

- transposées par k demi-tons d'une série rétrograde $T_k R$, d'une série renversée $T_k I$ et d'une série renversée rétrograde $T_k R I$.

La musique sérielle est une extension du dodécaphonisme où l'idée de série est appliquée aux notes, mais aussi aux rythmes, aux intensités et à tous les paramètres du son.

L'ensemble des entiers modulo 12 offre un premier exemple musical de structure de groupe, celui noté $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. Il peut être interprété musicalement de plusieurs façons : soit comme le groupe des intervalles musicaux (avec l'addition modulo 12), soit comme un groupe de transformations, celui engendré par les transpositions, l'un des types des transformations utilisées dans la technique dodécaphonique. On peut représenter ce groupe par un cercle, celui-ci correspondant à une octave, divisé en 12 parties.

L'hypothèse sous-jacente de cette représentation circulaire est qu'elle permet de formaliser tout accord musical : tout accord de m notes distinctes correspond, d'un point de vue géométrique, à un polygone à m côtés inscrit dans le cercle (voir la figure page 24).

Dans la tradition américaine, la note *do* est notée 0, tandis que les compositeurs sériels européens de la seconde moitié du xx^e siècle, tels le Français Pierre Boulez (1925-2016) et l'Allemand Karlheinz Stockhausen (1928-2007), ont privilégié une autre représentation faisant correspondre au *do* l'entier 1. La différence entre les écoles américaine et européenne est moins une différence de notation qu'une distance conceptuelle qui sépare les deux traditions théoriques. Dans cet article, nous adopterons la notation américaine.

Milton Babbitt propose au début des années 1950 d'exprimer les opérations sérielles comme des transformations de la structure du groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. En effet, il remarque que l'on peut interpréter les quatre formes d'une série dodécaphonique (P, R, I et RI) comme les quatre transformations suivantes :

$$P: (a, b) \Rightarrow (a, b)$$

$$I: (a, b) \Rightarrow (a, (12-b)_{12})$$

$$R: (a, b) \Rightarrow (11-a, b)$$

$$IR: (a, b) \Rightarrow (11-a, (12-b)_{12})$$

Ici, la série dodécaphonique P est représentée par une suite de couples (a, b) , a indiquant la position de la note dans la série et b , la note (relative

à une origine 0). Ces quatre transformations d'une série dodécaphonique et, plus généralement, d'un profil mélodique constituent les éléments d'une structure algébrique nommée groupe de Klein de quatre éléments. Il tient compte de toutes les transformations de la musique dodécaphonique, alors que le groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ ne rend compte que des transpositions.

Le groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ et le groupe de Klein ne sont pas les seules structures algébriques intéressantes en musique. Deux autres groupes sont importants, mais avant de les décrire, nous devons définir deux concepts importants, celui de la structure intervallique – l'énumération des intervalles, en demi-tons, qui séparent les notes successives d'un accord – et de la symétrie axiale généralisée, soit la composition d'une transposition et d'une inversion (voir l'encadré page 26). La représentation circulaire de ces deux idées, ajoutées à celles de la transposition et de l'inversion, nous fournira un ensemble d'outils d'analyse qui nous aideront à comprendre la structure de diverses œuvres.

UNE BOÎTE À OUTILS

Ainsi, la notion de symétrie axiale généralisée nous éclaire sur la composition d'une polyphonie sérielle constituée de deux hexacordes (séries de six notes) liés par une telle symétrie (voir la figure ci-dessous). Le recours à une symétrie axiale généralisée dans le sérialisme n'est pas étonnant, car cette technique de composition est fondée sur une structure mathématique de groupe. En revanche, et cela soulève des questions quant au caractère universel de certaines constructions algébriques, on trouve de telles symétries chez des compositeurs utilisant d'autres techniques que le sérialisme, par exemple dans la musique modale d'Olivier Messiaen ou dans des chansons de musique pop (voir l'encadré page 31).

En musique, le mode d'une gamme est constitué des mêmes notes que la gamme dont il est issu, mais a une sonorité qui lui est propre, caractérisée par une tonique et par les intervalles entre cette tonique et les autres notes. Par exemple, à partir de la gamme de *do* majeur, dont la tonique est la note *do* (*do, ré, mi, fa, sol, la* et *si*), avec pour structure intervallique (en demi-tons : 2, 2, 1, 2, 2, 1), on peut déplacer l'axe tonal sur la deuxième note afin d'obtenir un

LA SYMÉTRIE AXIALE GÉNÉRALISÉE permet d'analyser cet extrait d'une polyphonie sérielle (à gauche) à deux voix. Ces deux voix correspondent à deux hexacordes (l'un en bleu, l'autre en rouge) liés par une symétrie axiale généralisée, comme le montre la représentation circulaire (à droite). On peut aussi vérifier que si on segmente l'extrait en deux parties correspondant aux barres de mesure, on obtient également deux hexacordes en rapport de symétrie axiale généralisée.

