

nouveau mode (en *ré*) ayant une nouvelle structure intervallique (2, 1, 2, 2, 1, 2) en conservant les mêmes notes (*ré, mi, fa, sol, la, si* et *do*). Dans ce type de composition, on privilégie des notes ou des intervalles au détriment des autres.

Nous pouvons maintenant aborder les deux autres groupes importants en musique. Commençons par le groupe diédral. Il s'agit de l'ensemble de toutes les compositions (au sens mathématique) des transpositions et des inversions. En d'autres termes, c'est le groupe des symétries axiales généralisées. Le nom diédral (à deux faces) indique que d'un point de vue géométrique, ce groupe correspond au groupe des symétries d'un polygone régulier de n côtés dans le plan. Ces symétries sont de deux types : rotations et réflexions (ou miroirs par rapport à un axe). Musicalement, les rotations correspondent aux transpositions et les réflexions sont des inversions par rapport soit à une note choisie comme pôle, soit à une note « imaginaire » qui se trouve entre deux notes à distance d'un demiton, quand l'axe de symétrie ne passe pas par une note du cercle chromatique. Un exemple d'application du groupe diédral pour l'analyse musicale concerne la *Pièce pour piano* op. 33a, écrite par Schoenberg en 1929 (voir la figure ci-contre).

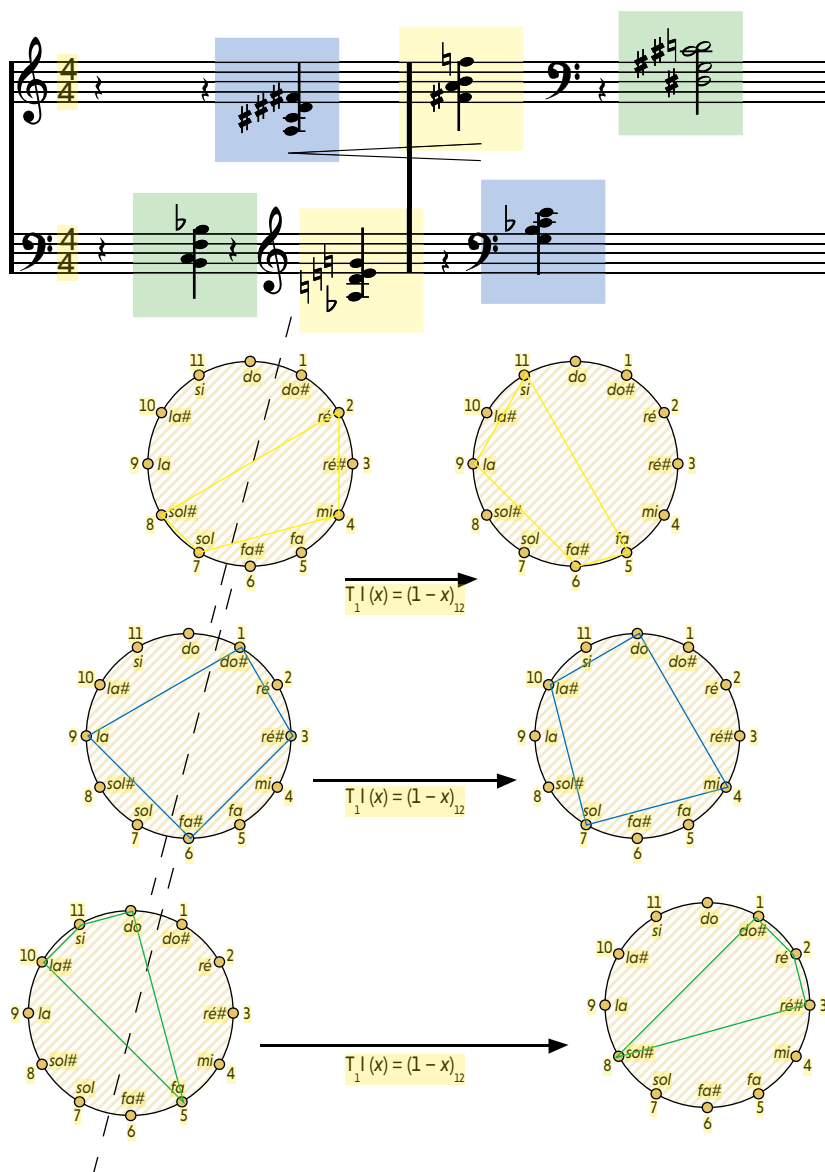
D'une façon plus générale, les parties résultant de la segmentation de l'œuvre peuvent avoir des intersections ; on parle alors d'une segmentation par imbrication. Un exemple d'une telle démarche est l'analyse que le théoricien américain David Lewin propose du *Klavierstück III*, de Stockhausen (voir la figure page suivante, en haut).

Dans son analyse, David Lewin distingue deux stratégies. Selon la première, les transformations sont organisées dans un ordre qui reflète le déroulement temporel de la pièce. Cette vision « chronologique » de l'organisation des transformations est une progression transformationnelle. Ici, le processus de segmentation par imbrication met en évidence une structure de pentacorde (une série de cinq notes), où l'on passe de l'un à l'autre (les deux ayant des notes en commun) grâce à une symétrie axiale généralisée : tous les pentacordes sont reliés par des transpositions et des inversions.

RÉSEAUX ET PERCEPTION

L'autre stratégie consiste à voir les transformations comme une structuration possible d'un espace abstrait, un réseau transformationnel, des formes du pentacorde dans lequel on analyse le déroulement de la pièce. Dans le réseau transformationnel du *Klavierstück III*, tous les pentacordes sont liés par des relations de transposition et d'inversion. Ici, à l'inverse de la progression transformationnelle, l'organisation des formes du pentacorde dans un réseau n'a aucun lien direct avec leur apparition chronologique.

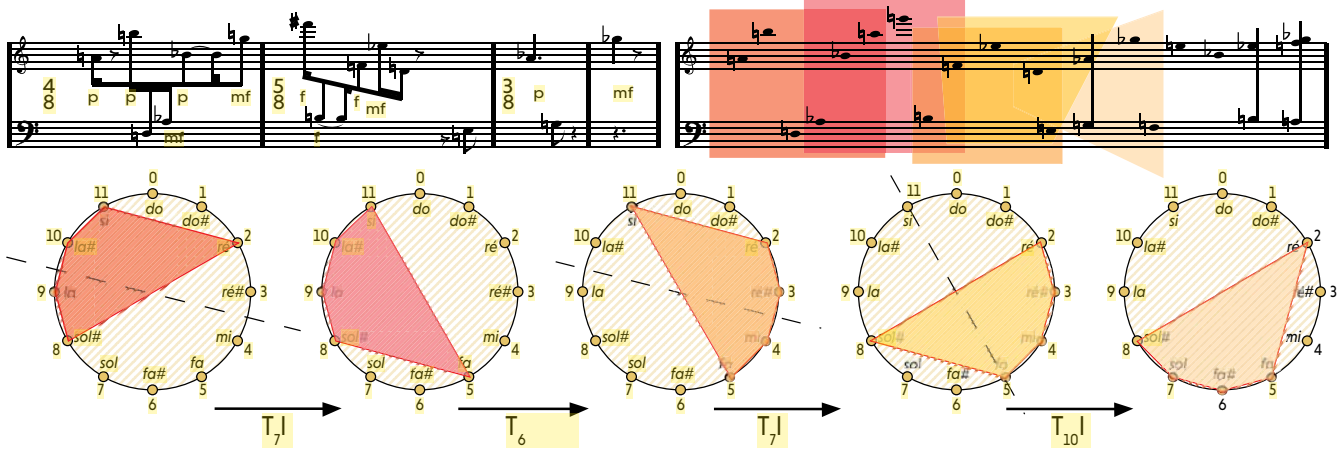
Dans un réseau, on retrouve parfois les mêmes configurations de correspondances entre



LES ACCORDS DE LA PIÈCE POUR PIANO OP 33A, de Schoenberg, sont disposés de façon symétrique dans la partition. Il s'agit d'un exemple du paradigme du groupe diédral, car une symétrie axiale généralisée, la même dans les trois cas, relie chaque couple d'accords.

pentacordes de la pièce dans des régions différentes : ce sont des isographies à partir desquelles on peut imaginer un lien étroit entre les réseaux transformationnels et la perception musicale. L'écoute de la pièce deviendrait ainsi l'un des parcours à l'intérieur de ce réseau avec la possibilité de repérer les isographies. Des études récentes menées par Stephen McAdams et son équipe à l'université McGill, ont montré la pertinence perceptive de ce modèle analytique d'un point de vue de la psychologie expérimentale.

Passons maintenant au groupe affine d'ordre 48. Il est l'ensemble des fonctions f qui transforment un élément x de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ en $(ax+b)_{12}$, où a est premier avec 12 et b appartient à $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. Le facteur multiplicatif a appartient donc à l'ensemble $U = \{1, 5, 7, 11\}$. Dans ce cadre, une transformation affine se réduit à une transposition quand $a=1$ et à une inversion lorsque $a=11$. Le théoricien américain Robert Morris a montré que les transformations affines sont compatibles avec



- des techniques utilisées par les musiciens de jazz, comme, par exemple, la substitution d'accords.

La description de ces différents groupes nous conduit à l'approche dite paradigmatique du problème de la classification des structures musicales. Nous avons intégré ce concept d'analyse musicale, qui s'inspire des travaux du linguiste belge Nicolas Ruwet, dans notre démarche d'analyse musicale computationnelle. Grâce à OpenMusic, un langage de programmation visuelle pour la théorie, l'analyse et la composition assistées par ordinateur, conçu et développé à l'Ircam, un catalogue d'accords, ainsi qu'une analyse qui utilise ce catalogue, est valable à l'intérieur d'un paradigme qui sera plus ou moins essentiel selon le type de contexte qu'il essaie de décrire.

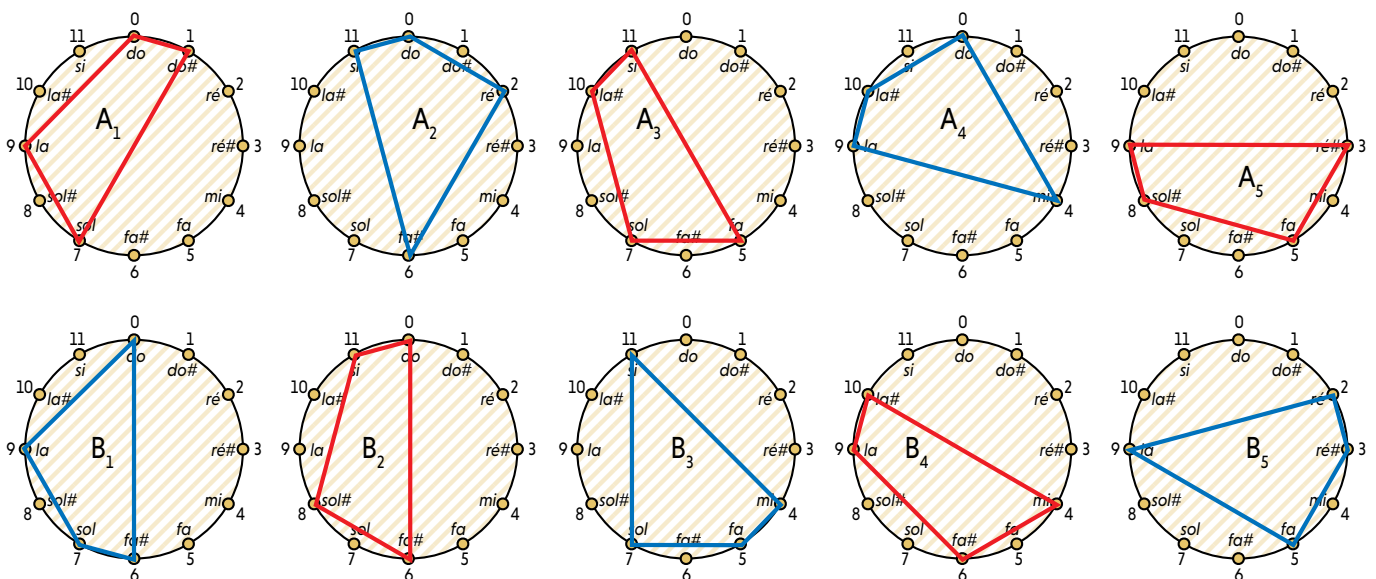
L'application de la théorie des groupes à la classification des structures musicales soulève des questions qui dépassent l'étude combinatoire du système tempéré. En effet, le

philosophe allemand Ernst Cassirer (1874-1945) a étudié les relations entre le concept de groupe et les théories de la perception. Il a montré que la ressemblance perceptive entre différentes transpositions d'un même profil mélodique est liée «à un problème beaucoup plus général, un problème qui concerne les mathématiques abstraites». On peut compléter: le groupe des transpositions engendre une relation d'équivalence entre structures musicales. En d'autres termes, une mélodie est reconnaissable à une transposition près.

LA PERCEPTION ALGÈBRE

Peut-on généraliser cette propriété aux autres paradigmes? Malheureusement, dans le cas d'autres structures algébriques, comme les trois autres groupes que nous avons détaillés, le problème n'a pas fait l'objet d'études approfondies. Pourtant, les compositeurs qui ont, consciemment ou non, utilisé ce type de transformations en musique n'étaient sans doute pas insensibles

LES PREMIÈRES MESURES
du *Klavierstück III*, de Stockhausen:
un processus de segmentation
«par imbrication» met en évidence
une structure de pentacorde
(cinq notes) à partir de laquelle
toutes les notes de la partition
sont obtenues, grâce à des
transpositions et à des symétries
axiales généralisées.



LES PROGRESSIONS A et B sont «préservées», dans leur caractère cadentiel, par les transformations affines: si on les analyse à l'aide des représentations circulaires, on constate qu'elles sont constituées de seulement deux types d'accords (en rouge et en bleu) qui alternent via l'application affine.