

➤ ensuite le nombre de bronze, et d'autres encore. Ils forment ensemble la suite de Markov et convergent vers une limite. Ils constituent tout un domaine d'étude, qu'on appelle le spectre de Markov et de Lagrange.

J'en viens au rapport avec la dynamique. Les tout derniers théorèmes qui décrivent la nature de ces nombres mal approchés par des rationnels sont le fait de l'école brésilienne. Leurs énoncés parlent de nombres, mais dès la première ligne de démonstration, on parle de systèmes dynamiques, d'orbites qui convergent, ou pas... Ce courant a été initié pour l'essentiel par Gregori Margulis, encore lui, dans les années 1980. Marina Ratner, décédée il y a peu, a également joué un rôle important.

Ce lien entre différents domaines, et tous les autres, que disent-ils de la nature des mathématiques ?

Étienne Ghys : Difficile de répondre... Ces multiples connexions disent peut-être que les mathématiques sont importantes. Elles refusent d'être coupées en morceaux, alors que depuis trois mille ans, beaucoup ont cherché à le faire.

La distinction fréquente entre les mathématiques pures et appliquées en est une bonne illustration. À certaines périodes de l'histoire, cette différence ne faisait aucun sens. Carl Friedrich Gauss par exemple, était-il théoricien ou non ? Astronome ou mathématicien ? Impossible de trancher. Le génie des *Disquisitiones Arithmeticae* (un texte fondamental de théorie des nombres), l'inventeur du théorème de représentation conforme et l'arpenteur du royaume de Hanovre sont un seul et même Gauss. Dans son esprit, il n'y a ni mathématiques pures ni appliquées.

À d'autres moments, la situation change. Ainsi, je pense qu'Henri Poincaré faisait une différence entre les deux, même s'il s'est illustré dans les deux registres. Ensuite, une bonne partie des mathématiques françaises du xx^e siècle ont séparé le pur et l'appliqué, ce qui a d'ailleurs eu un certain nombre d'avantages pendant un temps.

Du point de vue de la politique scientifique, le CNRS a un temps envisagé de scinder en deux la section de mathématiques. Cela ne s'est heureusement pas fait, et aujourd'hui, plus personne n'y pense. Mais on peut encore repérer quelques réminiscences de ce débat. Ce modèle s'applique même à la science tout entière, où l'on essaie d'opposer la recherche fondamentale et la recherche appliquée.

Si les mathématiques se dispersaient dans tous les sens et perdaient leur cohésion, alors on en déduirait que l'objet central situé derrière n'existe pas. J'ai plutôt le sentiment que la cohérence, confirmée depuis des siècles, prouve que l'on parle de quelque chose d'unique, que l'on appelle « mathématique ».

En tant qu'adepte de la diffusion, le nombre a-t-il un statut particulier lorsqu'il s'agit de partager les mathématiques avec le grand public ?

Étienne Ghys : Première remarque, nous manipulons des nombres tous les jours, à peu près correctement. Ensuite, tout le monde croit savoir ce qu'est un nombre (pourant, rien n'est moins sûr), mais presque personne ne s'est jamais vraiment posé la question. Pour ces raisons, les nombres ont en effet un rôle important dans la diffusion des sciences et des mathématiques en particulier : ce sont des objets à la fois familiers et méconnus.

Par exemple, sur le site *Images des mathématiques*, que j'ai contribué à créer en 2009, l'article le plus lu, et de très loin, est consacré aux... tables de multiplication ! Ça fait réfléchir. Pourquoi celui-là ? En regardant de plus près la fréquentation, on observe un pic à chaque rentrée scolaire. C'est passionnant. Les parents se posent des questions pour leurs enfants. Il y a une demande dans nos rapports aux nombres.

d'un grand nombre de mathématiciens pendant plusieurs siècles. Je crois qu'il faudrait commencer par dire ça aux enfants : ils sont les héritiers d'un passé très riche.

Jusqu'au Moyen Âge, les additions étaient faisables, mais les multiplications restaient très compliquées, même avec le système décimal. Dans une lettre, un riche marchand allemand demande conseil à un universitaire pour orienter son fils. L'universitaire répond que s'il s'agit pour son fils de ne faire que des additions, alors une université allemande devrait suffire. Mais s'il faut multiplier, le fils doit partir étudier en Italie. Des techniques se développaient donc, progressivement.

Pour résumer, le nombre est essentiel pour la diffusion car les gens sont intéressés. Les enfants adorent qu'on leur explique comment multiplier facilement avec les doigts. Et l'on peut s'adapter à tous les auditoires. Pour un public plus averti, on peut par exemple aborder la cryptographie, les nombres premiers... Le nombre sert en toute occasion !

Parmi les grands problèmes qui restent à résoudre en théorie des nombres, lesquels vous semblent être une sorte de graal ?

Étienne Ghys : Je ne vais pas être très original, mais il y a bien sûr l'hypothèse de Riemann sur les nombres premiers qui reste centrale depuis très longtemps.

Tout le monde croit savoir ce qu'est un nombre, mais qui s'est vraiment posé la question ?

Dans cet article, j'explique des choses très simples, comme les méthodes employées à l'école primaire pour les additions et les multiplications. Et je commence par une question : « Comment les Romains pouvaient-ils multiplier CXXIV par XXIX ? » C'est impossible.

À l'école, un enfant apprend des algorithmes, pas très compliqués, pour faire des opérations. Il bénéficie des progrès conceptuels gigantesques dus au travail

Intrinsèquement, pour quelles raisons est-elle si importante ?

Étienne Ghys : Parce que les nombres premiers sont les briques élémentaires de l'arithmétique, c'est-à-dire, on l'a dit, de la moitié des mathématiques. La distribution asymptotique des nombres premiers parmi les nombres entiers, c'est vraiment la base. Tous les nombres entiers sont fabriqués à partir de ces nombres premiers. On comprend alors

que l'on veuille les compter, ça me paraît indiscutable.

En ce moment, nous fêtons les 150 ans du tableau périodique des éléments de Mendeleïev, une classification de tous les atomes existants sur la base de leurs constituants et qui sous-tend leurs propriétés chimiques. L'hypothèse de Riemann est du même niveau: elle mettrait de l'ordre dans les «atomes des nombres». Aucun doute, c'est une question centrale, qui dépasse même le cadre de la théorie des nombres. D'ailleurs, il est possible de la reformuler en termes de systèmes dynamiques.

Quel autre grand problème peut-on citer ?

Étienne Ghys : J'aime bien ce problème $3n+1$, ou conjecture de Syracuse: à partir d'un nombre entier strictement positif, on le divise par 2 s'il est pair, sinon, on le multiplie par 3 et on ajoute 1, et on recommence avec le résultat. Arrivera-t-on toujours à 1 ?

Je n'ai aucune idée de sa place dans le paysage mathématique (en fait, je ne vois pas très bien en quoi il est important), mais il se prête volontiers à la diffusion: on peut tout à fait en parler avec n'importe qui, évoquer ce problème en tant que tel, son histoire, les progrès quant à sa résolution... Au passage, on balaie une idée reçue selon laquelle tous les problèmes mathématiques ont été résolus par les Grecs. Non, il existe bel et bien des problèmes encore non résolus !

Cette conjecture offre également l'occasion, lors d'une conférence ou en discutant plus simplement, de mettre en évidence de vrais liens structurels entre mathématiques et informatique.

Avec le problème $3n+1$, on multiplie par trois, on divise par 2, on ajoute 1... et l'on se demande si l'on peut arriver à la case 1. De même, lorsqu'un mathématicien raisonne, il met bout à bout un certain nombre de raisonnements élémentaires, des syllogismes, et regarde où ils le mènent, l'objectif étant d'arriver à l'équivalent d'une case 1, en l'occurrence une case «Oui, c'est démontré».

Syracuse permet d'illustrer des questions sur ce que peut être un algorithme qui ne finit jamais, un problème fondamental en informatique, un domaine dans lequel justement, on doit prouver qu'un algorithme, comme Parcours Sup, conduit à une conclusion dans tous les cas.

Pour cela, le problème $3n+1$ a des vertus pédagogiques que je trouve

vraiment intéressantes. On peut expliquer ce que sont les mathématiques, un algorithme, et même qu'il existe des énoncés pour lesquels on a beau développer tous les syllogismes que l'on veut, on n'arrivera jamais à dire s'ils

Suite au discours d'Édouard Philippe, un comité se réunit à l'Académie et transmettra aux autorités différentes recommandations. Par le passé, l'Académie s'est souvent exprimée sur des sujets divers, comme les enfants et les écrans, les

Aujourd'hui, les enfants sont les héritiers d'un passé mathématique très riche

sont vrais ou faux. Ils sont indécidables. C'est le fameux théorème de Gödel.

Le problème $3n+1$ permet d'aller très loin, et en cela, c'est un outil de choix pour transmettre les mathématiques. Et cet aspect est très important pour moi.

Depuis janvier 2019, vous êtes secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Quel est votre rôle ?

Étienne Ghys : L'Académie des sciences, créée en 1666 par Colbert, est investie de plusieurs missions: parmi elles, on peut citer diffuser la science, conseiller le gouvernement, favoriser l'enseignement des sciences... La vie de l'Académie est organisée par un bureau constitué d'un président (aujourd'hui Pierre Corvol), d'un vice-président (Patrick Flandrin) et de deux secrétaires perpétuels. Je suis l'un d'eux (l'autre est Pascale Cossart). En quelques mots, mon rôle est simplement d'orienter l'action de cette académie.

Par exemple, le Premier ministre a récemment prononcé un discours annonçant un plan pluriannuel pour la science. Or dans notre académie, un grand nombre de scientifiques réfléchissent au fonctionnement de la science, au rôle du programme d'investissements d'avenir, de l'Agence nationale de la recherche (ANR), du CNRS dont on fête les quatre-vingts ans cette année... Ces structures doivent être repensées régulièrement. Par exemple comment harmoniser les rôles des chercheurs CNRS et des enseignants-chercheurs universitaires ?

mathématiques à l'école primaire, la réforme du baccalauréat...

Êtes-vous en lien avec en lien avec l'Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques (OPECST) ?

Étienne Ghys : Oui, avec cette instance présidée par Gérard Longuet et dont Cédric Villani est le premier vice-président, nous organisons des petits-déjeuners mensuels qui réunissent parlementaires et scientifiques autour d'un thème particulier. Le prochain traitera de la cybersécurité.

Par ailleurs l'Académie organise nombre de colloques, parfois importants notamment celui à venir sur les insectes. Certaines de ses manifestations sont destinées au grand public, comme les «5 à 7» dont je m'occupe particulièrement. À chaque fois, la grande salle de séances où ils se déroulent est pleine à craquer. Le dernier était dédié aux femmes de science oubliées, comme Alicia Boole, une mathématicienne britannique du ^{xx}e siècle que personne ne connaît.

Nous nous préparons aussi à commémorer les cinq cents ans de la mort de Léonard de Vinci, en mettant à l'honneur douze de ses codex dont l'Institut est propriétaire.

Une dernière chose. L'Académie des sciences décerne chaque année des dizaines de prix, généralement bien dotés. La sélection des lauréats est un travail gigantesque. ■

Propos recueillis par Loïc Mangin