

cité

sciences
et industrie

À l'occasion de la sortie de son numéro 500, le magazine *Pour la Science* convie le physicien philosophe Étienne Klein et ses invités à venir partager avec le public quelques éléments de réflexion autour des défis contemporains de la mécanique quantique.

Avec Étienne Klein, physicien et philosophe des sciences; Bruce Benamran, créateur de la chaîne Youtube «e-penser»; Gérard Berry, informaticien, professeur au Collège de France et membre de l'Académie des sciences; Nathalie Besson, physicienne des particules, CEA.

Séance animée par Cécile Lestienne, directrice des rédactions de *Pour la Science* et *Cerveau & Psycho*.

Dessins en direct par Lison Bernet.

balade dans le monde de la physique quantique

table ronde

— jeudi 6 juin à 18h30



R

ENDEZ-VOUS

P.82 Logique & calcul
P.88 Idées de physique
P.92 Chroniques de l'évolution
P.96 Science & gastronomie
P.98 À picorer

DÉCOUPER UN TRIANGLE EN TRIANGLES

Est-il possible de découper un triangle en un nombre donné de morceaux triangulaires plus petits? Aujourd'hui encore, on découvre de nouveaux et remarquables résultats sur ce type de questions.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au Centre
de recherche en
informatique, signal
et automatique de Lille
(Cristal)



Jean-Paul Delahaye a notamment publié : **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

Certains des résultats que nous allons présenter serviront aux enseignants pour animer leurs classes avec des problèmes amusants que l'on résout en réalisant de petits dessins; d'autres serviront à concevoir des exercices de programmation et montreront l'utilité des ordinateurs en mathématiques; d'autres encore illustreront que partout, même au sujet des plus élémentaires structures géométriques, se glissent de délicates questions qui exigent de longs raisonnements, et parfois restent non résolues.

L'ÉNIGME DU NOMBRE DE DÉCOUPAGES

Il existe 4 façons de découper un triangle en trois triangles plus petits (*triangles A1 à A4 dans l'encadré 1, page ci-contre*). Un seul de ces découpages (A1) ne contient pas de triangles se regroupant en un triangle interne: on dira que c'est un découpage premier (par analogie avec les nombres premiers). Quand nous affirmons qu'il n'y a qu'un seul découpage premier d'un triangle en 3 triangles, nous voulons dire que tout autre découpage premier d'un triangle en 3 triangles se ramènera à celui-là par une transformation continue du plan qui préserve les segments de droites utilisés dans les dessins.

En langage plus simple, deux découpages seront considérés équivalents si, en ayant dessiné le premier sur une feuille de caoutchouc parfaitement élastique, on sait déformer la feuille en s'arrangeant pour que les segments

de droites des dessins restent droits à chaque instant, sans la déchirer ni la replier, et qu'on réussit à faire coïncider le premier découpage avec le second. On dit alors qu'il n'y a qu'un seul découpage premier du triangle en 3 triangles «à une déformation topologique continue près». Dans la suite, nous ne mentionnerons plus, en général, cette précision.

Autre résultat, qui demande plus de soin: il existe 23 découpages d'un triangle en 4 triangles, et 3 d'entre eux sont premiers. Amusez-vous à reconnaître les découpages premiers dans les figures de l'encadré 1 ou, mieux, essayez de retrouver vous-même les 23 découpages (de B1 à B23).

Une autre question se pose: les 23 découpages sont-ils tous vraiment différents au sens topologique? Pour s'en assurer voici une méthode. Pour chaque découpage, on considère les points de rencontre des segments intérieurs au triangle et on note leurs caractéristiques.

Pour le découpage B1, par exemple, il n'y a qu'un seul point intérieur, et il correspond à la rencontre de 3 segments. On notera cela {3}.

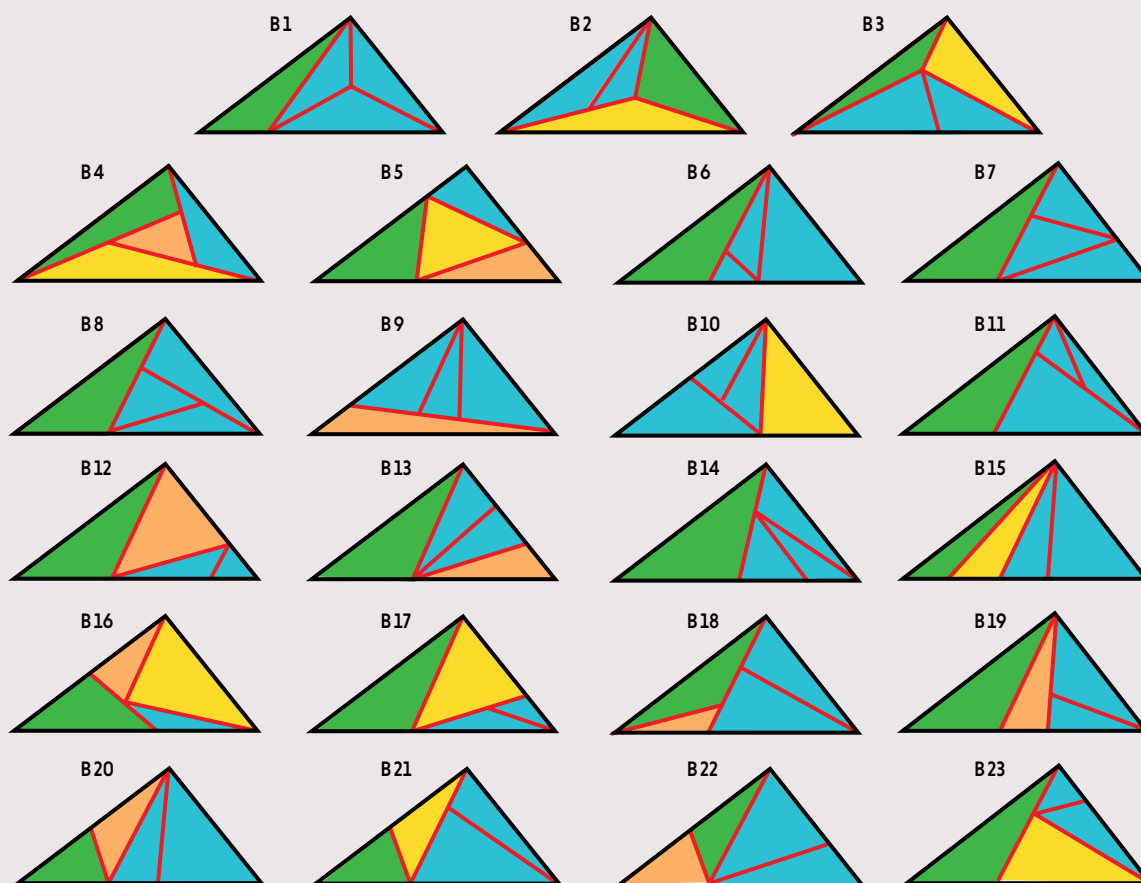
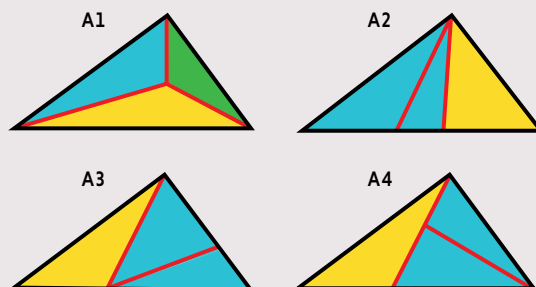
Pour le découpage B2, on a 2 points intérieurs, le premier est la rencontre de 3 segments, tandis que le second est la rencontre d'une extrémité de segment avec un point intérieur à un segment. On notera {3, 1+1/2} cette caractéristique du découpage.

Le troisième découpage B3 aura ainsi pour caractéristique {4}. Viennent ensuite {1+1/2, 1+1/2, 1+1/2} pour le triangle B4, {} pour B5 (il n'y a aucun point intérieur).

DÉCOUPER UN TRIANGLE EN 3 OU 4 TRIANGLES

1

Sont dessinées ici les diverses façons de découper un triangle en 3 triangles (schémas A1 à A4) ou en 4 triangles (schémas B1 à B23). Si l'on interdit à un regroupement de triangles d'en former un, il reste une seule façon (le découpage A1) de découper un triangle en 3, et trois de le découper en 4 (les découpages B4, B5, B16). Les segments tracés en rouge délimitent les triangles du découpage ; les regroupements de triangles formant eux-mêmes un triangle sont en bleu (découpages « non premiers »).



Pour l'ensemble des découpages en 4 triangles, on a la liste de caractéristiques suivante: B1: $\{3\}$; B2: $\{3, 1+1/2\}$; B3: $\{4\}$; B4: $\{1+1/2, 1+1/2, 1+1/2\}$; B5: $\{\}$; B6: $\{1+1/2\}$; B7: $\{1+1/2\}$; B8: $\{1+1/2, 1+1/2\}$; B9: $\{1+1/2, 1+1/2\}$; B10: $\{1+1/2\}$; B11: $\{1+1/2, 1+1/2\}$; B12: $\{\}$; B13: $\{\}$; B14: $\{2+1/2\}$; B15: $\{\}$; B16: $\{2+1/2\}$; B17: $\{1+1/2\}$; B18: $\{1+1/2, 1+1/2\}$; B19: $\{1+1/2\}$; B20: $\{\}$; B21: $\{1+1/2\}$; B22: $\{\}$; B23: $\{2+1/2\}$.

Les dessins dont les caractéristiques sont différentes ne peuvent pas être égaux à une déformation topologique continue près, car de telles déformations ne changent pas les caractéristiques notées entre accolades telles que nous les avons définies. Il reste quelques cas à

considérer de plus près, car:

- (A) les découpages B5, B12, B13, B15, B20, B22 sont tous du type $\{\}$;
- (B) les découpages B6, B7, B10, B17, B19, B21 sont tous du type $\{1+1/2\}$;
- (C) les découpages B8, B9, B11, B18 sont du type $\{1+1/2, 1+1/2\}$;
- (D) les découpages B14, B16 et B23 sont du type $\{2+1/2\}$.

Pour s'assurer que dans chacune de ces quatre catégories, il n'y a pas de découpages équivalents, on parcourt le périmètre de chaque triangle découpé en considérant successivement les trois sommets, puis les trois côtés, et l'on note le nombre de segments du >

> découpage qui touchent l'élément en question en indiquant les regroupements. On sépare les trois nombres associés aux sommets des trois nombres associés aux côtés par un trait vertical. Si deux découpages sont identiques au sens topologique, alors ils auront les mêmes deux paquets de trois nombres (à l'ordre près des éléments dans chaque paquet). Pour le découpage B5, par exemple, on a $[0, 0, 0 \mid 2, 2, 2]$.

Pour les découpages (A), de type $\{ \}$, on a ainsi:

B5 $[0, 0, 0 \mid 2, 2, 2]$, B12 $[1, 0, 0 \mid 2, 1+2, 0]$, B13 $[1, 0, 0 \mid 1+1, 3, 0]$, B15 $[3, 0, 0 \mid 0, 1+1+1, 0]$, B20 $[2, 0, 0 \mid 0, 1+2, 1]$, B22 $[1, 0, 0 \mid 1, 3, 1]$.

Les crochets sont tous différents. On en déduit qu'il ne peut pas y avoir d'égalité entre les découpages de type $\{ \}$.

Les découpages (B), de type $\{1+1/2\}$, donnent:

B6 $[2, 0, 0 \mid 0, 2+1, 0]$, B7 $[1, 0, 0 \mid 2, 2, 0]$, B10 $[2, 0, 0 \mid 0, 2, 1]$, B17 $[1, 1, 0 \mid 1, 1, 0]$, B19 $[2, 1, 0 \mid 0, 1+1, 0]$, B21 $[1, 1, 0 \mid 0, 2, 1]$.

Les découpages (C), du type $\{1+1/2, 1+1/2\}$:

B8 $[1, 1, 0 \mid 0, 2, 0]$, B9 $[2, 1, 0 \mid 0, 0, 1]$, B11 $[2, 1, 0 \mid 0, 1, 0]$, B18 $[1, 1, 1 \mid 0, 1, 0]$. Les découpages B9 et B11 ayant les mêmes deux paquets de trois nombres, il faut les examiner plus attentivement. Ils diffèrent topologiquement, car les deux points intérieurs du découpage B9 sont sur un même segment, alors qu'ils sont sur deux segments différents dans le découpage B11.

Pour les découpages (D), de type $\{2+1/2\}$:

B14 $[1, 1, 0 \mid 0, 1+1, 0]$, B16 $[1, 1, 0 \mid 0, 1, 1]$,

B23 $[1, 1, 0 \mid 1, 1, 0]$. Les découpages B16 et B23 sont bien différents: pour B16, jamais plus de deux extrémités des segments de découpage ne joignent un même côté du grand triangle, alors que pour B23, trois des extrémités de ces segments joignent le côté droit du triangle.

Ainsi, les dessins B1 à B23 de l'encadré 1 sont tous différents.

Que se passe-t-il pour les découpages en davantage de triangles? Aujourd'hui, on connaît 8 découpages premiers d'un triangle en 5 triangles, et 62 découpages premiers en 6 triangles. Mais on n'est certain ni que les listes connues soient complètes, ni qu'elles ne contiennent pas de découpages équivalents (voir www.mathpuzzle.com/triangle.html).

Un calcul de ces suites a été mené par Miroslav Vicher et a conduit au tableau suivant, qui attend confirmation (voir www.vicher.cz/puzzle/triangles/triangles.htm).

Nombre de triangles	Nombre de découpages	Nombre de découpages premiers
2	1	1
3	4	1
4	23	3
5	180	8
6	1806	62
7	20 198	535
8	227 120	4 213

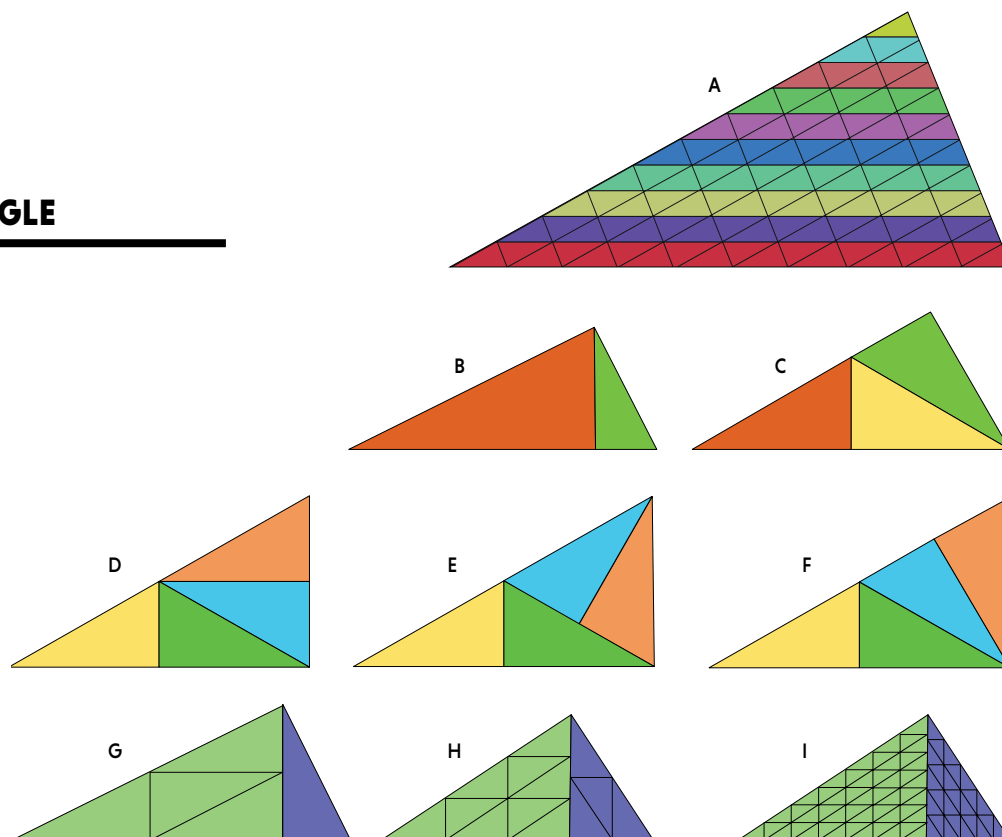
2

PAVER UN TRIANGLE

Tout triangle peut être pavé par n^2 triangles semblables à lui-même et égaux (A).

Le triangle rectangle d'angles 30° , 60° et 90° se découpe en deux triangles semblables à lui-même mais de tailles différentes (B), en trois triangles semblables à lui-même et de même taille (C), et en quatre triangles semblables à lui-même et de même taille (D, E, F).

Un triangle rectangle T de côtés n et m peut être pavé par $n^2 + m^2$ triangles semblables à lui-même. Le triangle G correspond à $5 = 1^2 + 2^2$, le triangle H à $13 = 3^2 + 2^2$ et le triangle I à $74 = 5^2 + 7^2$.



Un autre problème de découpage fait l'objet de questions imparfaitement résolues, malgré de récents progrès dus au mathématicien et logicien américain Michael Beeson qui, depuis une dizaine d'années, s'est passionné pour le sujet, redécouvrant parfois sans le savoir certains des résultats établis par d'autres mathématiciens, dont le Hongrois Miklós Laczkovich.

DÉCOUPAGE EN TRIANGLES SEMBLABLES

Michael Beeson a concentré son énergie sur le découpage de triangles en triangles semblables plus petits: ce sont des pavages d'un triangle par des triangles.

Le résultat le plus élémentaire sur ces questions s'appuie sur le pavage d'un triangle par un triangle n fois plus petit: chaque côté est n fois plus petit que le côté correspondant du triangle de départ. On découpe chaque côté en n segments de même longueur, et l'on trace à partir de ces points tous les segments de droites parallèles aux côtés qui s'en déduisent (voir la figure A de l'encadré 2).

L'observation de la figure est amusante, car elle permet de démontrer visuellement la formule $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$: la somme des n premiers nombres impairs vaut n^2 . On raisonne sur la figure en cinq étapes:

- Les triangles situés à un même niveau (de la même couleur sur notre dessin) sont au nombre de 1, puis 3, puis 5, puis 7, etc.: à chaque étape, il s'en ajoute deux.
- Le nombre total de petits triangles est donc $1+3+5+\dots+(2n-1)$.
- L'aire de chaque petit triangle est n^2 fois inférieure à l'aire du triangle de départ, car l'aire varie comme le carré de la longueur et que les côtés des petits triangles sont exactement n fois inférieurs à ceux du grand.
- Puisqu'ils recouvrent exactement la surface du triangle de départ, leur nombre est n^2 .
- Conclusion: $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$.

Ce que nous retiendrons ici est que tout triangle T peut être pavé par n^2 petits triangles identiques et semblables à lui-même, et cela quel que soit l'entier n . Autrement dit, un découpage d'un triangle en n^2 triangles de même taille et semblables à lui-même est possible pour tout triangle T et pour tout entier n .

La question générale qui vient à l'esprit est alors: pour quels entiers m existe-t-il des triangles T pavables par m triangles semblables?

Trois variantes du problème sont possibles, selon qu'on exige ou non que les pavés aient la même taille, et qu'ils soient semblables au triangle de départ:

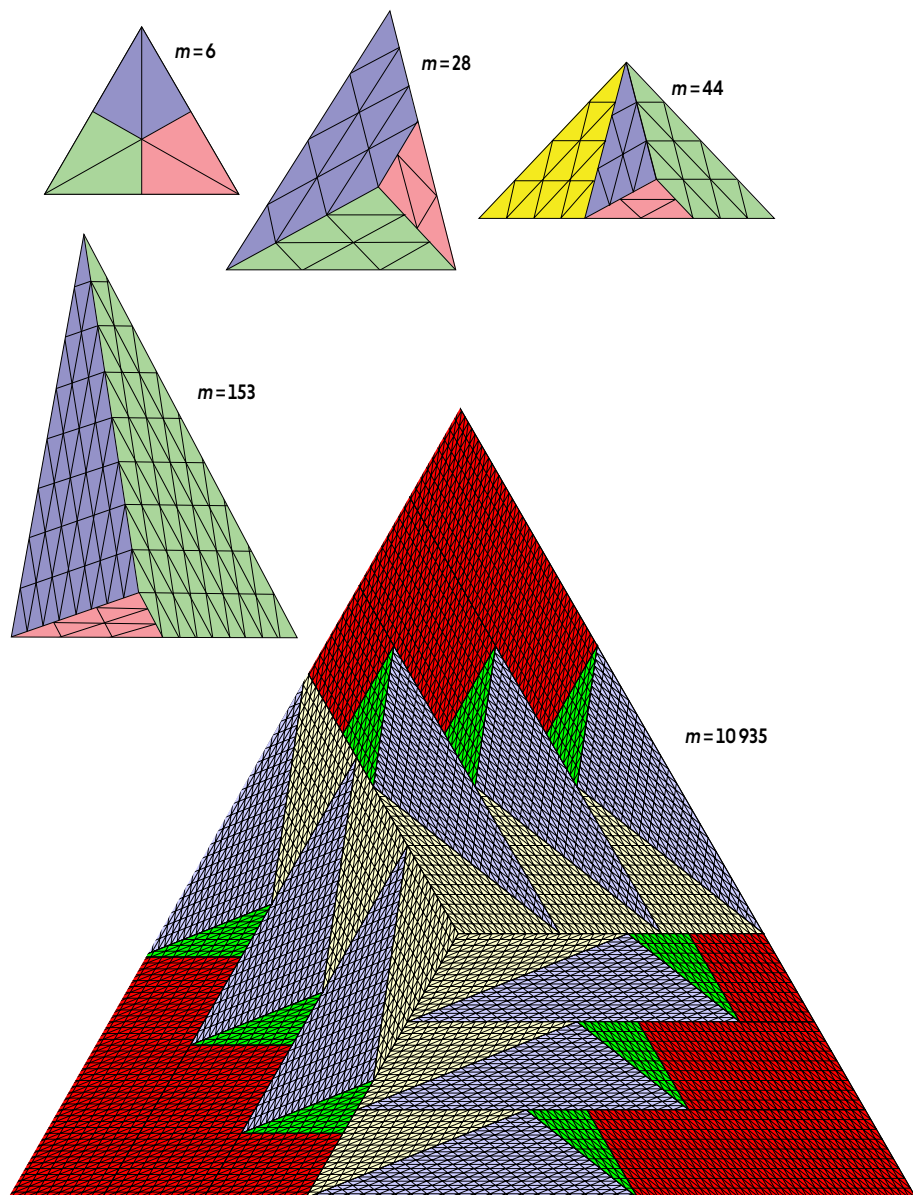
Problème A. Pour quels entiers m existe-t-il un triangle T pavable par m triangles semblables à T ?

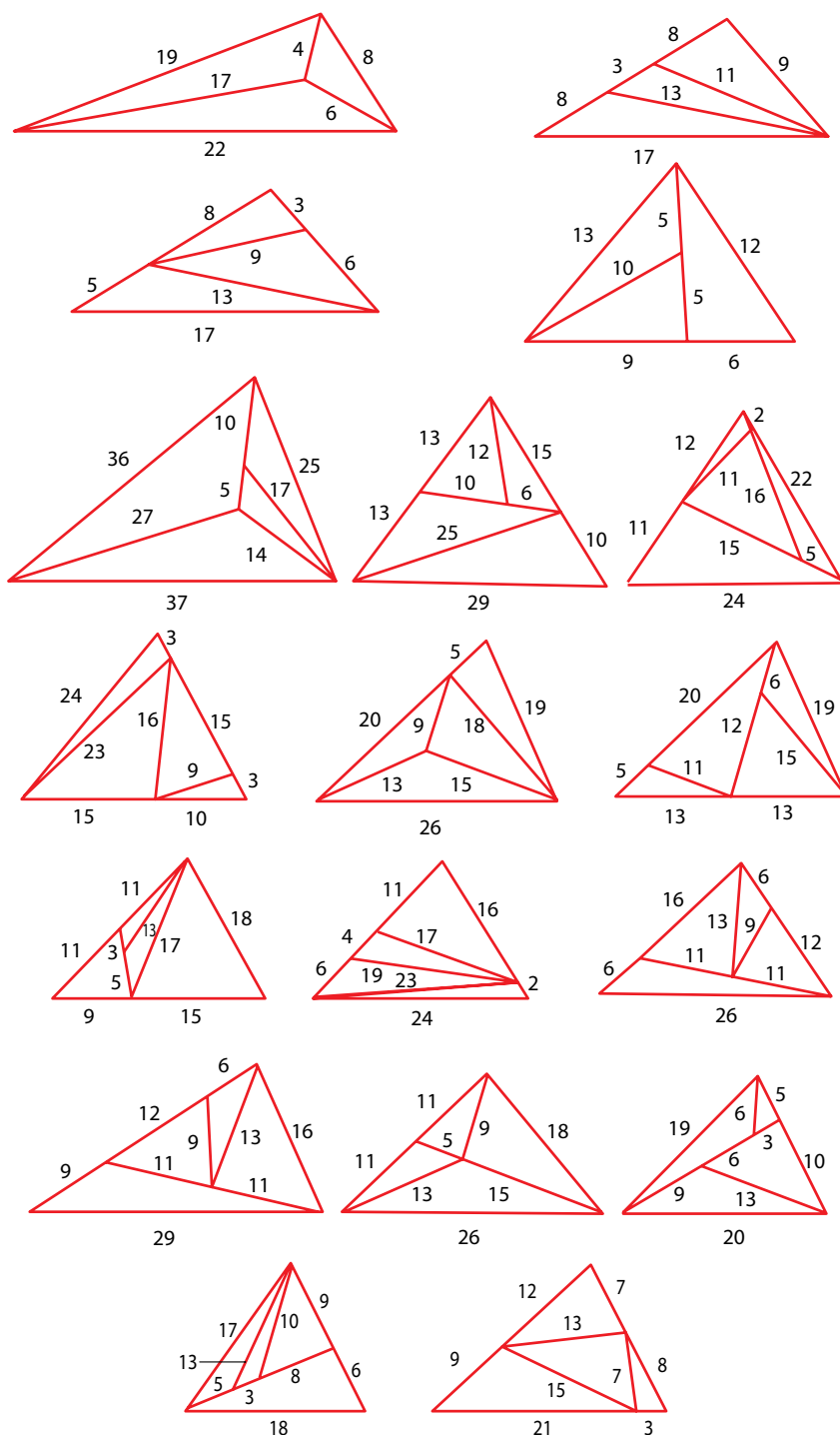
3

PAVER UN TRIANGLE PAR DES TRIANGLES IDENTIQUES

La recherche des pavages d'un triangle par m triangles identiques conduit à d'étranges découvertes, comme ces pavages par $m = 6, 28, 44$ et 153 triangles. Certaines valeurs de m sont impossibles, comme 7 et 11 (c'est démontré). Pour $m = 14$, le problème est non résolu: on ignore à ce jour s'il existe un triangle pavable par 14 triangles identiques.

Les entiers m pour lesquels il existe un pavage du triangle équilatéral par m triangles identiques sont mal connus. Michael Beeson a démontré qu'aucun nombre premier supérieur à 3 ne convenait pour m . Il a aussi trouvé ce pavage extraordinaire du triangle équilatéral par $m = 10\,935$ triangles identiques de côtés 3, 5 et 7.





TRIANGLES ENTIERS

Les triangles dont les côtés ont des longueurs qui sont des nombres entiers sont nommés « triangles entiers ». On peut les découper eux-mêmes en triangles entiers. Chacun des 23 découpages topologiques d'un triangle en quatre (voir l'encadré 1) peut être réalisé avec des triangles entiers. En voici quelques-uns. Pour la liste complète, voir <http://mathworld.wolfram.com/TriangleDissection.html>.

► **Problème B.** Pour quels entiers m existe-t-il un triangle T pavable par m triangles identiques et semblables à T ?

Problème C. Pour quels entiers m existe-t-il un triangle T pavable par m triangles identiques?

Le problème A est assez facile. Le B est assez difficile, mais résolu. Le C reste non résolu.

L'ARITHMÉTIQUE À LA RESCOUSSE

Voici le joli petit raisonnement dû aux mathématiciens américains Stephen Snover, Charles Waiveris et John Williams qui permet de résoudre le problème A. On va répondre à la question en démontrant que pour tout entier positif m , il existe un triangle T pavable par m pavés semblables à T . Ici, on n'impose pas aux pavés d'être de même taille.

Donnons-nous un entier positif quelconque m . D'après le théorème des 4 carrés de Lagrange, conjecturé par Claude-Gaspard Bachet de Méziriac en 1621 et démontré en 1770 par Joseph-Louis Lagrange, tout entier positif m s'écrit comme somme de quatre carrés au plus. Il y a donc quatre cas : (1) $m = n^2$; (2) $m = n^2 + p^2$; (3) $m = n^2 + p^2 + r^2$; (4) $m = n^2 + p^2 + r^2 + s^2$.

Dans le cas (1), on utilise le découpage en n^2 triangles (figure A, encadré 2), qui est possible pour tout triangle T .

Dans le cas (2), on utilise le découpage classique du triangle rectangle en deux triangles rectangles semblables au triangle initial (figure B, encadré 2) par une hauteur, et on redécoupe chacun de ces deux triangles, l'un en n^2 triangles, l'autre en p^2 triangles (figure A, encadré 2). On peut aussi utiliser les découpages de type G, H, I de l'encadré 2.

Dans le cas (3), on utilise l'un des découpages de certains triangles en 3 triangles semblables (figure C), chacun des trois étant à son tour découpé en n^2 , p^2 , et r^2 triangles semblables au triangle de départ.

Dans le cas (4), on procède de la même façon à partir par exemple des découpages en quatre de l'encadré 2 (figures D, E, F).

DÉCOUPAGE POSSIBLE EN N^2 , $3N^2$ OU $N^2 + P^2$ TRIANGLES IDENTIQUES

Le problème B de savoir pour quels entiers m il existe des triangles T pavables par m triangles identiques et semblables à T est aujourd'hui complètement résolu par les mêmes chercheurs que ceux qui ont trouvé l'astuce du théorème de Lagrange. Voici leur solution.

- Pour chaque entier m de la forme n^2 (nombre carré), $3n^2$ (triple d'un carré) ou $n^2 + p^2$ (somme de deux carrés), il existe des triangles T qu'on peut découper en m triangles semblables à T et de même taille. Les entiers de l'une de ces trois formes sont les seuls possibles. Les séries sont :

n^2 : 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961, 1024, 1089, 1156, 1225, ...

$3n^2$: 0, 3, 12, 27, 48, 75, 108, 147, 192, 243, 300, 363, 432, 507, 588, 675, 768, 867, 972, 1083, 1200, 1323, 1452, 1587, 1728, 1875, 2028, 2187, 2352, 2523, 2700, 2883, ...

$n^2 + p^2$: 2, 5, 8, 10, 13, 17, 18, 20, 25, 26, 29, 32, 34, 37, 40, 41, 45, 50, 52, 53, 58, 61, 65, 68, 72, 73, 74, 80, 82, 85, 89, 90, 97, 98, 100, 101, 104, 106, 109, 113, 116, ...

En les regroupant jusqu'à 100 (voir <https://oeis.org/A005792>): 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 25, 26, 27, 29, 32, 34, 36, 37, 40, 41, 45, 48, 49, 50, 52, 53, 58, 61, 64, 65, 68, 72, 73, 74, 75, 80, 81, 82, 85, 89, 90, 97, 98, 100.

Le résultat pour $3n^2$ provient du découpage en n^2 de chacun des trois triangles de la figure C de l'encadré 2, découpage qui donne, comme on le souhaite, $3n^2$ triangles de même taille et semblables au grand triangle. Pour la série de nombres $n^2 + p^2$, il faut remarquer qu'un triangle rectangle T de côtés n et m peut être utilisé $n^2 + m^2$ fois pour composer un triangle rectangle semblable à T (voir les figures G, H, I de l'encadré 2).

Il faut bien noter que la partie positive du résultat est assez facile (on examine et on contrôle les constructions proposées), mais que ce n'est pas du tout le cas pour la partie négative (consistant à montrer qu'il n'existe aucun autre nombre pour lequel on puisse faire le pavage recherché), qui est sensiblement plus délicate.

POSSIBILITÉS ET IMPOSSIBILITÉS INATTENDUES

Le troisième problème (C) se révèle d'une incroyable difficulté, malgré quelques progrès récents. Rappelons qu'on se demande pour quelles valeurs de m il existe un triangle T pavable par m triangles T' identiques (on n'impose pas ici que T' soit semblable à T).

Ce qui est fascinant dans ce problème, c'est qu'on découvre aujourd'hui encore des pavages que personne n'avait repérés auparavant (voir l'encadré 3). Ainsi, le découpage en 6 est possible maintenant. Plus surprenant, le découpage en 28 est possible. Michael Beeson l'a découvert en utilisant un programme qui devait l'aider à démontrer que 28 n'était pas possible! Le découpage en 44 est aussi possible. Le découpage en $153 = 3^2 + 12^2$ était possible avant (comme somme de deux carrés), mais un pavage inattendu est apparu!

Deux résultats remarquables ont aussi été démontrés. Le premier indique que les valeurs $m=7$ et $m=11$ sont impossibles: aucun triangle ne peut être pavé par 7 ou 11 triangles identiques! N'est-il pas fascinant qu'une propriété générale aussi simple du triangle n'ait pas été

découverte ou même soupçonnée jusqu'à récemment? La plus simple des questions non résolues est la suivante. Existe-t-il des triangles pavables par 14 triangles identiques?

L'autre découverte récente de Michael Beeson est que le pavage du triangle équilatéral est impossible pour tout nombre premier au-delà de 3. On connaît aujourd'hui très mal l'ensemble des valeurs m pour lesquelles le pavage en triangles identiques du triangle équilatéral est possible.

TRIANGLES À CÔTÉS ENTIERS

Les triangles à côtés entiers – nous dirons «triangles entiers» – sont particulièrement élegants et sont à l'origine d'amuses questions associant géométrie et arithmétique. Notons d'abord qu'il résulte de l'inégalité triangulaire (la longueur d'un côté d'un triangle est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres) que tout triplet d'entiers positifs (a, b, c) tel que chaque somme de deux des trois entiers est inférieure au troisième détermine un triangle dont les côtés ont comme longueurs (a, b, c) .

La question du dénombrement de ces triangles entiers n'est pas simple. Le résultat proposé en 2000 par Tom Jenkins et Eric Mullers est le suivant: pour un périmètre donné n , le nombre de triangles entiers est l'entier le plus proche de $n^2/48$ si n est pair, et l'entier le plus proche de $(n+3)^2/48$ si n est impair.

Quand on découpe un triangle entier, peut-on le faire de façon à n'avoir que des sous-triangles entiers? Oui, c'est possible. L'encadré 4 donne notamment quatre exemples correspondant aux quatre découpages topologiquement différents d'un triangle en trois (les quatre dessins du haut). Pour chacune des 23 catégories de découpages d'un triangle en quatre de l'encadré 1, on peut trouver un découpage d'un triangle entier en triangles entiers qui en respecte le schéma. L'encadré 4 en donne quelques-uns (pour les autres, voir <http://mathworld.wolfram.com/TriangleDissection.html>).

Pour terminer, voici trois énoncés simples à propos des triangles entiers:

- Le seul triangle entier dont les longueurs des côtés et l'aire sont des entiers consécutifs est le triangle (3, 4, 5), dont l'aire est 6. Rappelons à ce sujet que l'aire A d'un triangle dont les côtés sont a, b, c est donnée par la formule de Héron:

$$A = (1/4)[(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)]^{1/2}.$$

- Le seul triangle entier ayant des entiers consécutifs pour ses côtés et l'une de ses hauteurs est le triangle (13, 14, 15) dont la hauteur à partir du côté 14 vaut 12.

- Les seuls triangles entiers dont l'aire est égale au périmètre sont ceux qui ont pour côtés (5, 12, 13), (6, 8, 10), (6, 25, 29), (7, 15, 20) et (9, 10, 17). ■

BIBLIOGRAPHIE

Article **Integer triangle** de Wikipedia, consulté en mars 2019.

Ed Pegg Jr., **Triangles** sur www.mathpuzzle.com/triangle.html, consulté en mars 2019.

M. Beeson, **No triangle can be cut into seven congruent triangles**, 2019 (<http://arxiv.org/abs/1811.09723v4>).

T. Jenkyns et E. Muller, **Triangular triples from ceilings to floors**, *The American Mathematical Monthly*, vol. 107, pp. 634-639, 2000.

A. Soifer, **How Does One Cut a Triangle?**, Springer, 2009.

M. Laczkovich, **Tilings of triangles**, *Discrete Mathematics*, vol. 140, pp. 79-94, 1995.

S. L. Snover et al., **Rep-tiling for triangles**, *Discrete Mathematics*, vol. 91, pp. 193-200, 1991.

LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

DU NOIR PRESQUE PARFAIT

Pour qu'un objet apparaisse complètement noir, il ne suffit pas que le matériau dont il est fait absorbe la lumière. Sa surface doit aussi être structurée à l'échelle micrométrique ou nanométrique.

Comment obtenir du noir vraiment noir ? La question agite le milieu des arts depuis bien longtemps. Mais elle a connu récemment de multiples rebondissements à travers la querelle entre les artistes britanniques Stuart Semple et Anish Kapoor, lequel détient les droits exclusifs sur le Vantablack, substance artificielle réputée la plus sombre au monde. Cette question du noir profond concerne aussi les physiciens, qui cherchent à améliorer le rendement des cellules photovoltaïques ou à absorber les lumières parasites dans les télescopes. Or des progrès décisifs ont été réalisés ces dernières décennies – grâce à des revêtements structurés à des échelles spatiales de plus en plus petites.

Les noirs que nous rencontrons ne sont jamais totalement noirs : nous voyons les plis d'une chemise noire, la

forme des touches noires de nos claviers, etc., tout simplement parce que ces surfaces réfléchissent encore une partie de la lumière ambiante. Un objet parfaitement noir, que les physiciens appellent « corps noir », absorberait toute lumière qui lui parvient. Sa luminosité serait alors si faible qu'aucun détail n'en serait discernable : il serait impossible d'en distinguer la forme ou le volume.

ENTRE RÉFLEXION ET ABSORPTION

Pour qu'un corps s'approche de cet idéal, il faut donc qu'il réfléchisse le moins possible de lumière et, en même temps, qu'il absorbe la lumière afin d'être bien opaque.

Comment faire ? Les premiers noirs ont été réalisés à partir de pigments à base de charbon, de fumée – des composés à haute teneur en carbone – ou de graphite, dont sont faites les mines de

crayon. On comprend mieux aujourd'hui l'opacité de ces matériaux. Il y a une dizaine d'années, on a pu calculer l'absorption d'une couche de graphène, c'est-à-dire une couche cristalline d'épaisseur monoatomique constituée d'atomes de carbone liés en un réseau hexagonal (voir l'encadré page 90).

Le résultat, bien vérifié expérimentalement, est remarquable : cette couche de minceur extrême ne transmet que 97,7% de la lumière incidente, quelle que soit sa longueur d'onde. Cette valeur, entièrement déterminée par des constantes fondamentales, signifie aussi que le graphène absorbe 2,3% de la lumière.

Le graphite étant un matériau formé d'un empilement de plans de graphène

