

donne π , mais il le donne écrit en base 10, et cela sans qu'aucun calculateur mécanique ou électronique ne soit mêlé à l'affaire.

Par rapport à celle de Buffon et du fusil, la méthode de Galperin se dispense de hasard : le procédé déterministe donne donc, non pas une approximation de π , mais exactement les premiers chiffres de π ... pour peu que le dispositif matériel soit conforme au modèle théorique.

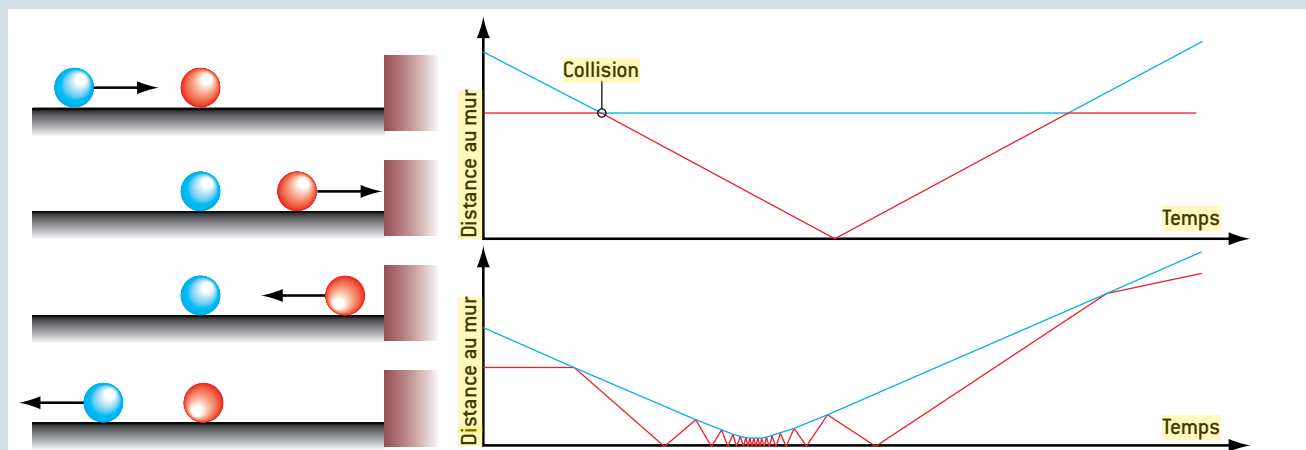
Pour comprendre, commençons par le cas le plus simple (voir l'encadré ci-dessous). On considère deux billes A et B de masse identique (en fait, des masses ponctuelles, la rondeur des billes ne joue aucun rôle). La bille A est immobile à une distance L d'un mur plat M. On lance la bille B perpendiculairement au mur M dans la direction de A. Elle cogne la bille A de façon parfaitement élastique (conservation de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement). La bille B s'immobilise donc, et A part vers le mur M avec la vitesse qu'avait B et qu'elle lui a transmise. La bille A cogne le mur, rebondit (le choc est toujours parfaitement élastique) et repart vers B, toujours avec la même vitesse. La bille A cogne B, A s'immobilise et B repart en s'éloignant du mur. On suppose qu'il n'y a pas de frottement. Il y a eu trois chocs : deux entre les billes A et B

et un entre la bille A et le mur. Le chiffre 3 est le premier de π . Ce n'est pas un hasard !

Si maintenant on refait l'expérience avec une bille B dont la masse est 100 fois celle de A, le schéma des collisions est plus compliqué. Avant que B et A ne se séparent définitivement, le nombre de chocs entre A et B et de la bille A avec le mur est 31. Ce sont les deux premiers chiffres décimaux de π . Plus généralement, si le rapport des masses entre B et A est 10^{2n} , alors le nombre de chocs donnera exactement les $n+1$ premiers chiffres décimaux de π . Ainsi, pour un rapport de masse de 10000, il y a 314 chocs ; pour un rapport 1000000, il y a 3141 chocs ; etc.

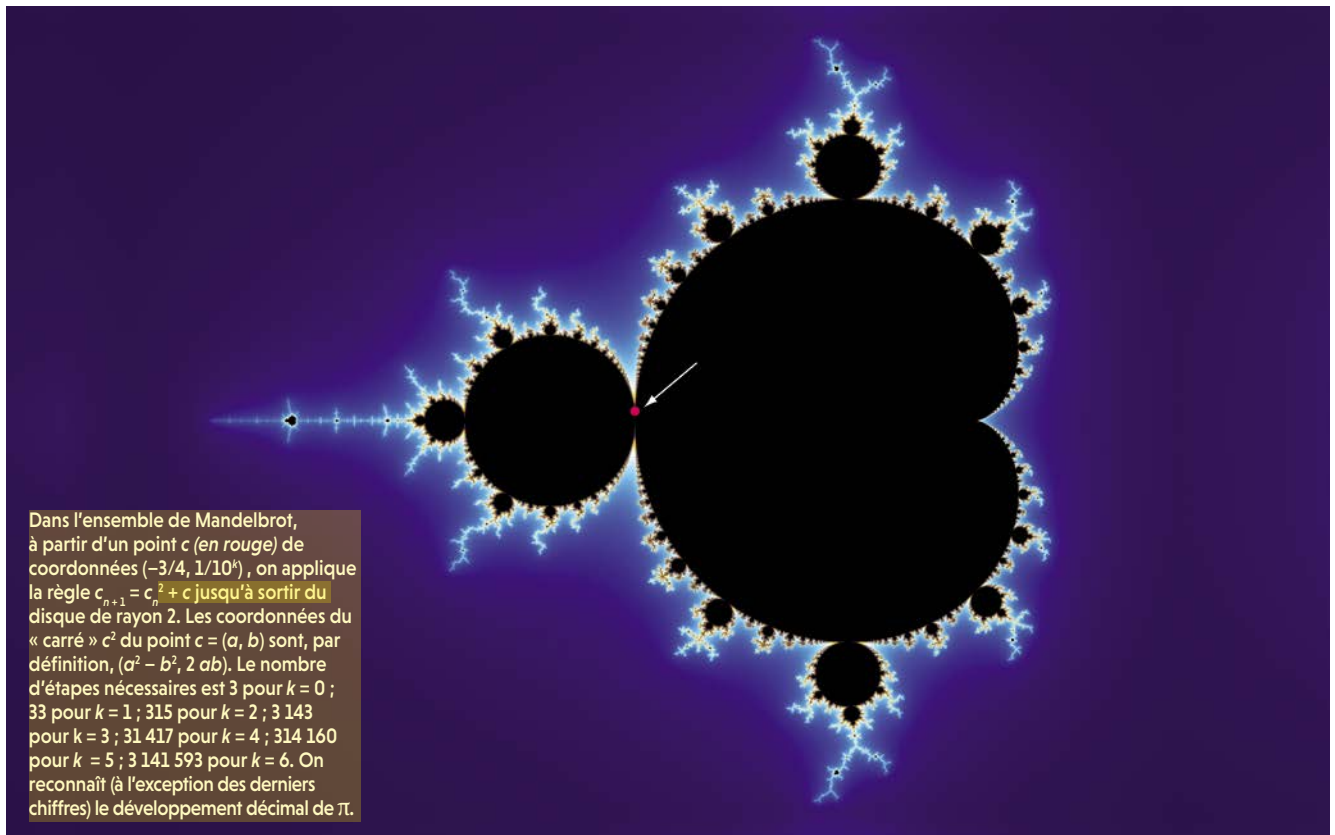
UNE BELLE MÉTHODE, MAIS...

Pour les premières valeurs de n , on peut écrire de petits programmes qui confirment les affirmations indiquées. Le résultat général est cependant démontré de manière parfaitement rigoureuse. Il nécessite juste une petite hypothèse : les $2n$ premiers chiffres de π ne doivent pas se terminer par $n-1$ fois le chiffre 9. On sait que c'est vrai pour n plus petit que 665000000000, puisqu'on connaît explicitement les décimales de π , mais pour n tendant vers l'infini, nul ne sait le démontrer. Cette



Des chocs entre billes π peut aussi surgir. Prenons une bille bleue et une bille rouge de même masse. La bille rouge est immobile (à gauche). La bille bleue la frappe selon un choc élastique. La bille bleue s'immobilise et la bille rouge se précipite sur un mur où elle rebondit et repart vers la bille bleue. Après le choc, la bille rouge est à nouveau immobile et la bille bleue s'éloigne indéfiniment. Il y a eu 3 chocs (à droite, en haut) : 3 est

le premier chiffre de π . Avec des masses dans un rapport 100, il y a non plus 3, mais 31 chocs (à droite, en bas). Plus généralement, si le rapport des masses est 10^{2n} , alors le nombre de chocs reste fini, et c'est l'entier correspondant aux $n+1$ premières décimales de π . Ainsi, pour $n = 5$, on aura 314 159 chocs : ce sont les 6 premiers chiffres de π .



SUR LE WEB

Animation montrant les 31 chocs de deux billes dont le rapport des masses est 100 : <https://youtu.be/4UhPTrHIprk>

Expérience en ligne sur les aiguilles de Buffon : experiences.math.cnrs.fr/Calcul-de-Pi-avec-des-aiguilles-et.html

➤ propriété est jugée plus que probable, mais elle reste inaccessible à nos techniques de preuve.

La méthode est magnifique et a étonné les spécialistes des systèmes dynamiques. En revanche, sur le plan pratique, la méthode est d'un intérêt limité. Comment ajuster les masses de A et de B avec la précision exigée ? On ne peut espérer faire beaucoup plus que le nombre d'Avogadro, soit environ 10^{24} , ce qui ne donnera que 12 décimales, et les autres mesures sont à l'avenant. Comment être certain de lancer les billes perpendiculairement au mur avec toute l'exactitude nécessaire ? Comment s'assurer que les chocs soient parfaitement élastiques et qu'il n'y ait aucun frottement ?

Pas plus que la méthode de Buffon ou du fusil, on ne tirera de celle de Galperin un grand nombre de chiffres de π . Si l'on veut s'en tenir à des méthodes physiques, le mieux est peut-être simplement de mesurer avec soin le périmètre et le diamètre d'un cercle assez grand et de faire le quotient. En réalité, rien ne vaut les calculs purs ne s'appuyant pas sur des hypothèses et des mesures physiques qu'on ne parvient jamais à mener avec plus de quelques chiffres significatifs. Venons-en donc aux méthodes mathématiques.

Archimède est né, a vécu et est mort à Syracuse, en Sicile. Il fut le premier à proposer une méthode mathématique permettant de calculer les chiffres du nombre π aussi loin qu'on

le souhaite. En mathématiques, Syracuse est aussi le nom d'une conjecture qui intéresse beaucoup de monde à cause de sa simplicité.

J'AIMERAIS TANT VOIR SYRACUSE

Cette «conjecture de Syracuse» ou «conjecture de Collatz» propose de partir d'un entier positif quelconque n : s'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le remplace par $3n+1$. Et on recommence. La conjecture affirme que quel que soit l'entier initial n , on finit toujours par arriver à 1 (voir *Élémentaire, mais redoutable*, par S. Eliahou, page 30). Personne n'a su la démontrer. Expérimentalement, elle a été vérifiée jusqu'à 10^{20} . À priori, elle n'a rien à voir avec π , malgré son nom qui semble faire écho à Archimède. La Syracuse de la conjecture est en fait la ville américaine de Syracuse, dans l'État de New York, dont l'université a joué un rôle important dans la diffusion de la conjecture au monde entier.

Aucun lien avec π ? Pourtant, le Français Roland Yéléhada a mis au point une méthode de calcul de π à partir de la conjecture de Syracuse. Le principe est le suivant. On calcule la suite de Syracuse pour tous les nombres jusqu'à une certaine borne n , par exemple 100. Pour chacune des suites calculées, par exemple [13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1], on évalue la longueur, ici 10, et la somme des éléments de la suite, ici 119. On teste si les deux nombres obtenus (10 et 119) ont un