

L'étendre à une grande variété de structures dans les espaces hyperboliques de dimension 3 (des espaces de courbure négative généralisant le disque hyperbolique) et au-delà. En construisant le perfectoïde d'un espace hyperbolique de dimension 3, Scholze a découvert une série complètement nouvelle de lois de réciprocités.

«Les travaux de Peter ont complètement transformé ce qui est possible, et ce à quoi nous avons accès», explique Ana Caraiani. Pour Jared Weinstein, les résultats de Peter Scholze montrent que le programme Langlands est «bien plus profond que ce que nous pensions... il est plus systématique et partout présent.»

Discuter de mathématiques avec Peter Scholze, c'est comme consulter un «oracle de la

vérité», selon Jared Weinstein. «S'il dit que quelque chose va marcher, vous pouvez être confiant. S'il dit non, vous devriez abandonner tout de suite; et s'il ne sait pas – ce qui peut arriver –, vous êtes chanceux, car alors, vous avez entre les mains un problème très intéressant.»

Pourtant, collaborer avec lui n'est pas une expérience aussi intense qu'on pourrait le croire, explique Ana Caraiani. Quand elle travaillait avec lui, il n'y avait jamais de précipitation. «J'avais le sentiment qu'on faisait toujours ce qu'il fallait de la bonne façon – nous prouvions les théorèmes les plus généraux possible, le mieux possible, grâce à des constructions qui permettraient d'éclairer les choses.»

MATHS ET PATERNITÉ

Toutefois, en une occasion, Peter Scholze a effectivement travaillé dans la précipitation: en 2013, il essayait de finir un article à temps avant la naissance de sa fille. Pour lui, c'est une bonne chose qu'il se soit dépêché. «Je n'ai pas fait grand-chose après.» Devenir père l'a poussé à se discipliner dans la gestion de son temps, explique-t-il. Mais il n'a pas de problème pour trouver du temps dévolu à la recherche – les mathématiques remplissent simplement tous les moments libres entre ses autres obligations. «Les mathématiques sont ma passion. J'y pense sans cesse.»

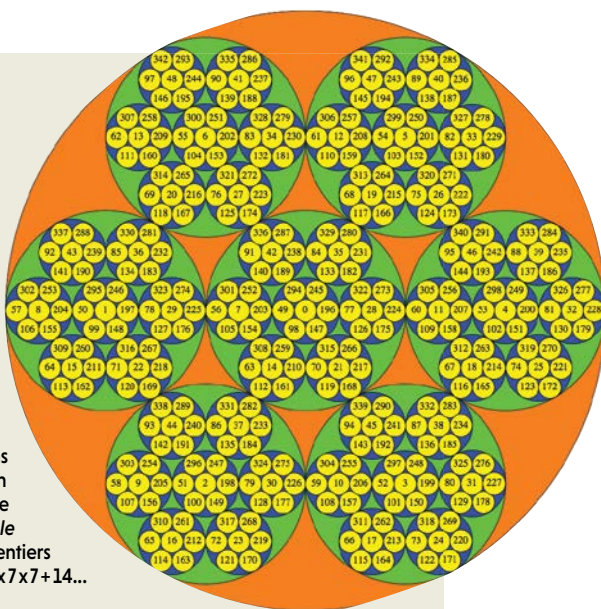
Pour autant, il ne souhaite pas tellement s'étendre sur cette passion. Quand on lui demande s'il était fait pour devenir mathématicien, il dément: «C'est une idée bien trop philosophique.» Plutôt secret, il n'est pas très à l'aise avec sa célébrité. En 2016, il est devenu le plus jeune lauréat du prix Leibniz, la plus haute distinction scientifique en Allemagne, qui s'accompagne d'une bourse de recherche de 2,5 millions d'euros pour les sciences expérimentales, et 900 000 euros pour les théoriciens. «Parfois, c'est un peu accablant», confie-t-il.

Peter Scholze continue d'explorer les espaces perfectoïdes, mais il s'est aussi ouvert à d'autres domaines des mathématiques et touche à la topologie algébrique, qui utilise l'algèbre pour étudier la forme des objets. «L'année dernière, Peter est devenu maître du sujet. Il a changé la façon dont les experts l'abordent», explique Bhargav Bhatt.

Selon lui, quand Peter Scholze s'intéresse à leur domaine, cela peut être effrayant, mais aussi excitant pour les autres mathématiciens. «Cela signifie que le sujet va avancer rapidement. Je suis très enthousiaste à l'idée qu'il travaille sur un domaine proche du mien, puisque je peux assister au recul des frontières de nos connaissances.»

Toutefois, pour Peter Scholze, ces travaux jusqu'à maintenant ne sont qu'un échauffement. «Je suis encore dans une phase où j'essaie d'apprendre ce qui existe, en le reformulant à ma manière», se confie-t-il. «Je n'ai pas le sentiment d'avoir vraiment commencé mes recherches.» ■

Les nombres 7-adiques (ici, les $7 \times 7 \times 7 = 343$ premiers) sont arrangés de façon fractale révélant leur proximité (une notion qui a ici un sens différent de celui qu'on lui prête d'habitude). Dans le disque bleu central, on distingue les multiples de $7 \times 7 = 49$, entourés (dans le disque vert central) des entiers de la forme $n \times 7 \times 7 + 7$, $n \times 7 \times 7 + 14 \dots$



Les fonctions de cette classe (dites méromorphes) sont complètement décrites par la suite de leurs coefficients $a_{-n}, a_{-(n-1)}, \dots, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots$

L'addition et la multiplication de telles fonctions peuvent s'exprimer par l'intermédiaire de ces coefficients. En principe, ces coefficients sont des nombres complexes, mais rien n'empêche d'utiliser à leur place des nombres d'un autre corps. Dans le cas qui nous intéresse, le corps s'appelle $\mathbb{F}_p$: il comprend les nombres $0, 1, \dots, p-1$, avec lesquels on calcule «modulo p », c'est-à-dire que l'on commence par les ajouter ou les multiplier de la façon habituelle, puis on prend le reste de leur division euclidienne par p . Les questions de convergence et de différentiabilité, qui jouent un rôle central en analyse complexe, sont devenues sans objet lors du passage vers le corps fini $\mathbb{F}_p$, voire même plus du tout formulables. Mais par les «séries de Laurent formelles sur $\mathbb{F}_p$ », on obtient une nouvelle structure de corps pour le même ensemble, qui formait déjà le corps $\mathbb{Q}_p$.

En interprétant le même objet d'une part comme un élément de l'un des corps, et d'autre part comme un élément de l'autre corps, on aboutit à des résultats de très grande portée. C'est de cette astuce que le concept d'espace perfectoïde développé par Peter Scholze tire toute sa puissance.

CHRISTOPHE PÖPPE (SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT),
TRADUIT PAR NILS BERGLUND, DE L'INSTITUT
DENIS-POISSON, À L'UNIVERSITÉ D'ORLÉANS