

Maynard, de l'université d'État de Pennsylvanie, et ses collègues. Elle fait appel à un ensemble de microphones constituant une « antenne » acoustique. Celle-ci est disposée à quelques centimètres de la structure, que l'on fait vibrer à l'aide d'un coup de marteau contrôlé, comme pour la vibrométrie laser. Tous les micros de l'antenne enregistrent simultanément l'onde sonore produite, depuis leurs positions respectives. En utilisant un modèle mathématique de propagation de l'onde, on remonte le temps en effectuant numériquement la propagation du son « à l'envers » – la rétropropagation – jusqu'à déterminer les vibrations de la table d'harmonie de l'instrument qui ont créé le son.

Le principe de cette opération acoustique est analogue à celui de l'holographie optique, dans la mesure où l'image enregistrée dans un plan et un modèle de propagation de la lumière permettent de connaître l'image dans un autre plan, sans la mesurer directement. Dans le cas de l'holographie acoustique, l'enregistrement sonore est notre « hologramme ». Comme pour la vibrométrie, une fois déterminé le champ vibratoire de la table d'harmonie, il est possible de retrouver les fréquences propres et les modes de vibration de l'instrument.

Dans la perspective d'assister le luthier, la méthode est séduisante : le microphone est un outil répandu, d'usage simple et assez peu coûteux. Il est en outre relativement aisé d'assembler quelques dizaines de micros pour fabriquer une antenne. On utilise couramment ce type d'instrument en imagerie acoustique, par exemple dans l'industrie automobile pour localiser les sources de bruit vers l'extérieur ou dans l'habitacle des véhicules.

Cependant, pour le luthier, le nombre de micros afin d'acquérir un hologramme suffisamment bien défini est un obstacle. Généralement, plusieurs centaines de micros sont nécessaires, ce qui est prohibitif.

Une solution alternative consiste à utiliser une antenne portant un nombre plus raisonnable de micros et à répéter la mesure pour différentes positions : on simule ainsi une antenne plus dense. Dans l'une de nos premières expériences, une antenne de 120 micros a été déplacée en 16 positions afin d'obtenir un niveau de détail suffisant pour la structure testée : une plaque plane et rectangulaire. Les 120 mesures, répétées sur 16 positions, ont produit en une quinzaine de minutes un hologramme à 1920 points à partir duquel nous avons effectué la rétropropagation numérique et identifié les modes propres.

Le dispositif est beaucoup moins coûteux qu'un vibromètre laser, mais sa mise en œuvre reste trop délicate pour un usage courant. Il faut reproduire à l'identique le coup de marteau pour chaque mesure, car la reconstruction des vibrations à partir de l'hologramme y est très

SAUPOUDRER LES VIBRATIONS

Le physicien allemand Ernst Chladni (1756-1827) a étudié les vibrations de plaques en les frottant avec un archet. Dans une version moderne de l'expérience, un haut-parleur crée les vibrations. Une poudre fine dispersée sur la plaque permet de les visualiser : elle se déplace et forme des motifs en se concentrant aux nœuds de vibration (les régions où l'amplitude de vibration est nulle). Le motif dépend du mode de vibration.



Elmar Bergeler

sensible. Pourrait-on se passer des manipulations supplémentaires et faire l'acquisition des signaux utiles en une seule opération ?

Avec une seule mesure sur chacun des 120 microphones, il n'est pas possible de reconstruire le champ de vibration avec assez de précision pour déterminer les modes propres. Le système est dit sous-échantillonné. Cependant, on peut compenser cette lacune en apportant une connaissance *a priori* de la vibration de la structure. C'est ici que la conjonction de compétences en physique, mathématiques et informatique se révèle décisive.

Il nous faut revenir à la notion de modes propres. La vibration, au premier abord complexe, peut s'expliquer comme la superposition de ces modes, chacun d'eux se manifestant à une fréquence dite de résonance et chacun ayant un coefficient de pondération. Ce premier niveau de décomposition est d'ailleurs utilisé dans les techniques d'imagerie classique précédemment évoquées. Le résultat qu'elles produisent n'est pas une image unique de la vibration, mais une série d'images de chacun de ses modes propres, dont la superposition constitue la vibration totale.

Un mode propre peut, à son tour, être décomposé en formes plus simples : des ondes planes. L'onde plane est une onde « théorique », associée à une seule fréquence et se propageant dans une seule direction ; elle ne peut exister que dans un milieu infini. Mathématiquement parlant, c'est une solution élémentaire de l'équation des ondes – équation qui régit l'évolution de la pression acoustique dans l'espace et le temps. Il existe une infinité d'ondes planes, qui diffèrent par leur longueur d'onde et leur direction de propagation. Or on montre mathématiquement que la combinaison de quelques éléments seulement de cet ensemble infini suffit pour reconstituer un mode propre avec précision. Identifier un mode propre revient donc à déterminer les quelques ondes planes principales qui le composent.

ONDES PROPRES ET PLANES

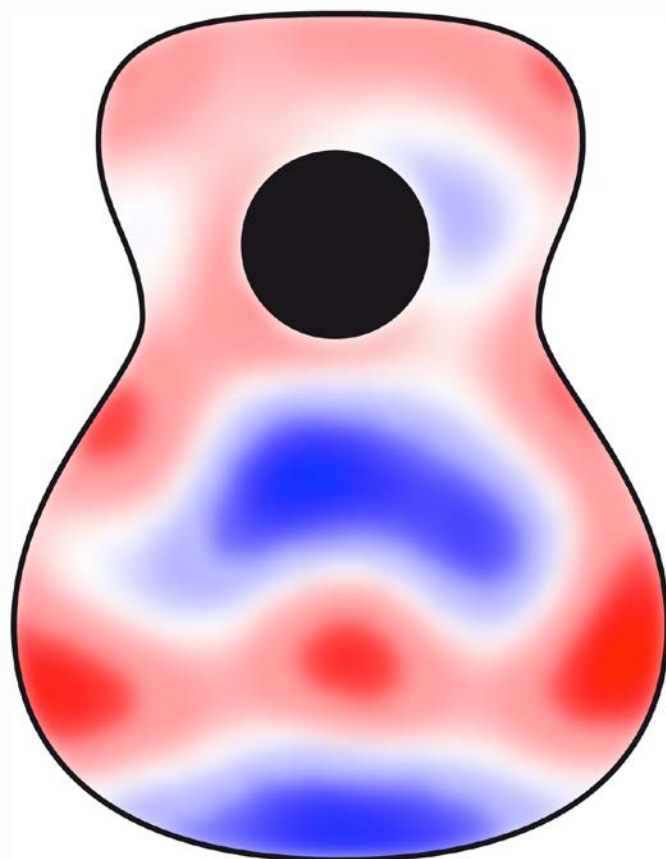
Finalement, il y a deux niveaux de décomposition. Au niveau mécanique, la vibration est d'abord considérée comme la superposition de certains modes propres. Puis, au niveau mathématique, chaque mode propre est lui-même modélisé comme la somme « parcimonieuse », c'est-à-dire d'un nombre réduit, d'ondes planes. Dans le cas de la table d'harmonie d'une guitare, une dizaine d'ondes planes suffisent.

La stratégie adoptée consiste à déterminer les ondes planes qui, d'après cette double décomposition, contribuent à la vibration de la table d'harmonie, uniquement à partir de ce que mesurent en une fois les 120 microphones de l'antenne. La théorie du traitement du signal

VIBRATIONS DÉCOMPOSÉES

Pour comprendre comment les chercheurs analysent les vibrations de la table d'harmonie de la guitare, on doit s'intéresser aux ondes mécaniques et acoustiques. Commençons avec le cas d'un objet suspendu à un ressort, qui présente une fréquence d'oscillation naturelle. Cette fréquence est proportionnelle à la racine carrée de k/m , où m est la masse de l'objet et k la raideur du ressort, qui mesure sa résistance à l'étirement. Si l'objet est déplacé de sa position au repos, par un choc par exemple, il entre dans un mouvement oscillant à cette fréquence, ce qu'on désigne par mode propre et fréquence propre. Lorsque l'objet qui vibre a une structure complexe, chacun de ses points oscille d'une façon différente. On établit une carte des vibrations. Mais celle-ci est difficile à exploiter directement. L'étude des ondes nous indique que la vibration d'une structure, telle la table d'harmonie de la guitare, est une somme, ou superposition, de plusieurs modes propres. Chaque mode propre est caractérisé par une fréquence et une certaine répartition (fixe) des nœuds et ventres de vibration, et intervient avec un certain coefficient de pondération dans la vibration globale. Les fréquences et les modes propres dépendent de la masse et de l'élasticité de la structure, de sa géométrie et de la façon dont elle est liée à son support. Il y a donc une grande variabilité d'une guitare à une autre. Ainsi, pour étudier les vibrations d'une guitare, les acousticiens cherchent à décomposer le signal en modes propres. Le son est enregistré puis analysé par des techniques d'« imagerie acoustique », ou d'« analyse modale », pour produire une représentation visuelle du mode associé à chaque fréquence propre. Dans la technique décrite dans l'article l'enregistrement du son, plus rapide que dans les autres techniques, ne suffit pas à reconstruire une carte assez précise des vibrations pour déterminer les modes propres. La stratégie consiste alors à utiliser le fait qu'un mode propre se décompose à son tour en une somme d'ondes planes. Ces dernières sont des ondes élémentaires idéales, dont le front d'onde (l'ensemble des points de l'espace dont l'état vibratoire est exactement le même) est un plan infini et perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Tout l'art de la méthode réside dans la détermination des ondes planes qui seront utiles pour reproduire les vibrations de la guitare.

CARTE DES VIBRATIONS



LA TABLE D'HARMONIE DE LA GUITARE vibre lorsqu'on la frappe avec un petit marteau ou que les cordes de guitare oscillent (*ci-dessus*). Les déformations élastiques de la table sont indiquées par les couleurs. Une impulsion, tel un coup de marteau, excite tous les modes propres pouvant contribuer à la vibration de la guitare. La vibration d'une seule corde n'excite qu'une partie d'entre eux.

LES MODES PROPRES (*ci-contre*) contribuent à la vibration de la table d'harmonie, mais les contributions de chaque mode diffèrent en intensité. La réponse acoustique d'un instrument donné est unique, car de nombreux paramètres physiques de la structure interviennent.

CHACUN MODE PROPRE se décompose en une somme de plusieurs ondes planes (*à droite*), qui sont des objets mathématiques. Un algorithme sélectionne des ondes planes dans un catalogue de ces objets. La superposition de ces ondes doit reproduire la table des vibrations obtenues grâce à l'enregistrement des microphones. Le processus est répété pour réduire le nombre d'ondes planes nécessaires. Ici, les ondes planes en surimpression contribuent au troisième mode propre.