

Le système de numération associé à cette écriture utilisant les six symboles &, 0, 1, 0, 1, 2 est un système de numération triple. Il est certes un peu compliqué, mais il est remarquable que l'on puisse circuler d'une notation à une autre assez simplement avec quelques règles élémentaires. Si on le souhaitait, en introduisant d'autres couleurs et les règles nécessaires, on aurait par exemple un système de numération quadruple décimal-ternaire-binaire-unaire, etc.

POUR TOUTES LES BASES!

La généralisation du système esperluette pour la base 5 est facile à imaginer. Elle est donnée ci-dessous en utilisant la couleur verte pour les chiffres. La généralisation à une base quelconque, b , devient alors évidente.

Règle $t1$: $\&x \rightarrow 0\&x$

Règle $t2$: $x0\&\&\&\&y \rightarrow x\&0y$

Règle $t3$: $x0\&\&\&y \rightarrow x4y$

Règle $t4$: $x0\&\&y \rightarrow x3y$

Règle $t5$: $x0\&y \rightarrow x2y$

Règle $t6$: $x0y \rightarrow x1y$

Comme précédemment, si l'on utilise le plus possible les règles $t1$ et $t2$, on arrive à une représentation du nombre étudié dans un système à deux étages: unaire et quinaire.

Par exemple, l'entier $39_{10} = 25_{10} + 10_{10} + 4_{10} = 1 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 124_5$ s'écrira $0\&0\&0\&0\&\&$, ce qui, en faisant apparaître les boîtes, donne:

0 [&] 0 [&&] 0 [&&&&].

De tels systèmes, ou du moins des systèmes assez proches, ont déjà été utilisés. Le système des Mayas, à peu de chose près (en remplaçant le symbole qui représente le 5 par cinq points ronds), est un système à un étage en base 20 et un étage unaire (voir l'encadré 3).

En informatique et en électronique, on utilise un système de ce type, le «décimal codé binaire», ou DCB, qui est un système à deux étages: un étage décimal et un étage binaire.

Pour représenter 237_{10} en DCB, on écrit 10 11 111, c'est-à-dire les trois chiffres 2, 3 et 7 successivement écrits en binaire. Dans la notation DCB, pour éviter toute confusion, il faut soit avoir réservé des espaces mémoire distincts pour chacune des écritures 10, 11 et 111, soit utiliser un séparateur (10•11•111).

On a vu que les systèmes esperluette peuvent convertir en notation à deux étages ternaire-unaire ou quinaire-unaire, mais l'étage le plus bas est unaire, ce qui est un peu encombrant. Existe-t-il un système de règles de type esperluette qui permettraient de convertir un nombre n donné en unaire en notation à deux étages décimal-binaire (comme le décimal codé binaire)?

La réponse est oui. C'est possible en introduisant des règles qui vont convertir le contenu des boîtes en unaire évoquées plus haut pour les écrire en binaire. Attention, ce système n'est pas exactement le même que celui qu'on

utiliserait pour créer un système mixte décimal-binaire et permettre les conversions entre le décimal et le binaire.

ESPERLUETTE POUR LE DÉCIMAL CODÉ BINAIRE

Voici les règles du système esperluette pour le DCB.

Règle $u1$: $\&x \rightarrow 0\&x$

Règle $u2$: $x0\&\&\&\&\&\&y \rightarrow x\&0y$

Règle $u3$: $x0\&y \rightarrow x00\&y$

Règle $u4$: $x0\&\&y \rightarrow x\&0y$

Règle $u5$: $x0\&y \rightarrow x1y$

Règle $u6$: $x00y \rightarrow x000y$

L'utilisation des six règles se fera en donnant priorité aux règles $u1$ et $u2$ qui conduisent à l'écriture en décimal-unaire du nombre considéré. Ensuite, on utilisera les règles $u3$ et $u4$ qui mènent à une écriture à trois étages, décimal-binaire-unaire. Enfin, les règles $u5$ et $u6$ réduisent la séquence pour l'écrire en décimal-binaire.

Voici un exemple pour comprendre la série des transformations. Partons d'une séquence de 2307 fois le &. Après avoir appliqué autant que possible les règles $u1$ et $u2$, on arrive à $0\&\&0\&\&\&00\&\&\&\&\&\&$, ce qui est une représentation de 2307 en notation à deux étages décimal-unaire avec le 0 comme séparateur. L'application des règles $u3$ et $u4$ produit $00\&000\&0\&000\&0\&0\&$, ce qui, en délimitant les boîtes, s'écrit:

0 [0&0] 0 [0&0&] 0 [] 0 [0&0&0&].

On voit, séparées par des 0 (noirs), une boîte 0&0, puis une autre 0&0&, puis une boîte vide et enfin une quatrième boîte 0&0&0&. Chacune de ces boîtes est elle-même une suite de boîtes contenant plus ou moins de & séparés par des 0 bleus, et on reconnaît dans la première boîte le nombre 2 en binaire-unaire. Le nombre 3 en binaire-unaire est dans la seconde. Le 0 correspond à la troisième boîte, et le nombre 7 en binaire-unaire à la dernière.

La règle $u5$ transforme alors les boîtes du second étage en binaire, ce qui aboutit à 01001100111. En introduisant des blancs et en délimitant les boîtes:

0 [10] 0 [11] 0 [] 0 [111], où l'on reconnaît déjà 2307.

La règle $u6$ sert à placer un 0 bleu dans les boîtes délimitées par des 0 noirs ne contenant rien. Le résultat obtenu, 010011000111, est maintenant facile à lire si l'on comprend bien que les 0 noirs sont des séparateurs, et que les chiffres en bleu représentent les entiers 2, 3, 0 et 7 écrits en binaire:

0 10 0 11 0 0 0 111.

Le système des règles a donc converti le nombre 2307 du unaire au décimal-binaire. Vous imaginez sans mal que l'on conçoit aussi des systèmes de numération à autant d'étages que l'on veut, par exemple décimal-quaternaire-ternaire-binaire. De quoi s'amuser encore un moment! ■

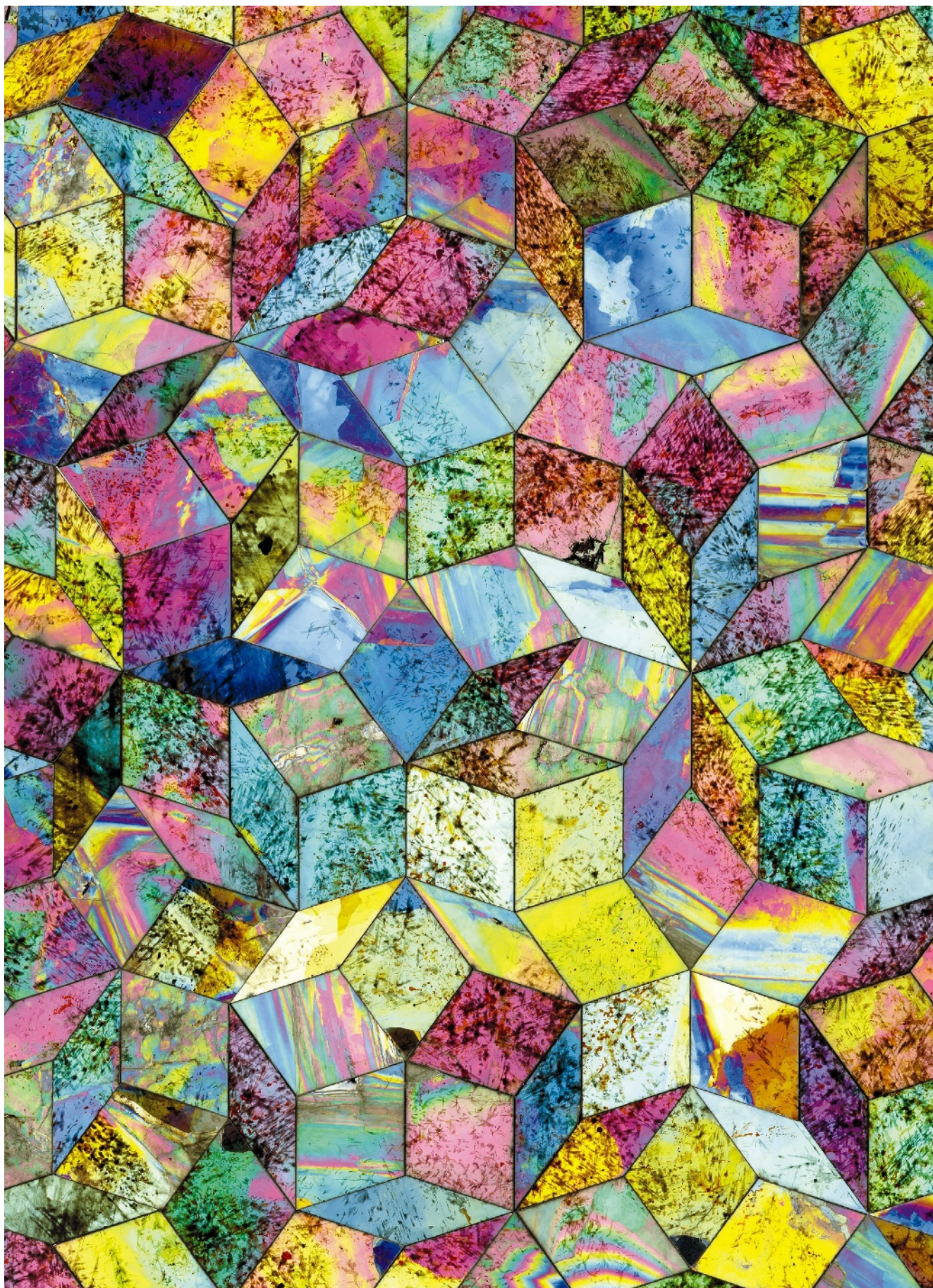
BIBLIOGRAPHIE

Wikipédia, **Système de numération indo-arabe**, consulté en septembre 2020.

Wikipédia, **Esperluette**, septembre 2020.

Wikipédia, **Binary-coded decimal**, septembre 2020.

Wikipédia, **Numération maya**, septembre 2020.



MicaPenrose, de Léa Barbazanges.

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à Pour la Science

UNE VIE ENTRE MICA ET CALCITE

Au domaine de Chaumont-sur-Loire, les créations minérales de Léa Barbazanges, centrées sur la notion de cristal périodique ou aperiodique, rendent hommage au vivant... et à deux Prix Nobel.

La première pierre a été posée vers l'an 1000, quand Eudes 1^{er}, comte de Blois, décide de faire ériger une forteresse sur un coteau dominant la Loire afin de surveiller les remuants voisins du comté d'Anjou. Le premier parterre du parc qui entoure le château, détruit et reconstruit au fil des siècles, est installé en 1884 par l'architecte paysagiste Henri Duchêne. Dès lors, le domaine de Chaumont-sur-Loire était prêt pour accueillir le désormais célèbre Festival international des jardins, dont la première édition s'est tenue en 1992.

Un autre rendez-vous incontournable s'y est greffé, la « Saison d'art » : chaque année, une quinzaine d'artistes et plasticiens éminents ou émergents sont invités à présenter des œuvres inédites et originales sur le thème de la nature. D'ordinaire close à la fin de l'automne, la douzième Saison d'art est exceptionnellement prolongée jusqu'au 3 janvier 2021 et reste accessible au gré des mesures de restriction sanitaire.

Des poétiques herbiers de Marinette Cueco aux délicates céramiques de Sophie Lavaux en passant par les plumes suspendues d'Isa Barbier, les yeux sont séduits par la grâce et la subtilité des univers ainsi offerts.

Et un œil qui serait en outre sensible aux charmes de la science ne manquera pas de s'arrêter sur les œuvres de Léa Barbazanges alliant minéralogie et mathématiques à l'esthétique. D'abord, dans *Cristaux*, l'artiste installée à Strasbourg donne à voir sur de grands

panneaux translucides des cristaux de calcite, un carbonate de calcium (CaCO_3) naturel. Très abondant, ce minéral est le constituant essentiel des roches sédimentaires, des concrétions dans les grottes, ainsi que des structures élaborées par des organismes vivants microscopiques comme les foraminifères et les coccolithophores.

La calcite est dotée de caractéristiques optiques particulières avec lesquelles l'œuvre joue, notamment la biréfringence. Grâce à cette propriété de diviser en deux un rayon de lumière, les motifs de *Cristaux* se parent de reflets argentés changeants et évoquent d'autres édifices ordonnés tels que le givre ou les flocons de neige.

DE MAILLE EN MAILLE

À la fin du XVIII^e siècle, les études de la calcite menées par le minéralogiste français René Just Haüy ont conduit à la découverte du principe de la maille cristalline. Mais cette idée selon laquelle un motif géométrique simple constitue un réseau cristallin en se répétant périodiquement a été bousculée par la découverte des quasi-cristaux au début des années 1980. Il s'agit de solides aux propriétés de diffraction similaires à celles des cristaux (en l'occurrence, des diagrammes dits « discrets »), mais dont la structure n'est pas périodique. Leur identification, un temps contestée, a valu à l'Israélien Dan Shechtman le prix Nobel de chimie en 2011.

Une méthode pour modéliser ces quasi-cristaux est de recourir aux pavages de Penrose, eux aussi non périodiques et portant le nom du Britannique Roger Penrose, lauréat du prix Nobel de physique

en 2020 pour ses travaux sur les trous noirs. L'un de ces pavages, faits de deux types de losanges aux angles bien définis (on parle de pavage de type 3) est le cœur de *MicaPenrose*, l'autre œuvre de Léa Barbazanges exposée à Chaumont (voir page ci-contre). Conçue en collaboration avec Sylvain Ravy, du Laboratoire de physique des solides de l'université Paris-Sud, elle consiste en un assemblage de tuiles faites de mica.

Ce silicate d'aluminium et de potassium (dont le cristal est périodique, à l'inverse de l'alliage d'aluminium et de manganèse étudié par Dan Shechtman) est l'un des composants du granit et du sable. Sa structure feuilletée lui confère un aspect scintillant spectaculaire et un chatoulement de couleurs semblable à celui d'une bulle de savon qui varie selon l'angle d'observation. De fait, devant l'œuvre, en se déplaçant, le visiteur voit passer le pavage d'une teinte plutôt grise et terne à une explosion multicolore.

Étonnamment, selon Helen Hansma, de l'université de Santa Barbara, en Californie, les premières cellules vivantes sont peut-être apparues au sein d'un film d'eau entre des feuillettes de mica. Or Léa Barbazanges place la vie au centre de ses créations, même lorsqu'elles sont minérales. Et c'est en fait toute l'ambition du domaine de Chaumont et de son engagement pour l'art du jardin : faire surgir la vie de la terre pour l'émerveillement de tous. ■

Saison d'art 2020
www.domaine-chaumont.fr/fr

L'auteur a publié :
**Pollock, Turner, Van Gogh,
Vermeer et la science...**
(Belin, 2018)



LES AUTEURS



JEAN-MICHEL COURTY et ÉDOUARD KIERLIK
professeurs de physique à Sorbonne Université, à Paris

QUAND LA NEIGE SE MÉTAMORPHOSE

Contrairement aux apparences, le manteau neigeux n'est pas un milieu homogène. Ses diverses couches, façonnées par les conditions météorologiques, présentent des structures microscopiques différentes.

L'hiver est là et les chutes de neige successives couvrent d'un manteau blanc les flancs de nos montagnes. Un manteau loin d'être homogène et immuable. En fonction des conditions atmosphériques passées et présentes (vent, température, humidité...), cette neige évolue lentement. Elle garde pour un œil non averti le même aspect visuel, mais sa microstructure évolue. La densité et les propriétés mécaniques changent, avec de possibles conséquences par exemple sur le déclenchement des avalanches. En quoi consistent ces « métamorphoses » de la neige et quels sont leurs moteurs ?

Commençons par la formation d'une couche de neige. En l'absence de vent et si la température ambiante est inférieure à 0 °C au moment de la chute, les flocons, constitués de cristaux de neige agglomérés, forment sur le sol une couche peu

dense, la « poudreuse ». Il est périlleux de marcher dessus, car on s'y enfonce facilement, à cause de sa faible résistance mécanique. Tout de même, la neige fraîche et sèche a une certaine cohésion. Les flocons, avec leurs branches et leurs formes compliquées, s'enchevêtrent tandis que de nombreux petits ponts de glace se forment au niveau des points de contact. Cette neige tient ainsi facilement sur les pentes, les toits, les branches des arbres...

DES CRISTAUX QUI DEVIENNENT DES GRAINS

Et ensuite ? Sous l'effet du vent ou juste du poids de la couche, les flocons se brisent. Leurs aspérités s'adoucissent : de cristaux géométriques, on passe à des fragments, moins enchevêtrés, puis, parfois au bout de plusieurs semaines, à des petits grains d'une fraction de millimètre et sans beaucoup d'aspérités.

Entre le sol et la surface de la couverture neigeuse, la neige présente en général plusieurs couches, que l'œil ne distingue que difficilement.

Dans un premier temps, la perte des enchevêtrements réduit la cohésion de la neige, qui peut alors glisser des supports les plus pentus. Mais, plus tard, les grains débarrassés de leurs aspérités peuvent s'approcher davantage et mieux s'empiler. La neige se tasse alors, devenant plus dense et regagnant de la cohésion.

Que se passe-t-il, plus précisément, lors de ces transformations ? La neige est de l'eau à l'état solide – de la glace. En dessous de 0 °C, la glace se sublime en vapeur tant que la quantité de vapeur d'eau présente dans l'air ambiant est inférieure à une quantité maximale, qui dépend de la température. Une fois ce maximum atteint, la glace est à l'équilibre avec la vapeur d'eau et tout surplus de vapeur se condense.

