

➤ lui a répondu: «Parfois, les gens voient en toi des choses que tu ne vois pas.» Akshay Venkatesh a été profondément marqué par ces mots.

Aujourd'hui, à 37 ans, Akshay Venkatesh semble avoir oublié ses hésitations et a acquis l'aisance de quelqu'un parfaitement en harmonie avec ses choix de vie. Mais cela lui a pris de nombreuses années pour voir ce que d'autres mathématiciens voyaient en lui depuis longtemps.

La plupart des mathématiciens ont des difficultés à décrire l'éventail complet des contributions mathématiques d'Akshay Venkatesh. Il construit des ponts entre la théorie des nombres et des champs plus éloignés comme la topologie algébrique et les systèmes dynamiques. Il est connu pour arriver dans un domaine, le transformer, puis passer à autre chose.

«On dit toujours qu'il n'y plus de mathématicien universel, parce que ce serait trop difficile», explique Emmanuel Kowalski, de l'École polytechnique fédérale de Zürich, en Suisse. Mais, selon lui, l'esprit d'Akshay Venkatesh «peut réfléchir sur tous les sujets».

## UNE LONGUE MATURATION

Akshay Venkatesh est prêt à tout pour cacher son passé de prodige. «Je vous paierai pour ne rien en mentionner, plaisante-t-il. Je laisserais bien volontiers cette histoire derrière moi, c'est un peu comme si j'étais la star d'un spectacle de monstres.»

Toutefois, en grandissant à Perth, en Australie, où ses parents se sont installés après avoir quitté New Delhi quand il avait deux ans, Akshay Venkatesh ne se sentait pas «monstrueux». Il décrit son enfance comme une «vie de banlieue assez normale», remplie de livres (essentiellement de science-fiction) et d'amitié. Il a participé aux Olympiades de mathématiques et de physique – les plus importantes compétitions internationales pour lycéens – et a remporté des médailles dans les deux matières, respectivement à 11 et 12 ans. Mais il accorde plus de valeur aux amitiés forgées à cette époque qu'à ses succès. «Avec du recul, je ne suis pas fan de ces concours, concède-t-il. Je pense que si les mathématiciens ne faisaient vraiment que ça, je n'apprécierais pas d'en être un.»

Les mathématiques sont un domaine relativement simple où l'on peut progresser rapidement, car elles ne nécessitent pas une grande expérience de la vie. Après son diplôme de mathématiques de premier cycle (avec la meilleure mention possible), à l'université d'Australie Occidentale, à Perth, à l'âge de 16 ans, Akshay Venkatesh a poursuivi sur sa lancée en deuxième et troisième cycles sans trop y réfléchir. Mais il

Lorsqu'il se sentait découragé, Akshay Venkatesh se plongeait dans des manuels de mathématiques

ne voit aucune forme de prédestination dans son choix. «J'aurais été tout aussi heureux en faisant autre chose», déclare-t-il.

À l'université de Princeton, tout le monde, excepté lui, s'est rapidement rendu compte de son talent. Tony Wirth, son colocataire de l'époque, se rappelle que, lorsqu'il lui a montré son manuel d'informatique théorique, Akshay Venkatesh en a instantanément compris les concepts fondamentaux. «Vous savez que vous avez à faire à un grand esprit lorsqu'il peut comprendre en profondeur un nouveau domaine en seulement quelques minutes.»

Quand Akshay Venkatesh a rendu visite à son directeur de thèse, Peter Sarnak, pour lui demander des références bibliographiques, ce dernier a décidé de le mettre à l'essai avec un livre sur la théorie de la représentation des groupes semi-simples, un sujet ardu en début de parcours. Peter Sarnak s'attendait à ce que l'adolescent revienne rapidement demander quelque chose de plus simple. Mais il se rappelle que, un mois plus tard, «il s'est présenté dans mon bureau pour m'expliquer ce qu'il avait lu, et il était clair pour moi que, en plus d'avoir compris son sujet, il en avait une intuition extraordinaire.»

Akshay Venkatesh «a toujours eu des idées remarquables», se rappelle Peter Sarnak, qui travaille désormais lui aussi à l'Institut d'études avancées. «De toute évidence, ce n'était qu'une question de temps avant qu'il se mette à raisonner de manière iconoclaste.»

Intérieurement, toutefois, Akshay Venkatesh luttait. «Je n'ai pas le sentiment d'avoir été heureux lorsque j'étudiais», concède-t-il. Il se sentait troublé, car l'une des idées majeures de sa thèse avait été suggérée par son directeur, Peter Sarnak, même si cela n'était pas rare. «Je n'avais pas l'impression d'avoir apporté quoi que ce soit d'original, se rappelle-t-il. Je pense qu'en sortant de ce cycle d'études, je ne m'estimais pas apte à faire de la recherche.»

Lorsqu'il se sentait découragé, Akshay Venkatesh se plongeait dans des manuels de mathématiques, souvent sur des sujets éloignés de son propre domaine. «C'est ce qui m'a toujours donné la force de continuer, même quand mes propres travaux n'aboutissaient pas. Je lis quelque chose d'inconnu et je me dis “ça, c'est vraiment merveilleux”.»

Tout au long de ses années d'études, il a absorbé de grandes quantités de mathématiques. Ce n'était pas une stratégie, mais il en résulte une vue d'ensemble qui lui permet maintenant de découvrir des relations que d'autres mathématiciens ont manquées.

Avec le temps, Akshay Venkatesh a compris que ses difficultés prenaient leurs

racines dans le fait qu'il ignorait quel genre de mathématicien il était. Contrairement à d'autres, qui travaillent intensément sur un projet et le terminent en quelques mois ou en une année, il s'est rendu compte que ses idées se développaient plus lentement, sur de longues durées. «Je me rendais compte que des idées anciennes revenaient après avoir mûri, parce qu'entre-temps j'avais découvert d'autres notions, explique-t-il. Je ne me serais jamais décrit comme une personne patiente, mais c'est ainsi.»

## L'ESSENCE DES CHOSES

N'ayant pas encore eu cette prise de conscience à sa sortie de doctorat en 2002, Akshay Venkatesh avait hâte de faire ses preuves. Une collaboration avec Jordan Ellenberg lui en a alors donné l'opportunité. Ensemble, ils se sont mis à compter les «extensions du corps des nombres», la plus simple étant construite par l'addition aux nombres rationnels d'une poignée de nombres irrationnels satisfaisant certaines équations polynomiales. Ces systèmes de nombres «deviennent un peu irrationnels, mais pas trop», explique Jordan Ellenberg, désormais professeur à l'université du Wisconsin, à Madison.

Il existe une infinité d'extensions du corps des nombres, mais il y a un moyen naturel de mesurer la complexité de chacune d'elles, et

il s'agit alors de compter combien de ces extensions se trouvent en dessous de chaque niveau de complexité. Akshay Venkatesh et Jordan Ellenberg ont déterminé une nouvelle limite supérieure à ces chiffres, laquelle a amélioré considérablement la technique, qui n'avait pas changé depuis des décennies. Selon Akshay Venkatesh, ce projet «était psychologiquement très important». «On s'est attaqué à ce problème par nous-mêmes et nous avons beaucoup progressé.»

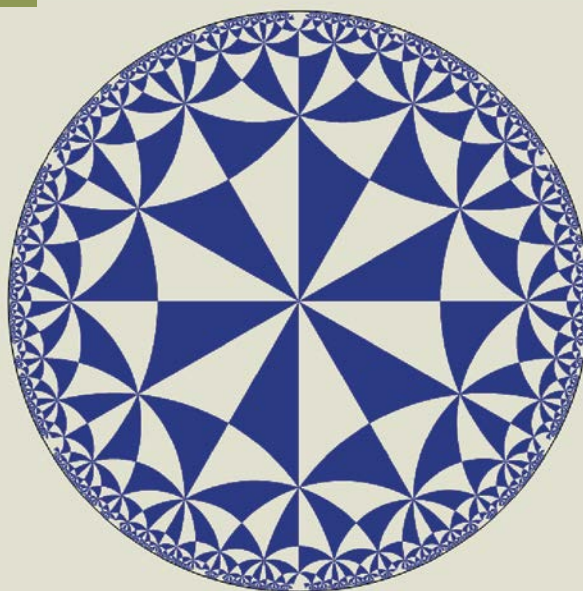
À l'origine, les deux amis se sont intéressés au problème en utilisant de nouveaux outils mathématiques dont ils avaient entendu parler lors d'une conférence. Mais, tandis qu'ils travaillaient à améliorer leur preuve, ils se sont rendu compte qu'ils avaient simplifié tous les nouveaux outils.

«Cela correspond tout à fait à ce que je reconnais aujourd'hui comme étant très caractéristique d'Akshay», explique Jordan Ellenberg. La première version, plus technique, de leur article a permis de prouver leur théorème. Mais pour Akshay Venkatesh, «la question n'est pas tant de savoir si vous avez répondu à la question ou prouvé le théorème. Il s'agit de savoir si on a vraiment compris de quoi il retourne.»

Outre Jordan Ellenberg, de nombreux mathématiciens sont frappés par la capacité d'Akshay Venkatesh à distiller les idées jusqu'à ➤

## LA SUBCONVEXITÉ

**E**n 1859, le mathématicien Allemand Bernhard Riemann a défini la fonction *zêta* (une fonction de nombres complexes  $s$  de la forme  $a + bi$ , où  $i^2 = -1$ ) qui s'exprime ainsi :  $1/1^s + 1/2^s + 1/3^s + 1/4^s \dots$ . Selon lui, tous ces «zéros non triviaux» de cette fonction (les valeurs qui annulent la fonction) sont placés le long d'une droite (une ligne critique) correspondant aux nombres complexes pour lesquels  $\sigma = 1/2$ . Les fonctions  $L$  sont des généralisations de la fonction *zêta* de Riemann où les numérateurs 1 sont remplacés par une séquence de nombres complexes. La subconvexité est liée à la taille de ces fonctions  $L$ , plus précisément à la limite supérieure de cette taille le long d'une ligne critique. Akshay Venkatesh explique avoir compris les fonctions  $L$  grâce à la géométrie hyperbolique dont un modèle en deux dimensions est le disque de Poincaré (voir la figure ci-contre), sources d'inspiration de l'artiste néerlandais Maurits Cornelis Escher. On observe que la somme des angles des triangles qui pavent le plan est, en géométrie hyperbolique, inférieure à  $180^\circ$ . Akshay Venkatesh étudie ces pavés grâce aux formes automorphes, des versions généralisées de fonctions périodiques, par exemple sinusoïdales. Elles relèvent de l'analyse harmonique où l'on s'intéresse, entre autres, aux... billards parfaits. En s'intéressant à la trajectoire d'une boule sur un billard ayant la forme d'un triangle hyperbolique, on tisse des liens inattendus entre géométrie et théorie des nombres. Ce sont ces liens que Akshay Venkatesh explore.



Le disque de Poincaré est une représentation en deux dimensions de la géométrie hyperbolique. La somme des angles d'un triangle y est inférieure à  $180^\circ$ .