilisée pour détecter des fraudes. Un livre récent est même consacré à ce sujet (Mark Nigrini, *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*, Wiley, 2012).

Le principe est simple: s'ils s'étalent régulièrement sur plusieurs ordres de grandeur, les nombres apparaissant dans des comptes ou des statistiques doivent, sauf raisons particulières, vérifier la loi de Benford. Si ce sont des nombres inventés, leur auteur risque d'avoir voulu en créer à peu près autant qui commencent par 1 que par 2, 3, etc. N'étant pas averti de la propriété qu'énonce la loi de Benford, le faussaire ne la respectera pas. Si les données suspectes ne concordent pas avec la loi de Benford, on conclura que les données ont été falsifiées.

Cela s'est produit à propos de l'expertise de données financières et fiscales, cela s'est produit en science où des tests ont repéré des données d'expériences frauduleuses. La loi de Benford a aussi été utilisée pour distinguer des images numériques artificielles d'images numériques naturelles ou pour identifier quelles étaient les images d'une série qui contenaient des données cachées (stéganographie).

Un problème apparaît. À force de parler de la loi de Benford, les truqueurs de données pourraient en être informés. Ils s'appliqueraient à produire des données inventées qui la respectent et passeraient ainsi à travers les outils de repérage statistique fondés sur la loi de Benford. La loi générale permet de contrer ce risque: en utilisant les variantes avec diverses fonctions f , on repérera les données falsifiées.

Pour tester cette méthode, une série d'expériences a été réalisée par un groupe de chercheurs réunis autour de Nicolas Gauvrit. Nous

décrivons ici l'une des expériences menées. Les productions pseudoaléatoires humaines ont été examinées dans quatre contextes où l'on constate la loi de Benford sur les chiffres significatifs.

Un groupe de 169 adultes, recrutés *via* les réseaux sociaux ou par courrier électronique, a participé à cette expérience. Leurs âges variaient de 13 à 73 ans. Les participants ont été répartis au hasard en quatre groupes pour s'occuper de données:

(a) sur la population des 5000 villes américaines les plus peuplées,

(b) sur des constantes mathématiques provenant des tables de Simon Plouffe,

(c) sur les distances en années-lumière entre la Terre et les étoiles visibles les plus proches,

(d) sur les nombres de cas de tuberculose par pays pour l'année 2012.

Dans chaque groupe, les participants ont été informés que l'on avait sélectionné au hasard une série de 30 nombres dans les données réelles, et qu'ils devaient tenter de produire ce qu'ils pensaient être une série analogue et plausible de 30 nombres. Des séries de 30 nombres provenant des bases de données réelles ont aussi été constituées.

Pour chaque ensemble de 30 valeurs de r (fabriquées ou réelles), on a examiné les distributions des parties fractionnaires des $f(r)$, avec $f(r) = \text{Log}(r)$, $f(r) = \pi r^2$ et $f(r) = \sqrt{r}$. L'écart par rapport à la loi de Benford générale a été mesuré par une méthode classique (la statistique de Kolmogorov-Smirnov). Comme prévu, les données fabriquées par les humains se conforment moins bien à la loi de Benford que les données réelles (voir l'encadré 4).

Sur les 12 comparaisons (3 fonctions, 4 types de données), une seule exception a été notée provenant de la comparaison des données de la table de constantes de Simon Plouffe testées avec la loi de Benford pour la fonction $f(r) = \pi r^2$: dans ce cas, les humains sont en moyenne plus conformes à ce que prévoit la loi de Benford que les données réelles!

La conclusion est donc claire: les humains se font repérer par la loi de Benford générale quand ils tentent de fabriquer de fausses données.

D'autres résultats de l'étude menée suggèrent aussi que, selon le type de données dont on veut contrôler l'authenticité, certains choix de la fonction remplaçant $\log_{10}$ dans la loi de Benford générale sont préférables à d'autres. Comprendre pourquoi sera important pour créer des outils de détection auxquels plus aucun fraudeur ne pourra échapper. Mais, c'est certain, grâce à la loi de Benford générale, la panoplie des chasseurs de tricheurs numériques s'est enrichie d'une nouvelle arme puissante. ■



Certains mangent du lion. Pour Abraham Poincheval, c'est l'inverse.

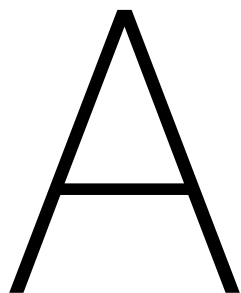
L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

COMME EN CAGE DANS UN LION

**L'artiste Abraham Poincheval
a passé une semaine au sein
d'une réplique de l'homme-lion,
l'une des statues préhistoriques
les plus célèbres.**



À près un ours naturalisé, une grande bouteille le long du Rhône, un caillou, une plateforme perchée sur un mât à douze mètres de hauteur, Abraham Poincheval a élu domicile dans un nouvel endroit exigü : un lion ! L'artiste français s'est enfermé dans une sculpture léonine d'environ trois mètres de hauteur du 2 au 8 juin 2018.

La performance a été l'aboutissement d'un projet lauréat d'une commande publique pour le Musée-forum de l'Aurignacien à Aurignac (en partenariat avec le ministère de la Culture). L'objet de la commande était une œuvre d'art originale reliant la préhistoire, l'art contemporain et l'environnement. Pourquoi un lion ?

Parce que l'animal-refuge en question est une réplique, agrandie dix fois, d'une des plus célèbres statues préhistoriques,

l'homme-lion de Hohlenstein-Stadel. Ce nom est celui de la grotte allemande, dans le Bade-Wurtemberg, où les premiers morceaux de la figurine (de 29,6 centimètres de hauteur) ont été trouvés en 1939 par Robert Wetzel et Otto Völzing.

La sculpture, en ivoire de mammouth, représente un corps humain orné d'une tête de lion des cavernes. L'œuvre a d'abord été datée de 32 000 ans, mais d'autres morceaux mis au jour en 2010 et 2011 à l'entrée de la grotte ont repoussé à 40 000 ans l'âge de l'objet, en plein Aurignacien. Cela en fait l'une des plus anciennes sculptures de la Préhistoire. Ce « puzzle » de plus de 300 fragments, achevé en 2013 et désormais presque complet, est aujourd'hui conservé au musée de la ville d'Ulm, en Allemagne.

Ainsi, Abraham Poincheval est resté pendant près d'une semaine dans un homme-lion préhistorique sculpté dans du bois de mélèze. On peut voir dans ce projet un écho à l'idée d'abri, incarné localement par l'abri-sous-roche d'Aurignac, occupé il y a environ 35 000 ans.

Le lion des cavernes est aussi au cœur d'une exposition que lui consacre le Musée-forum de l'Aurignacien. Conçue avec le Muséum de Toulouse et trois

chercheurs de l'équipe scientifique de la grotte Chauvet (Carole Fritz, Philippe Fosse et Gilles Tosello), elle offre l'occasion d'admirer les restes du squelette d'un lion des cavernes découverts par le préhistorien Louis Méroc dans les années 1950 à seulement 20 kilomètres d'Aurignac, dans les gorges de la Seygouade.

Un lion en Haute-Garonne ? Oui, le lion des cavernes (*Panthera leo spelaea*) a vécu depuis il y a 300 000 ans jusqu'il y a 12 000 ans environ dans une zone qui s'étendait de la Sibérie (en 2015, deux lionceaux bien conservés y ont été découverts dans le pergélisol) jusqu'au sud de l'Europe. Il était le plus grand prédateur terrestre de cette époque.

Suggestion à Abraham Poincheval pour un prochain animal où se nicher : le *Tyrannosaurus rex* qui vient de poser ses valises à Paris pour l'été. C'est sans doute plus spacieux qu'un lion ! ■

Dans la peau du lion, jusqu'au 30 novembre 2018,
Musée-forum de l'Aurignacien, 31420 Aurignac.
<http://musee-aurignacien.com/fr>



Retrouvez la rubrique
Art & science sur
www.pourlascience.fr

LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

LA VOITURE, UN SPORT... DE GLISSE !

Les pneus des véhicules ne font pas que rouler: simultanément, ils glissent, même en l'absence de dérapage. Ce n'est pas sans incidence sur la conduite.

Quel conducteur n'a jamais eu le sentiment que, lorsqu'il freine ou accélère brutalement, il a du mal à garder la direction de son véhicule? Ou ne s'est interrogé sur la vitesse avec laquelle il peut prendre un virage sans déraiper? Les réponses à ces questions sont déterminées par les limites d'adhérence des pneus.

AU-DELÀ DES LOIS DU FROTTEMENT

Or pour comprendre ces limites, invoquer les lois usuelles du frottement ne suffit pas, car la gomme des pneus se déforme beaucoup au contact du sol. La conséquence principale est troublante: même lorsqu'il y a adhérence, une partie du pneu glisse sur la route.

Les situations où des frottements sont à l'œuvre, par exemple lorsqu'on

veut pousser une caisse sur un parquet, paraissent simples: ça glisse ou ça ne glisse pas! Et quand ça ne glisse pas, il n'y a pas de mouvement.

La force de frottement qui compense la force motrice (la poussée de la main dans l'exemple de la caisse) résulte des déformations, invisibles à notre échelle, des aspérités microscopiques des surfaces en contact. Dans ce cas statique, la force de frottement est indépendante de l'aire de contact et présente un maximum égal au produit de la charge (ici le poids) par un coefficient qui dépend de la nature des surfaces en contact. Quand la poussée dépasse ce seuil, l'objet se met à glisser, avec une force de frottement quasiment indépendante de la vitesse de glissement.

Pour un pneu, la situation est différente. Sa gomme peut se déformer fortement, comme on peut le constater en observant l'écrasement des pneus sous le

Quand une voiture freine brutalement ou suit un virage, une partie notable de la surface des pneus au contact de la route subit un glissement. Ce phénomène a une influence sur la vitesse effective du véhicule et, lorsqu'il tourne, sur sa direction.

poids du véhicule. Par conséquent, quand celui-ci roule, notamment lors des phases d'accélération, de freinage, lors des virages ou en présence de vent latéral, des contraintes mécaniques supplémentaires apparaissent au niveau de la couche de gomme périphérique en contact avec le sol: celle-ci subit d'importantes forces de cisaillement.

Comment se comporte alors le pneu? Pour le comprendre, modélisons la couche périphérique du pneu comme une succession de patins de gomme indépendants, très peu compressibles mais déformables. Ces patins sont fixés à l'armature métallique du pneu, qui est composée

