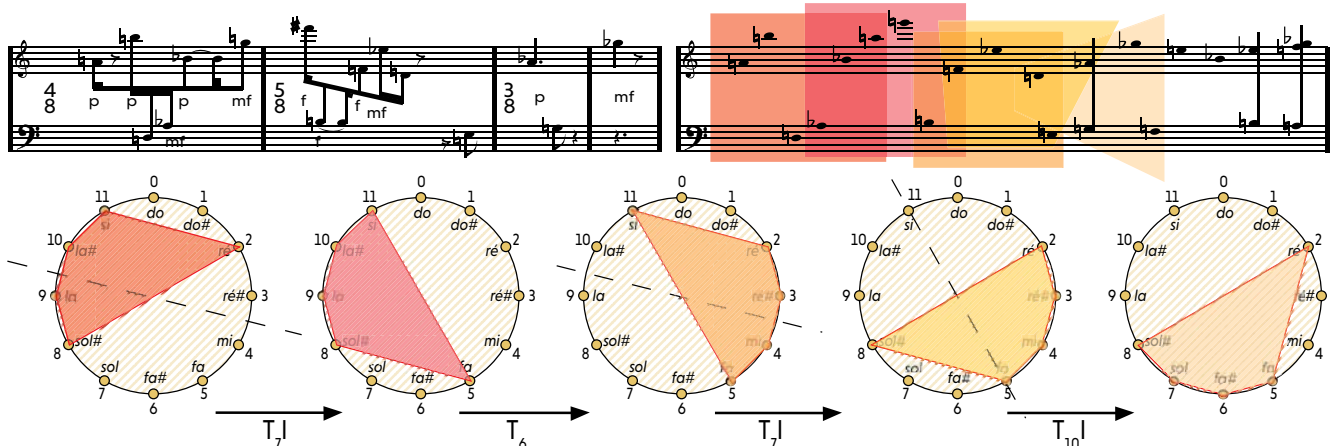




- des techniques utilisées par les musiciens de jazz, comme, par exemple, la substitution d'accords.

La description de ces différents groupes nous conduit à l'approche dite paradigmatique du problème de la classification des structures musicales. Nous avons intégré ce concept d'analyse musicale, qui s'inspire des travaux du linguiste belge Nicolas Ruwet, dans notre démarche d'analyse musicale computationnelle. Grâce à OpenMusic, un langage de programmation visuelle pour la théorie, l'analyse et la composition assistées par ordinateur, conçu et développé à l'Ircam, un catalogue d'accords, ainsi qu'une analyse qui utilise ce catalogue, est valable à l'intérieur d'un paradigme qui sera plus ou moins pertinent selon le type de contexte qu'il essaie de décrire.

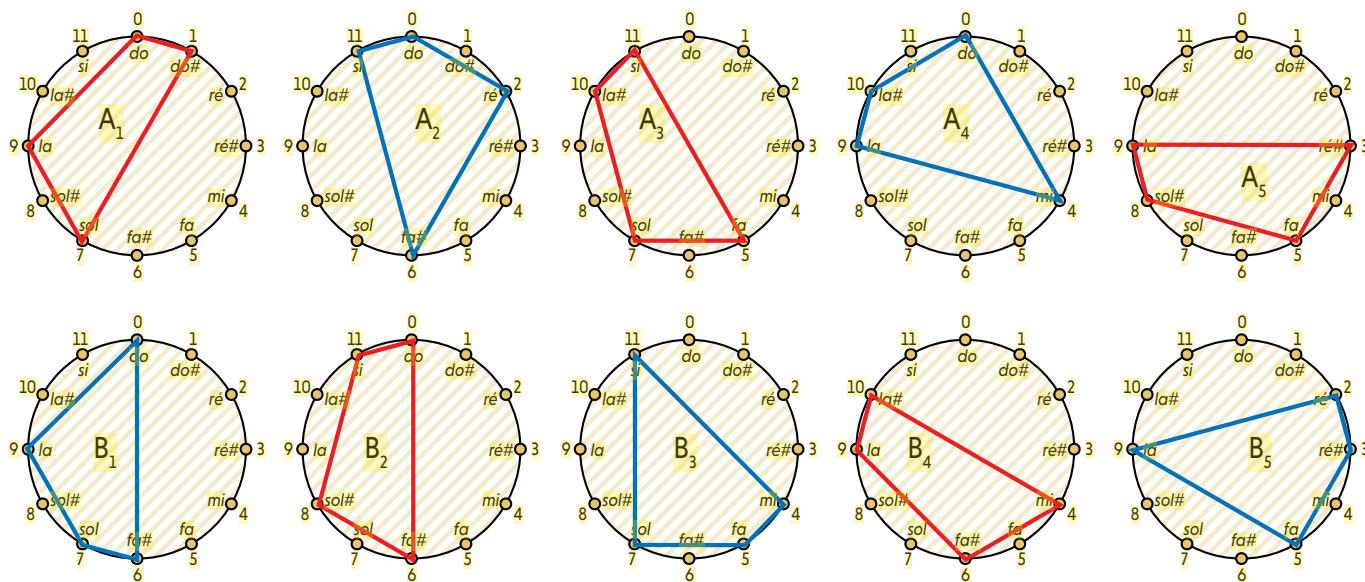
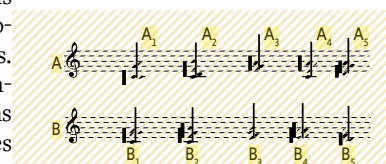
L'application de la théorie des groupes à la classification des structures musicales soulève des questions qui dépassent l'étude combinatoire du système tempéré. En effet, le

philosophe allemand Ernst Cassirer (1874-1945) a étudié les relations entre le concept de groupe et les théories de la perception. Il a montré que la ressemblance perceptive entre différentes transpositions d'un même profil mélodique est liée «à un problème beaucoup plus général, un problème qui concerne les mathématiques abstraites». On peut compléter: le groupe des transpositions engendre une relation d'équivalence entre structures musicales. En d'autres termes, une mélodie est reconnaissable à une transposition près.

LA PERCEPTION ALGÈBRE

Peut-on généraliser cette propriété aux autres paradigmes? Malheureusement, dans le cas d'autres structures algébriques, comme les trois autres groupes que nous avons détaillés, le problème n'a pas fait l'objet d'études approfondies. Pourtant, les compositeurs qui ont, consciemment ou non, utilisé ce type de transformations en musique n'étaient sans doute pas insensibles

LES PREMIÈRES MESURES
du *Klavierstück III*, de Stockhausen:
un processus de segmentation
«par imbrication» met en évidence
une structure de pentacorde
(cinq notes) à partir de laquelle
toutes les notes de la partition
sont obtenues, grâce à des
transpositions et à des symétries
axiales généralisées.



LES PROGRESSIONS A et B sont «préservées», dans leur caractère cadentiel, par les transformations affines: si on les analyse à l'aide des représentations circulaires, on constate qu'elles sont constituées de seulement deux types d'accords (en rouge et en bleu) qui alternent via l'application affine.

GÉOMÉTRIE ET MUSIQUE POP

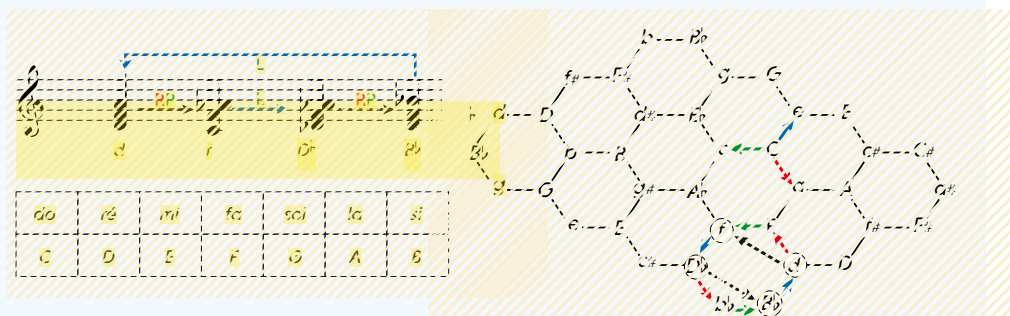
Qu'ont en commun *Madeleine* de Paolo Conte, *Easy Meat* de Frank Zappa et *Shake the Disease* de Depeche Mode ? Étonnamment, ces pièces partagent une même préoccupation quant à l'organisation harmonique ou, plus exactement, l'utilisation des symétries dans le déploiement des accords consonants majeurs et mineurs dans l'espace tonal. Pour mettre en évidence ces similitudes, nous pouvons utiliser la représentation circulaire, mais aussi une représentation géométrique dont les origines remontent à Euler : le Tonnetz (ou « réseau des notes »).

Au XVIII^e siècle, ce mathématicien suisse a proposé de considérer les notes et les tonalités comme des points d'un espace bidimensionnel, une représentation géométrique qu'il nomme le *speculum musicum*. Dans la tradition analytique américaine, le Tonnetz correspond à une triangulation de l'espace bidimensionnel où chaque triangle représente un accord

majeur ou mineur, les deux types d'accords étant reliés par trois symétries : le « parallèle » (P), le « relatif » (R) et le « leading tone » (L). On peut les représenter dans un espace où chaque triangle est remplacé par un point. Le « dual » ainsi obtenu (voir la figure) est un maillage hexagonal, chaque sommet indiquant un accord majeur ou mineur (ici représenté dans la notation américaine, avec des lettres en majuscule pour les

accords majeurs et en minuscule pour les mineurs). Avec ce procédé, chaque côté de l'hexagone correspond à l'une des trois symétries R, P et L. Le refrain de *Shake the Disease* est constitué de quatre accords qui se répètent cycliquement en déployant diverses symétries. Une première (en noir) est celle reliant deux accords (ré mineur et fa mineur) et obtenue en composant les symétries R (flèche rouge) et P (flèche

verte). Une transformation similaire est celle (en pointillé noir), reliant les deux accords majeurs (ré bémol et si bémol). La transformation entre le deuxième et le troisième accord, ainsi que celle clôturant le cycle, change la nature de l'accord (on passe de fa mineur à ré bémol majeur et de si bémol majeur à ré mineur). Elle correspond à la troisième symétrie du maillage hexagonal, la symétrie L (flèche bleue).



Transformations géométriques à la base du refrain de *Shake the Disease*, de Depeche Mode. La progression harmonique, constituée de quatre accords, est représentée dans le Tonnetz à l'aide d'un maillage hexagonal où les transformations P, R et L permettent de passer d'un accord majeur à un autre mineur, les deux

ayant deux notes en commun. On distingue des symétries miroir entre le premier et le dernier accord, ainsi qu'entre le deuxième et le troisième (transformation L, en bleu). Les premier et deuxième accords ainsi que les troisième et quatrième sont reliés par une composition des symétries miroirs R et P.

BIBLIOGRAPHIE

M. ANDREATTA, *Math'n pop : géométrie et symétrie au service de la chanson*, *Hors-Série Tangente*, n° 51, pp. 92-97, 2013.

L. BIGO, *Représentations symboliques musicales et calcul spatial*, thèse, Université Paris Est, Ircam, 2013.

Y. CAO ET AL., *The perception and learning of contextually-defined inversion operators in transformational pitch patterns*, 5th International Conference of Students of Systematic Musicology, Montreal, 2012.

M. ANDREATTA ET AL., *Autour de la Set Theory. Rencontre Musicologique Franco-Américaine*, Collection «Musique/Sciences», Ircam-Delatour, 2008.

à des considérations d'ordre perceptif. On a vu plusieurs exemples d'utilisation musicale de la symétrie axiale généralisée et d'invariance par rapport à l'action d'un groupe sur un ensemble. Certains compositeurs, tel Elliott Carter, ont utilisé intuitivement le paradigme diédral.

L'hypothèse d'une articulation entre progressions et réseaux transformationnels que nous avons décrite dans le cas de l'analyse par David Lewin du *Klavierstück III*, de Stockhausen, conduit à proposer une alternative aux approches traditionnelles de l'analyse des formes temporelles.

L'analyse transformationnelle implique, d'une part, la « construction » d'un réseau, mais aussi, d'autre part, l'« utilisation » de cette architecture formelle pour dégager des critères de pertinence pour la réception de l'œuvre et pour son interprétation. Autrement dit, l'intérêt de construire un réseau transformationnel réside dans la possibilité de l'utiliser, à la fois pour « structurer » l'écoute et pour

établir des critères formels utiles à son interprétation. En effet, la construction d'un réseau transformationnel s'appuie sur une volonté implicite de rendre « intelligible » une logique musicale à l'œuvre dans la pièce analysée.

Cette démarche analytique a probablement des implications théoriques inédites pour les sciences cognitives. Ainsi, l'approche transformationnelle non seulement représenterait un tournant en théorie et analyse musicales, mais elle déterminerait aussi une position singulière dans les rapports entre mathématiques, musique et cognition.

En somme, le concept de groupe est loin d'être simplement un outil technique de calcul. Souvenons-nous de ce que disait le mathématicien Henri Poincaré : « Le concept général de groupe préexiste dans notre esprit. Il s'est imposé à nous, non pas comme une forme de notre sensibilité, mais comme une forme de notre entendement. » C'est à nous, un siècle après, d'en tirer toutes les conséquences en musique. ■