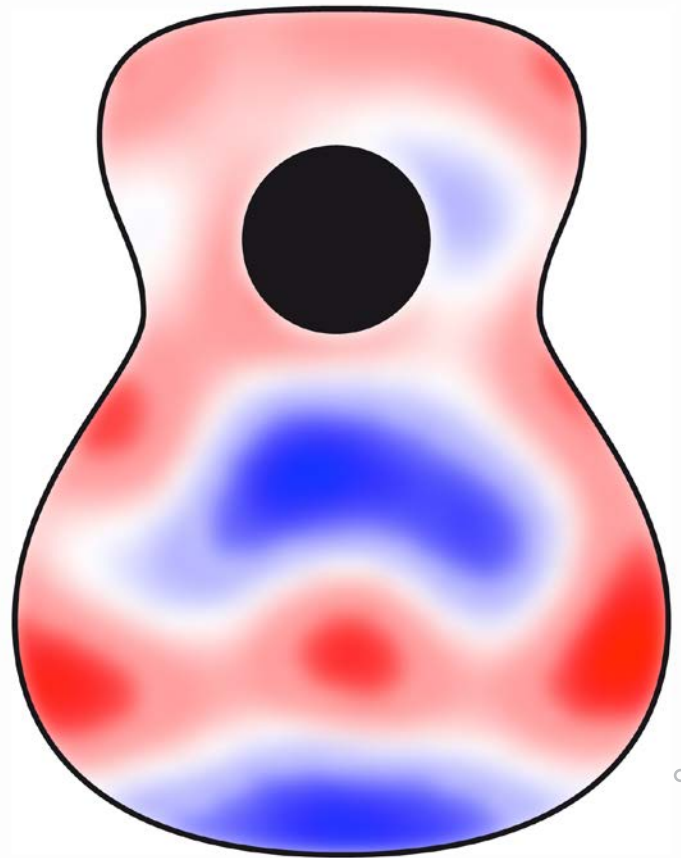


VIBRATIONS DÉCOMPOSÉES

Pour comprendre comment les chercheurs analysent les vibrations de la table d'harmonie de la guitare, on doit s'intéresser aux ondes mécaniques et acoustiques. Commençons avec le cas d'un objet suspendu à un ressort, qui présente une fréquence d'oscillation naturelle. Cette fréquence est proportionnelle à la racine carrée de k/m , où m est la masse de l'objet et k la raideur du ressort, qui mesure sa résistance à l'étirement. Si l'objet est déplacé de sa position au repos, par un choc par exemple, il entre dans un mouvement oscillant à cette fréquence, ce qu'on désigne par mode propre et fréquence propre. Lorsque l'objet qui vibre a une structure complexe, chacun de ses points oscille d'une façon différente. On établit une carte des vibrations. Mais celle-ci est difficile à exploiter directement. L'étude des ondes nous indique que la vibration d'une structure, telle la table d'harmonie de la guitare, est une somme, ou superposition, de plusieurs modes propres. Chaque mode propre est caractérisé par une fréquence et une certaine répartition (fixe) des nœuds et ventres de vibration, et intervient avec un certain coefficient de pondération dans la vibration globale. Les fréquences et les modes propres dépendent de la masse et de l'élasticité de la structure, de sa géométrie et de la façon dont elle est liée à son support. Il y a donc une grande variabilité d'une guitare à une autre. Ainsi, pour étudier les vibrations d'une guitare, les acousticiens cherchent à décomposer le signal en modes propres. Le son est enregistré puis analysé par des techniques d'« imagerie acoustique », ou d'« analyse modale », pour produire une représentation visuelle du mode associé à chaque fréquence propre. Dans la technique décrite dans l'article l'enregistrement du son, plus rapide que dans les autres techniques, ne suffit pas à reconstruire une carte assez précise des vibrations pour déterminer les modes propres. La stratégie consiste alors à utiliser le fait qu'un mode propre se décompose à son tour en une somme d'ondes planes. Ces dernières sont des ondes élémentaires idéales, dont le front d'onde (l'ensemble des points de l'espace dont l'état vibratoire est exactement le même) est un plan infini et perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Tout l'art de la méthode réside dans la détermination des ondes planes qui seront utiles pour reproduire les vibrations de la guitare.

CARTE DES VIBRATIONS



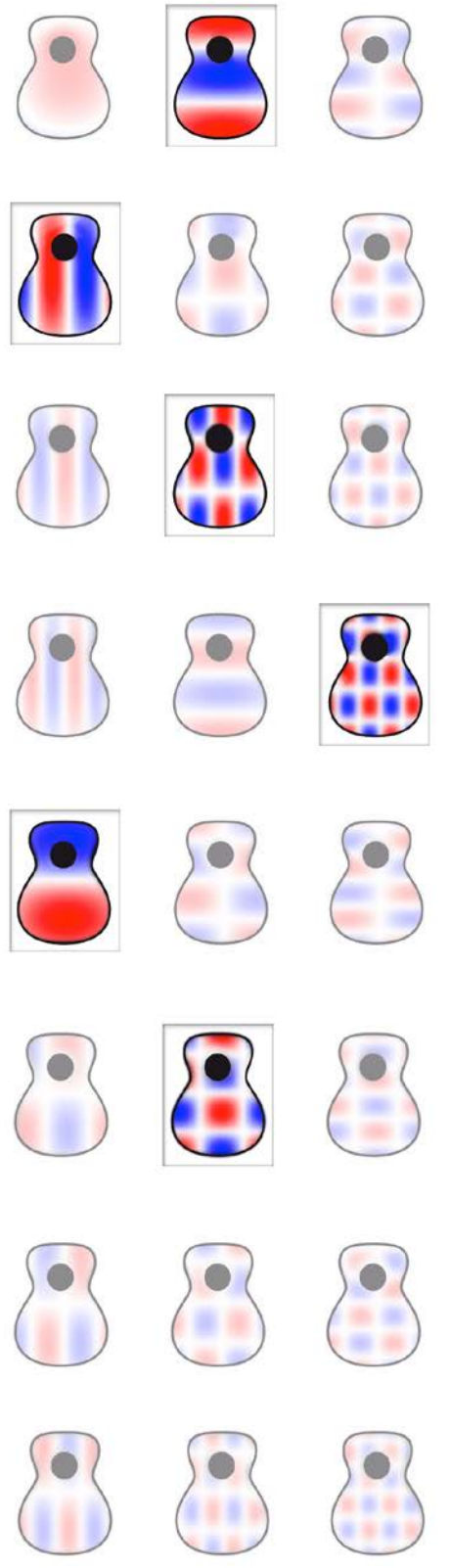
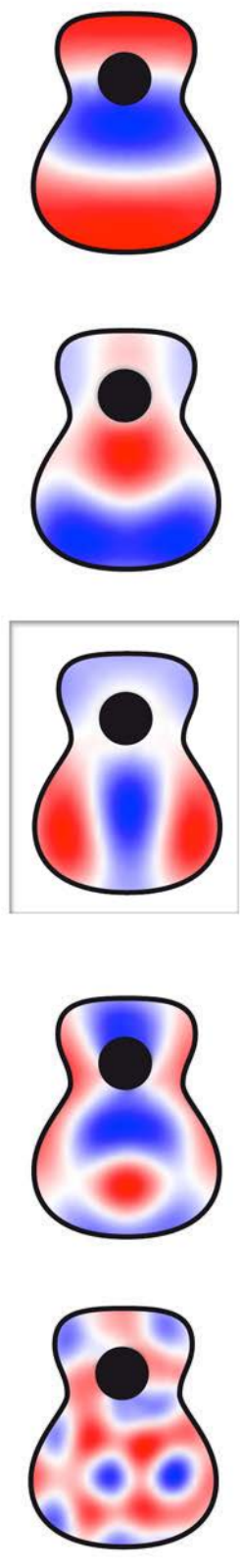
LA TABLE D'HARMONIE DE LA GUITARE vibre lorsqu'on la frappe avec un petit marteau ou que les cordes de guitare oscillent (*ci-dessus*). Les déformations élastiques de la table sont indiquées par les couleurs. Une impulsion, tel un coup de marteau, excite tous les modes propres pouvant contribuer à la vibration de la guitare. La vibration d'une seule corde n'excite qu'une partie d'entre eux.

LES MODES PROPRES (*ci-contre*) contribuent à la vibration de la table d'harmonie, mais les contributions de chaque mode diffèrent en intensité. La réponse acoustique d'un instrument donné est unique, car de nombreux paramètres physiques de la structure interviennent.

CHACUN MODE PROPRE se décompose en une somme de plusieurs ondes planes (*à droite*), qui sont des objets mathématiques. Un algorithme sélectionne des ondes planes dans un catalogue de ces objets. La superposition de ces ondes doit reproduire la table des vibrations obtenues grâce à l'enregistrement des microphones. Le processus est répété pour réduire le nombre d'ondes planes nécessaires. Ici, les ondes planes en surimpression contribuent au troisième mode propre.

MODES PROPRES

CATALOGUE D'ONDES PLANES



nous assure qu'il est possible de reconstruire le champ vibratoire avec une précision comparable à celle de la vibrométrie laser et de l'holographie acoustique classique. Cela est faisable grâce au caractère parcimonieux en ondes planes des modes propres de vibration.

Si les ondes planes pertinentes avaient été nombreuses, 120 mesures auraient été insuffisantes pour contraindre correctement les combinaisons possibles. Ainsi, la combinaison la plus parcimonieuse d'ondes planes nous donne accès au champ vibratoire de la table d'harmonie, et par suite aux modes propres. Cette approche est nommée holographie acoustique compressée, en référence à une technique mathématique récente également appliquée en imagerie médicale ou en radioastronomie : l'échantillonnage compressé (*voir l'encadré page suivante*).

Le calcul de la combinaison optimale (la plus parcimonieuse) d'ondes planes repose sur des algorithmes d'optimisation numérique qui, bien que complexes, sont à la portée des ordinateurs de bureau actuels.

Comment détermine-t-on les ondes planes qui composent la vibration de l'instrument de musique ? En théorie, le nombre d'ondes planes possibles est infini, la direction et la longueur d'onde pouvant prendre n'importe quelles valeurs. Comme cela n'est pas gérable dans un programme numérique, nous utilisons un catalogue fini d'ondes planes, avec des valeurs discrètes de direction et de longueur d'onde (de l'ordre d'une centaine d'ondes planes). L'échantillonnage compressé permet de sélectionner rapidement un certain nombre d'ondes planes dont la combinaison reproduit correctement les 120 mesures.

Le principe de parcimonie est crucial dans l'algorithme utilisé. Le programme cherche à minimiser le nombre d'ondes nécessaires pour reproduire le signal enregistré. La combinaison la plus parcimonieuse d'ondes planes nous donne accès au champ vibratoire de la table d'harmonie. À partir de là, nous pouvons calculer les modes propres.

DES MICROS DANS LE DÉSORDRE

Reste une question : comment disposer les 120 microphones de l'antenne ? De façon un peu contre-intuitive, les algorithmes compressés fonctionnent mieux lorsque la répartition des microphones de l'antenne est irrégulière, ou bien lorsque la forme de la structure vibrante est elle-même complexe, comme c'est le cas de la table d'harmonie d'une guitare (*voir la photo page 50*). Pour quelle raison ?

Les ondes ont une structure périodique. Ainsi, si nous répartissons les microphones de façon régulière, nous risquons d'avoir une redondance dans l'information et ne pas en avoir assez pour reconstruire correctement