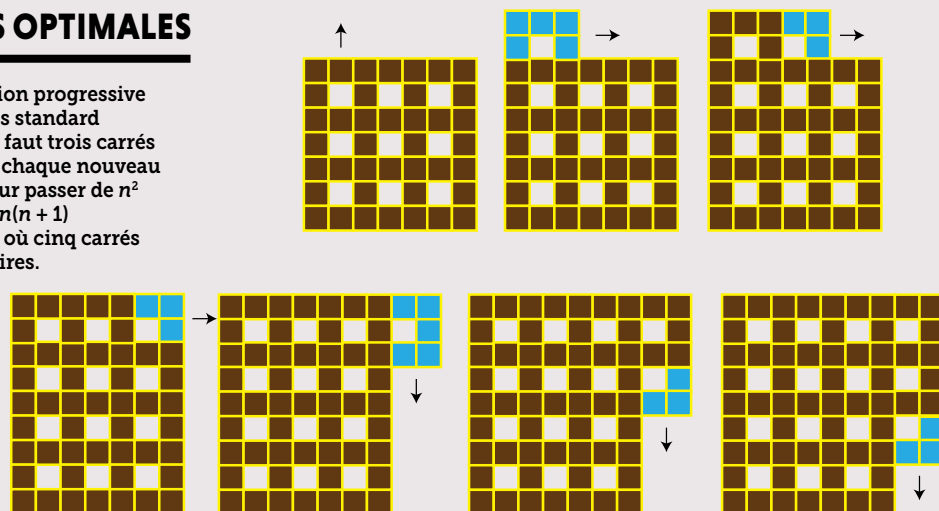


6

FORMES OPTIMALES

Construction progressive de formes standard optimales : il faut trois carrés de plus pour chaque nouveau trou, sauf pour passer de n^2 à $n^2 + 1$ et de $n(n+1)$ à $n(n+1) + 1$, où cinq carrés sont nécessaires.



$H+L-1$ s'il n'y a pas de renforcement (figures 4b et 4c), et une aire plus grande s'il y en a (figures 4d et 4e). On démontre cette propriété en considérant l'opération consistant à enlever un coin à un rectangle.

Miracle! Nous retrouvons exactement l'expression du nombre de carrés d'une forme standard à n trous. Conclusion: on ne peut pas faire mieux qu'utiliser ce nombre de carrés, et avec les formes standard, on y arrive. Nous avons donc prouvé que $f(n) = 3n + 2l + 2h + 1$ avec $lh \geq n$ et $l+h$ minimal.

L'encadré 5 montre les diverses situations possibles quand on crée des trous et qu'on dessine les bandes d'épaisseur $1/2$. Dans le cas général, en dehors de ces bandes pour les trous et le périmètre, il y a des bouts de surface qui ne sont utilisés par aucune bande. Ces parties en rouge sur le dessin correspondent en quelque sorte à de la surface perdue. Dans le cas des figures optimales et en particulier dans le cas des formes standard, aucune surface n'est perdue: tout bout de la surface des pièces carrées est utilisé, soit pour border un trou, soit pour border le périmètre. L'intuition, acquise pendant la phase d'exploration du problème, que les formes standard les plus carrées permettent de créer n trous en utilisant un minimum de pièces carrées est démontrée! Le tâtonnement, la recherche de solutions, l'intuition géométrique et la démonstration se sont rejoints.

REMARQUES SUR LA SUITE DES NOMBRES $f(n)$

En étudiant la suite de nombres $f(n)$, on remarque que pour passer de $f(n)$ à $f(n+1)$, on ajoute toujours 3, sauf quand on passe de n^2 à n^2+1 et de $n(n+1)$ à $n(n+1)+1$, auxquels cas il faut ajouter 5.

L'encadré 6 illustre cette propriété avec la construction progressive de formes standard les plus carrées possible: partant d'un carré

pour ajouter un trou, on ne peut faire autre chose que d'utiliser 5 pièces. De même en partant d'une forme standard de $n(n+1)$ trous.

On démontre que:

- si $n = h^2$, $f(n) = 3h^2 + 4h + 1$;
- si $n = h^2 + m$ avec $0 < m \leq h$, alors $f(n) = 3h^2 + 4h + 3m + 3$;
- si $n = h^2 + m$ avec $h < m \leq 2h + 1$, alors $f(n) = 3h^2 + 4h + 3m + 5$.

La suite $f(n)$ figure-t-elle dans l'encyclopédie des suites numériques de Neil Sloane (<https://oeis.org/book.html>)? Oui, car... je l'ai ajoutée. C'est la suite <https://oeis.org/A319879>. Avant que je ne m'intéresse à ce problème de trous, personne en mathématiques n'avait semble-t-il rencontré cette suite numérique.

AUTRES PROBLÈMES DU MÊME TYPE

Parmi les problèmes liés à celui que nous venons de traiter ou le généralisant, mentionnons:

- la variante consistant à rechercher le nombre minimal de carrés nécessaires pour que l'aire totale des trous soit n ;
- la variante consistant à utiliser une définition plus souple de la notion de trou, sans imposer par exemple que deux trous ne se touchent pas;
- les variantes consistant à remplacer les pièces carrées par des pièces ayant la forme d'un triangle équilatéral, ou d'un hexagone régulier;
- les généralisations dans l'espace avec des cubes, ou en dimension supérieure;
- le dénombrement des solutions optimales.

Les trois premières variantes et les généralisations en dimensions supérieures se traiteront probablement de manière analogue aussi bien pour la découverte de la solution que pour sa démonstration. Le problème du dénombrement des solutions est sans doute assez difficile. ■

BIBLIOGRAPHIE

G. Villemin, **Le problème de la reine Didon**, <https://bit.ly/2VtBE7u>

Théorème isopérimétrique, Wikipédia, https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_isopérimétrique

Didon, Wikipédia, <https://fr.wikipedia.org/wiki/Didon>

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

DES BULLES ET DES CELLULES

La Société française de physique a organisé un concours d'images scientifiques. Parmi des centaines de propositions, le jury a désigné quatre lauréats.

P

lus de 360 ! C'est le nombre de candidatures reçues pour le concours « Beautiful science » organisé par la Société française de physique (SFP) à l'occasion de son 25^e congrès général qui se tiendra en juillet à Nantes. La compétition, ouverte à tous (les participants avaient de 9 à 87 ans !) et portant sur toutes les sciences, a mis en lice images, vidéos et sons sur le thème : montrer la science dans ce qu'elle a de plus beau et de plus élégant, de l'infiniment petit à l'infiniment grand.

L'événement avait pour parrain le collectif *Obvious* (Pierre Fautrel, Hugo Caselles-Dupré et Gauthier Vernier) qui s'était illustré il y a quelques mois par la vente record d'une de leurs toiles conçues par intelligence artificielle : *Le Portrait d'Edmond de Bellamy* fut adjugé à plus de 432500 dollars chez Christie's.

Le 28 mai, le jury s'est donc réuni et a délibéré en quelques heures pour, finalement, désigner quatre lauréats sur des critères d'esthétisme, d'originalité et d'étonnement suscité. Le premier est Antoine Lagarde, en deuxième année de thèse en mécanique des fluides, à Paris. Sa photographie, intitulée *Dans l'intimité d'une frontière franchie* (1), montre une bulle d'air qui traverse une interface séparant eau et huile.

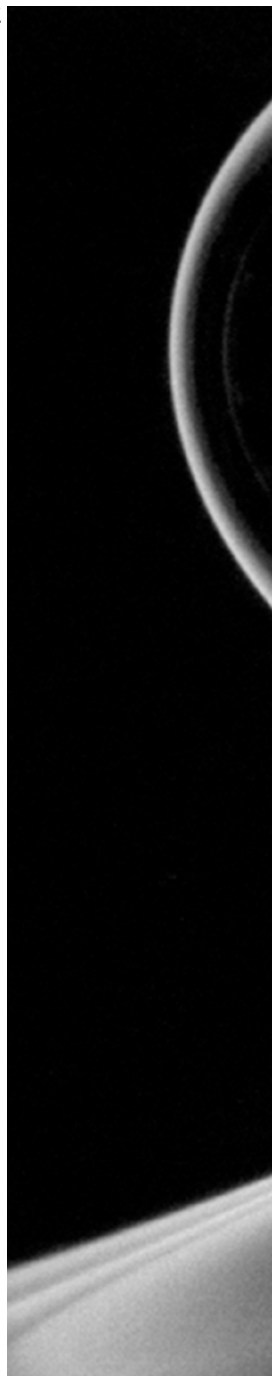
Le deuxième prix est allé à *Îlot de cellules* (2), de Nicolas Harmand, David Pereira et Sylvie Hénou, respectivement doctorant, postdoctorant en biophysique

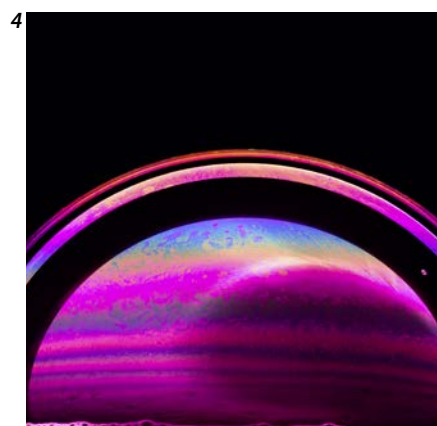
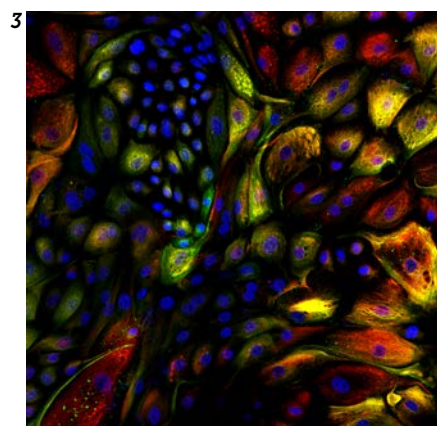
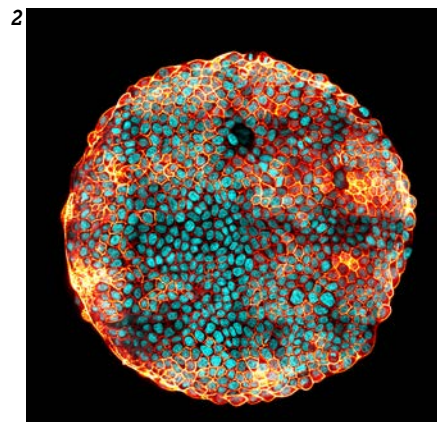
et professeure en microrhéologie cellulaire. Des cellules épithéliales d'un rein de chien sont cultivées sur un gel de polyacrylamide où des protéines d'adhérence sont disposées en disques de façon à contraindre la croissance cellulaire. En microscopie confocale à fluorescence, les noyaux des cellules apparaissent en bleu et les contours en jaune.

À la troisième place, deux *ex aequo*. D'abord, *Hallucination cellulaire* (3), de Martine Batailler, assistante ingénieure en neuroendocrinologie à l'Inra. Là encore, il s'agit d'une culture cellulaire, même si le

Les quatre images
lauréates du concours
Beautiful Science.

1





© A. Lagarde/N. Harmand, D. Pereira et S. Hénon/M. Baille/H. Klein

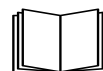
rendu est cette fois beaucoup moins ordonné. On distingue en vert et en rouge deux protéines du cytosquelette (l'armature des cellules), et en bleu le noyau des cellules après coloration de l'ADN.

Ensuite, *Planète sous cloche* (4), de Hubert Klein, maître de conférences en physique à Marseille. Par sa photographie, il met en évidence les points communs entre une bulle de savon et l'atmosphère d'une planète, notamment les phénomènes de turbulence. De fait, les tourbillons et les variations d'épaisseur (que trahissent les différentes couleurs) saisis

au sommet d'une bulle de savon évoquent les planètes gazeuses (Jupiter, Uranus, Neptune...) du Système solaire.

Les gagnants verront leurs œuvres exposées lors du congrès de la SFP à Nantes. Vous pouvez aller les voir et juger par vous-mêmes. Vous aurez alors peut-être envie de participer au prochain concours! ■

Le site du concours:
www.beautifulscience.fr
Le site du Congrès de la SFP:
www.sfp2019.fr



L'auteur a publié:
**Pollock, Turner, Van Gogh,
Vermeer et la science...**
(Belin, 2018)

LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

LE MYSTÈRE DES PIERRES QUI BOUGENT

Grâce à une conjonction improbable de conditions climatiques et de configurations de terrain, des roches se déplacent toutes seules de plusieurs mètres en quelques minutes.

Racetrack Playa, un lac temporaire dans le parc américain de la Vallée de la Mort, en Californie, est le siège d'un phénomène déconcertant. Des centaines de roches s'y déplacent en laissant sur le sol des traces rectilignes, longues de plusieurs dizaines de mètres et dont le parallélisme et les points anguleux suggèrent que leurs mouvements sont synchrones...

Ces déplacements ne se produisent dans ce lieu difficile d'accès que lors de très rares épisodes, parfois séparés de plusieurs années. Aussi les chercheurs n'ont-ils pu résoudre l'énigme que récemment, en équipant des pierres de capteurs de géolocalisation et en disposant autour du lac des caméras.

Le lieu, l'un des rares dans le monde à présenter le même phénomène, est bien particulier: Racetrack Playa est un

lac de quelques kilomètres carrés alimenté uniquement par les pluies. L'eau s'en échappe ensuite par infiltration et évaporation. La conséquence est l'absence de courant, d'où un fond particulièrement plat et horizontal, constitué de sable fin, de vase et d'argile.

UNE MORNE PLAINE BALAYÉE PAR LES VENTS

Lorsque ce lac est à sec, on peut y voir de nombreux cailloux et rochers de taille allant jusqu'à 50 centimètres. Beaucoup sont à l'extrémité de traces sur le sol, comme s'ils s'étaient déplacés tout seuls. Comment est-ce possible?

La présence d'un fond limoneux, particulièrement glissant lorsqu'il est humide, suggère que les rochers les plus plats glisseraient facilement dessus. Certaines mesures le confirment: le coefficient de frottement statique sur le sol humide est de l'ordre de 0,15, alors



Pour déterminer la cause des déplacements des roches, les chercheurs ont équipé certaines pierres de capteurs de position et autres instruments.

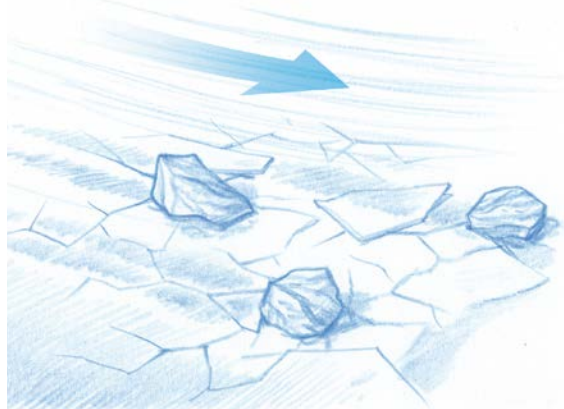
que pour des matériaux secs usuels (bois, métal...), il est plutôt de l'ordre de 0,5 ou 0,6. Cela signifie qu'il suffit d'appliquer une force horizontale égale à 0,15 fois leur poids pour déplacer ces roches. Mais d'où viendrait cette force?

Sur le sol, aucune trace de pas d'animaux. Le vent? Faisons une estimation grossière. Une roche cubique de 15 centimètres de côté pèse quelque 9 kilogrammes et requiert donc une poussée horizontale de 13 newtons pour bouger. Cela correspond à des vents d'environ 30-35 mètres par seconde – des vitesses supérieures à celles des vents qui sévissent à cet endroit.



LA SOLUTION DE L'ÉNIGME

À la suite de ses observations et mesures sur des pierres équipées de capteurs, l'équipe de Richard Norris, aux États-Unis, a proposé en 2014 un scénario qui résout le mystère des pierres qui bougent. Selon ce scénario, les pierres sont poussées par les mouvements des plaques de glace formées lors d'une nuit froide. Ces plaques se rompent le jour et sont elles-mêmes poussées par le vent, grâce à la très grande surface globale qu'elles lui offrent et aux enchevêtrements qui se créent. Les mouvements de l'eau liquide, également dus au vent, contribuent aussi à la poussée des plaques de glace.



Puisque, comme plusieurs études l'ont confirmé, le vent ne suffit pas, il faut chercher d'autres ingrédients.

DES PIERRES PORTÉES PAR DES RADEAUX DE GLACE?

Notamment en analysant les périodes de l'année où se produisent ces déplacements – en hiver, lorsque le lac peut geler –, le géologue tchèque Gunther Kletetschka et ses coauteurs ont formulé en 2013 une nouvelle hypothèse.

Elle s'appuie sur le fait que la conductivité thermique de la roche est quatre fois supérieure à celle de l'eau. Imaginons qu'au moment du gel, l'eau soit à un

niveau tel que le haut du rocher est encore bien émergé.

Dans ce cas, puisque la chaleur diffuse bien à travers la roche, cette dernière se retrouvera rapidement et intégralement à une température inférieure à 0 °C. L'eau qui est à son contact peut geler et ainsi former une gangue de glace autour de la partie immergée du caillou. De plus, ce gel peut s'étendre en dessous du rocher, les sédiments et la vase étant aussi très humides.

Et comme le niveau d'eau du lac fluctue avec les apports d'eau en provenance de toute la zone environnante, cet ensemble « rocher + radeau de glace »

peut se détacher du fond et se mettre à flotter (*voir l'encadré page suivante*).

Avec notre cube de 15 centimètres, et si on oublie la fragilité mécanique de la glace, il faudrait un radeau de glace de 4 centimètres d'épaisseur sur un peu moins de 1500 mètres carrés pour le faire flotter grâce à la poussée d'Archimède.

C'est considérable. Mais même avec un radeau plus petit, notre rocher pourrait se trouver suffisamment allégé pour >

Les auteurs ont récemment publié :
En avant la physique !,
une sélection de leurs
chroniques (Belin, 2017).



> être poussé par le vent. Les traces parallèles et uniformes des rochers proches les uns des autres semblent confirmer cette hypothèse: ils seraient tous pris dans le même radeau; ils ne rouleraient pas en se déplaçant, mais frotteraient sur le fond.

Hélas, les campagnes d'observations ont invalidé ce séduisant scénario. Les trajectoires de rochers proches ne sont en fait pas parfaitement parallèles: elles s'écartent ou se rapprochent légèrement, et on en déduit que ces rochers ne sont pas solidaires du même bloc de glace.

D'autres éléments viennent infirmer l'hypothèse du radeau. L'épaisseur de glace nécessaire pour assurer la flottaison semble plus importante que celle ayant cours d'habitude dans ce lac. Ensuite, lorsque les températures sont négatives et que tout le lac gèle et se recouvre de glace, les mouvements deviennent impossibles; il faut que la glace se brise pour que les plaques se mettent à dériver. Or dès que le soleil point, les pierres s'échauffent bien plus vite que l'eau et c'est donc autour d'elles que la glace fond le plus vite: les pierres se détachent de leur radeau avant que celui-ci ait le temps de bouger! Enfin, les traces au sol se révèlent trop profondes pour être dues à un attelage pierre-glace allégé.

POUSSÉES PAR DES PLAQUES DE GLACE

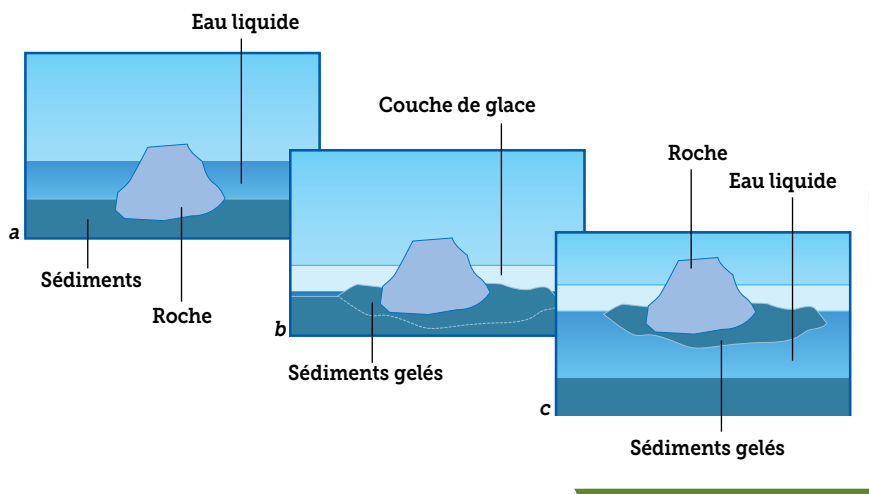
L'énigme a persisté notamment parce que les observations étaient très difficiles. En effet, même en imaginant être sur place au bon moment, il est difficile à l'œil nu de distinguer les lents mouvements de rochers (1 à 2 mètres par minute) dans un paysage dépourvu de points de repère. C'est en équipant des rochers de balises de géolocalisation, d'enregistreurs et de capteurs de température que l'Américain Richard Norris, de l'institut Scripps d'océanographie, et ses collègues ont pu comprendre le phénomène.

La position et la température étaient enregistrées toutes les heures jusqu'à ce qu'un mouvement soit détecté grâce à un déclencheur magnétique enterré dans le sol, sous les rochers équipés. L'enregistrement passait alors en mode continu et des caméras placées en divers endroits filmaient.

Ces chercheurs ont alors constaté que les mouvements se produisaient par des jours clairs et ensoleillés, après des nuits où la température était descendue en dessous de 0 °C. À la mi-journée, la chaleur et le vent brisaient la mince couche de glace qui s'était formée durant la nuit. Ce

UN SCÉNARIO ERRONÉ

Selon un scénario proposé en 2013, une roche posée sur le lac est dans un premier temps partiellement immergée (a). Quand la température baisse suffisamment, l'eau gèle, ainsi que la roche et les sédiments qui sont à son contact (b). Avec l'arrivée d'eau liquide, un radeau de glace solide de la roche et des sédiments associés se détache et se met à flotter au-dessus de la couche liquide (c); ce radeau peut alors se déplacer sous l'effet du vent. Mais ce scénario s'est révélé erroné, notamment parce que les couches de glace constatées sont trop minces.



sont ces plaques de glaces qui, mues par le vent, poussaient les rochers. Les plaques, épaisses de 3 à 6 millimètres, sont bien trop minces pour soulever les cailloux, mais la grande surface qu'elles offrent au vent les soumet à des forces latérales suffisantes pour qu'elles se chevauchent et s'enchevêtrent; cela augmente leur prise au vent, au point qu'elles deviennent en mesure de pousser les cailloux se trouvant sur leur chemin (voir l'encadré page précédente).

Cette explication permet aussi de comprendre pourquoi les mouvements des cailloux semblent synchronisés: les pierres sont poussées par un même ensemble de plaques de glace. Mais les mouvements ne sont pas parfaitement parallèles, car chaque caillou est poussé sans être solidaire des autres. Lors de certains événements, ce sont plus de 60 pierres qui sont poussées ensemble dans la même direction. Ces mouvements sont rares et brefs, les enregistrements révélant des durées de quelques minutes, une vingtaine tout au plus.

À l'influence directe du vent sur les plaques viennent s'ajouter les mouvements de l'eau du lac dus au vent. Observés à une vitesse comprise entre 60 et 100 centimètres par minute, ces mouvements font passer de l'eau de la partie nord du lac à sa partie sud. Ils facilitent les dérives des plaques et donc le déplacement des pierres. ■

BIBLIOGRAPHIE

R. D. Norris et al., **Sliding rocks on Racetrack Playa, Death Valley National Park: First observation of rocks in motion**, *PLoS One*, vol. 9(8), article e105948, 2014.

G. Kletetschka et al., **Sliding stones of Racetrack Playa, Death Valley, USA: The roles of rock thermal conductivity and fluctuating water levels**, *Geomorphology*, vol. 195, pp. 110-117, 2013.

