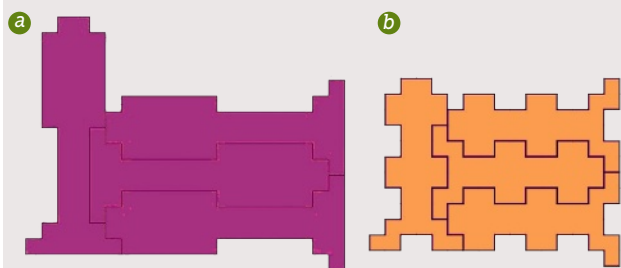


7

POLYOMINOS À AXE DE SYMÉTRIE

Ci-dessous, les polyominos les plus petits connus ayant un axe de symétrie et permettant de construire une tétrade sans trou. La configuration *a*, due à Juris Čerņenoks, utilise un polyomino de 48 carrés ; la seconde, *b*, trouvée à la fois par Frank Rubin et par Karl Scherer, utilise un polyomino de 34 carrés. On ignore si l'on peut faire mieux.



immédiat en considérant les dessins, de les prouver sans son aide, contrairement aux énoncés sur les décomptes qui restent toujours liés à la confiance accordée aux programmes écrits et à leur fonctionnement.

L'énoncé suivant est très joli et, là encore, sa démonstration astucieuse se fait sans ordinateur. Il concerne les trous dans les tétrades à base de polyominos. On peut souhaiter qu'il n'y ait pas de trou comme précédemment, mais on peut aussi se demander s'il est possible de faire un trou d'une forme donnée à l'avance. Bien sûr, un trou dans une tétrade faite de polyominos a nécessairement la forme d'un polyomino lui-même sans trou. Le très beau résultat de Juris Čerņenoks et Andrejs Cibulis est : « Tout polyomino sans trou est la forme d'un trou pour une tétrade faite de polyominos » (voir l'encadré 5 pour la démonstration).

TROUS SIMPLES

Toujours à propos des trous d'une tétrade formée de polyominos, on peut considérer les trous les plus simples possible et rechercher pour chacun le polyomino le plus petit possible permettant la construction d'une tétrade ayant ce trou. Pour tous les trous de 1, 2, 3 et 4 carrés, l'encadré 6 donne la réponse, trouvée par ordinateur.

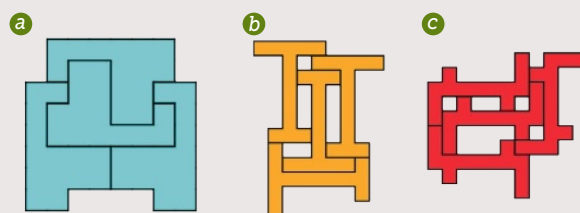
Comme tout bon sujet de mathématiques, celui des tétrades a ses énigmes non résolues. En voici trois d'une difficulté raisonnable que nous invitons les lecteurs à attaquer.

8

AXE ET CENTRE DE SYMÉTRIE

Le dessin *a* montre une tétrade ayant un axe de symétrie. Le dessin *b* est une tétrade formée avec le plus petit polyomino possible ayant un axe de symétrie. Le dessin *c* est construit à partir du plus petit polyomino donnant une tétrade et ayant un centre de symétrie.

D'autres tétrades intéressantes formées avec des polyominos sont proposées sur la page web de George Sicherman : <https://userpages.monmouth.com/~colonel/tetrads/ntetrads.html>



Énigme 1. Quel est le plus petit polyomino ayant un axe de symétrie et permettant la construction d'une tétrade sans trou ? Deux solutions sont connues, sans que l'on sache si on peut faire mieux. La première est due à Juris Čerņenoks et utilise un polyomino de 48 carrés. La seconde, trouvée indépendamment par Frank Rubin et Karl Scherer, utilise un polyomino de 34 carrés. Il faut soit prouver que ce record actuel est indépassable, soit l'améliorer (voir l'encadré 7).

Énigme 2. Existe-t-il des polyominos ayant un axe de symétrie et donnant une tétrade sans trou qui a elle-même un axe de symétrie ?

Énigme 3. Existe-t-il des polyominos ayant un centre de symétrie et donnant une tétrade sans trou ?

Avant d'attaquer les énigmes 2 et 3, notez bien les tétrades déjà connues et présentant des symétries. Le dessin *a* de l'encadré 8 montre une tétrade ayant un axe de symétrie, mais le polyomino qui l'engendre n'en a pas. Le dessin *b* montre le plus petit polyomino ayant un axe de symétrie et pouvant engendrer une tétrade, mais celle-ci a des trous. Le dessin *c* montre le plus petit polyomino doté d'un centre de symétrie, mais la tétrade a des trous.

L'objectif d'améliorer les résultats du tableau donné plus haut, pour aller au-delà de 17, semble accessible. Si vous y parvenez ou si vous résolvez l'une des trois énigmes, prévenez-moi, vos résultats seront publiés dans une prochaine rubrique. ■

BIBLIOGRAPHIE

J. Čerņenoks et A. Cibulis, **Tetrads and their counting**, *Baltic J. Modern Computing*, vol. 6(2), pp. 96-106, 2018 (<https://doi.org/10.22364/bjmc.2018.6.2.01>).

J. Čerņenoks et A. Cibulis, **Application of IT in mathematical proofs and in checking of results of pupils' research**, *Proc. of the 6th Intern. Conf. on Applied Inform. and Comm. Technologies*, Jelgava, Latvia, pp. 172-177, 2013 (http://alephfiles.rtu.lv/TUA01/000040029_e.pdf).

A. Cibulis et J. Čerņenoks, **Tetrads – it is not so easy**, *MCG Newsletter*, n° 3, pp. 23-28, 2012 (www.brgkepler.at/~geretschlaeg/MCG_Newsletter_3.pdf).

M. Gardner, **Penrose tiles to trapdoor ciphers**, chap. 9, *The Mathematical Association of America*, 1997.

Pages web de G. Sicherman : www.recmath.org/PolyCur/tetrads/tetrads.html, <https://userpages.monmouth.com/~colonel/>

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

LA PIERRE IDÉALE DU FACTEUR CHEVAL



Une pierre particulière fut le déclencheur de la construction du chef-d'œuvre de l'art naïf le Palais idéal du facteur Cheval. Qu'a-t-elle de si étonnant?

A

vril 1879, dans la Drôme, à deux pas du Vercors, un facteur effectue sa longue et harassante tournée à pied sur des chemins escarpés autour d'Hauterives. Près

de Tersanne, petite commune de quelques centaines d'habitants, l'employé des Postes trébuche et tombe à terre.

Son pied vient de heurter une pierre. Il notera plus tard : « Elle représente une sculpture aussi bizarre qu'il est impossible à l'homme de l'imiter. » La pierre scellera le destin de l'homme, car elle fera de lui, Ferdinand Cheval, un architecte et un maçon qui passera 33 ans de sa vie à bâtir à la chaux, au mortier et au ciment un monument hors normes, mélange détonnant d'inspirations biblique, hindoue, égyptienne... nourries par les premières cartes postales que le préposé distribuait. Chef-d'œuvre de

l'art naïf, le « Palais idéal du facteur Cheval », de 12 mètres de hauteur et 26 de longueur, fut admiré par Pablo Picasso, mais aussi André Breton, Jean Tinguely, Max Ernst, Robert Doisneau...

Attardons-nous sur celle par qui tout a commencé, la pierre dite « d'achoppement » par Ferdinand Cheval. Elle ressemble à une série de piles d'assiettes, dont les couleurs s'étirent du gris à l'ocre. De quel minéral s'agit-il et quels processus géologiques ont pu présider à une telle formation ?

Selon Didier Nectoux, directeur du musée de l'École des mines, à Paris, ce serait un grès. Il témoigne de dépôts sableux successifs dans une dynamique régulière et assez tranquille. Cet empilement a ensuite été enfoui et a subi une diagenèse, c'est-à-dire un ensemble de processus physicochimiques par lesquels il se transforme en une roche. Plus



précisément, de l'eau circule dans le sédiment et apporte de la silice dissoute qui précipite, souvent à partir de «noyaux de cristallisation», et cimente l'ensemble.

La coloration ocre est due à la migration d'oxydes de fer dans la roche en formation. Par des mouvements d'ordre tectonique, le grès a ensuite rejoint la surface et a été exposé à l'érosion, essentiellement par l'eau. Peu à peu, les zones les plus dures, en l'occurrence les «piles d'assiettes» de la Pierre d'achoppement, ont été mises en relief. Les parties éliminées sont souvent les plus éloignées des noyaux de cristallisation, plus récentes et donc plus fragiles.

Plus largement, en quoi consiste le contexte géologique local? Le territoire d'Hauterives, où cette pierre a été trouvée, et bien d'autres similaires recueillies par la suite par le facteur, se situe à la limite nord de la formation argilo-caillouteuse de

Chambaran. Cette région appartient au sillon molassique périalpin, c'est-à-dire une accumulation de roches sédimentaires (les molasses), comme des grès, mais aussi des argiles et des conglomérats. La Pierre d'achoppement est une de ces molasses. Dans ce sillon, on trouve également des galets de quartzite (une roche siliceuse) d'origine alpine apportés à l'époque du Villefranchien, il y a environ 1,8 million d'années, à l'occasion d'une glaciation.

Autre particularité, à Tersanne, entre 1969 et 1984, le sous-sol a été percé à de grandes profondeurs pour récupérer, par dissolution, 6 millions de tonnes de sel, sans doute daté du Trias, que Rhône-Poulenc a utilisé pour produire du chlore. Cela a laissé place à d'immenses vides représentant plusieurs millions de mètres cubes. Aujourd'hui, la société Engie stocke dans ces réservoirs naturels étanches du gaz naturel sous pression.

En fin de compte, c'est à un contexte géologique peu commun que l'on doit une construction qui l'est encore moins. André Malraux ne s'y était pas trompé. En 1969, il fut le seul à défendre l'inscription du Palais idéal aux Monuments historiques. Pour fêter le cinquantenaire de ce classement, une exposition d'art contemporain «Le vent et les oiseaux m'encouragent», ainsi qu'une création de l'artiste Fabrice Hyber et un *fac-similé* d'un carnet de dessins de Picasso entièrement consacré au facteur Cheval rendent hommage au Palais idéal jusqu'au 5 janvier 2020. ■

Pour plus d'informations:
www.facteurcheval.com



L'auteur a publié:
**Pollock, Turner, Van Gogh,
Vermeer et la science...**
(Belin, 2018)

LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

DU GRANITÉ POUR BIEN PATINER

**Un bon lubrifiant est un fluide de viscosité élevée.
Ce n'est le cas ni de la glace ni de l'eau liquide. Et pourtant,
on glisse sur la glace comme sur une couche d'huile!
Des expériences récentes ont résolu l'énigme.**

Depuis le XIX^e siècle, on avait l'intuition que, lorsqu'on glisse sur de la glace, la surface de celle-ci se couvre d'un film très mince d'eau liquide qui évite le contact solide-solide et le lubrifie, même lorsque la température est inférieure à 0 °C. Pourtant, pour les physiciens, ce phénomène restait mal compris car l'eau, contrairement à l'huile, est en pratique un très mauvais lubrifiant.

Les expériences toutes récentes du groupe de Lydéric Bocquet, physicien du CNRS à l'École normale supérieure, à Paris, résolvent le paradoxe. Elles montrent que le film n'est pas aussi liquide que l'on croyait, mais a une consistance proche du granité, mélange de glace pilée et d'eau. Cela en fait un meilleur lubrifiant, comme nous allons l'expliquer.

Pour bien saisir le paradoxe, examinons quelques situations où la surface d'un solide est mouillée soit par de l'eau,

soit par de l'huile. Chacun aura constaté qu'il est bien plus facile de remuer de l'eau avec une cuillère que de l'huile. La raison en est que la viscosité, la grandeur physique qui exprime combien un fluide résiste à sa mise en mouvement quand on le « cisaille », est bien plus faible pour l'eau (1 millième de pascal·seconde) que pour l'huile (environ 0,08 pascal·seconde pour l'huile d'olive à 20 °C, par exemple, soit 80 fois plus!).

LUBRIFICATION À L'HUILE OU À L'EAU?

Pourtant, un piéton, par exemple, risque bien plus de glisser sur une flaque d'huile que sur une flaque d'eau. Autrement dit, l'huile frotte davantage sur un solide (la cuillère), mais réduit bien mieux le frottement entre deux solides (le sol et la chaussure), ce qui en fait un meilleur lubrifiant. Pour comprendre pourquoi et être plus quantitatif, il est nécessaire de s'intéresser à ce qui se passe à l'échelle microscopique.

Plutôt qu'une semelle de chaussure, trop souple et dont la déformation viendrait compliquer la situation, considérons un cube de métal posé sur un sol plat et horizontal, métallique lui aussi pour simplifier l'analyse.

Lorsque les surfaces en contact sont sèches, le frottement est un « frottement solide ». Cela signifie que si l'on pousse le cube avec une force trop faible, il ne glisse pas, mais reste bloqué sur le sol. Ce phénomène a pour origine la rugosité des surfaces à l'échelle microscopique. À l'échelle du millième de millimètre, même les surfaces qui nous apparaissent lisses présentent des aspérités. Aussi,

