

➤ ensuite le nombre de bronze, et d'autres encore. Ils forment ensemble la suite de Markov et convergent vers une limite. Ils constituent tout un domaine d'étude, qu'on appelle le spectre de Markov et de Lagrange.

J'en viens au rapport avec la dynamique. Les tout derniers théorèmes qui décrivent la nature de ces nombres mal approchés par des rationnels sont le fait de l'école brésilienne. Leurs énoncés parlent de nombres, mais dès la première ligne de démonstration, on parle de systèmes dynamiques, d'orbites qui convergent, ou pas... Ce courant a été initié pour l'essentiel par Gregori Margulis, encore lui, dans les années 1980. Marina Ratner, décédée il y a peu, a également joué un rôle important.

Ce lien entre différents domaines, et tous les autres, que disent-ils de la nature des mathématiques ?

Étienne Ghys : Difficile de répondre... Ces multiples connexions disent peut-être que les mathématiques sont importantes. Elles refusent d'être coupées en morceaux, alors que depuis trois mille ans, beaucoup ont cherché à le faire.

La distinction fréquente entre les mathématiques pures et appliquées en est une bonne illustration. À certaines périodes de l'histoire, cette différence ne faisait aucun sens. Carl Friedrich Gauss par exemple, était-il théoricien ou non ? Astronome ou mathématicien ? Impossible de trancher. Le génie des *Disquisitiones Arithmeticae* (un texte fondamental de théorie des nombres), l'inventeur du théorème de représentation conforme et l'arpenteur du royaume de Hanovre sont un seul et même Gauss. Dans son esprit, il n'y a ni mathématiques pures ni appliquées.

À d'autres moments, la situation change. Ainsi, je pense qu'Henri Poincaré faisait une différence entre les deux, même s'il s'est illustré dans les deux registres. Ensuite, une bonne partie des mathématiques françaises du xx^e siècle ont séparé le pur et l'appliqué, ce qui a d'ailleurs eu un certain nombre d'avantages pendant un temps.

Du point de vue de la politique scientifique, le CNRS a un temps envisagé de scinder en deux la section de mathématiques. Cela ne s'est heureusement pas fait, et aujourd'hui, plus personne n'y pense. Mais on peut encore repérer quelques réminiscences de ce débat. Ce modèle s'applique même à la science tout entière, où l'on essaie d'opposer la recherche fondamentale et la recherche appliquée.

Si les mathématiques se dispersaient dans tous les sens et perdaient leur cohésion, alors on en déduirait que l'objet central situé derrière n'existe pas. J'ai plutôt le sentiment que la cohérence, confirmée depuis des siècles, prouve que l'on parle de quelque chose d'unique, que l'on appelle « mathématique ».

En tant qu'adepte de la diffusion, le nombre a-t-il un statut particulier lorsqu'il s'agit de partager les mathématiques avec le grand public ?

Étienne Ghys : Première remarque, nous manipulons des nombres tous les jours, à peu près correctement. Ensuite, tout le monde croit savoir ce qu'est un nombre (pourant, rien n'est moins sûr), mais presque personne ne s'est jamais vraiment posé la question. Pour ces raisons, les nombres ont en effet un rôle important dans la diffusion des sciences et des mathématiques en particulier : ce sont des objets à la fois familiers et méconnus.

Par exemple, sur le site *Images des mathématiques*, que j'ai contribué à créer en 2009, l'article le plus lu, et de très loin, est consacré aux... tables de multiplication ! Ça fait réfléchir. Pourquoi celui-là ? En regardant de plus près la fréquentation, on observe un pic à chaque rentrée scolaire. C'est passionnant. Les parents se posent des questions pour leurs enfants. Il y a une demande dans nos rapports aux nombres.

d'un grand nombre de mathématiciens pendant plusieurs siècles. Je crois qu'il faudrait commencer par dire ça aux enfants : ils sont les héritiers d'un passé très riche.

Jusqu'au Moyen Âge, les additions étaient faisables, mais les multiplications restaient très compliquées, même avec le système décimal. Dans une lettre, un riche marchand allemand demande conseil à un universitaire pour orienter son fils. L'universitaire répond que s'il s'agit pour son fils de ne faire que des additions, alors une université allemande devrait suffire. Mais s'il faut multiplier, le fils doit partir étudier en Italie. Des techniques se développaient donc, progressivement.

Pour résumer, le nombre est essentiel pour la diffusion car les gens sont intéressés. Les enfants adorent qu'on leur explique comment multiplier facilement avec les doigts. Et l'on peut s'adapter à tous les auditoires. Pour un public plus averti, on peut par exemple aborder la cryptographie, les nombres premiers... Le nombre sert en toute occasion !

Parmi les grands problèmes qui restent à résoudre en théorie des nombres, lesquels vous semblent être une sorte de graal ?

Étienne Ghys : Je ne vais pas être très original, mais il y a bien sûr l'hypothèse de Riemann sur les nombres premiers qui reste centrale depuis très longtemps.

Tout le monde croit savoir ce qu'est un nombre, mais qui s'est vraiment posé la question ?

Dans cet article, j'explique des choses très simples, comme les méthodes employées à l'école primaire pour les additions et les multiplications. Et je commence par une question : « Comment les Romains pouvaient-ils multiplier CXXIV par XXIX ? » C'est impossible.

À l'école, un enfant apprend des algorithmes, pas très compliqués, pour faire des opérations. Il bénéficie des progrès conceptuels gigantesques dus au travail

Intrinsèquement, pour quelles raisons est-elle si importante ?

Étienne Ghys : Parce que les nombres premiers sont les briques élémentaires de l'arithmétique, c'est-à-dire, on l'a dit, de la moitié des mathématiques. La distribution asymptotique des nombres premiers parmi les nombres entiers, c'est vraiment la base. Tous les nombres entiers sont fabriqués à partir de ces nombres premiers. On comprend alors