

LA STAR DES MATHÉMATIQUES ET DE LA PHYSIQUE



belin-editeur.com



Belin:

Jouons avec les palindromes

121, 404, 123 454 321... faciles à identifier, les nombres palindromes offrent des problèmes de tous niveaux et quelques défis ardu.

L'ESSENTIEL

- Les nombres palindromes sont une infinité et on sait parfaitement les dénombrer.
- On connaît des formules qui engendrent une infinité de nombres palindromes.
- Les nombres premiers palindromes

sont probablement une infinité, mais on ne sait pas les dénombrer.

- Le plus beau résultat récemment établi au sujet des nombres palindromes est que tout entier est la somme de trois nombres palindromes.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE est professeur émérite à l'université de Lille et chercheur au Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille (Cristal).

L

es mots «gag», «elle», «rotor» sont des palindromes: ils se lisent de droite à gauche aussi bien que de gauche à droite. «Ressasser» et «rotavator» sont les plus longs mots palindromes en français. Allons plus loin. En négligeant les espaces, les accents, les majuscules et la ponctuation, on sait composer des phrases et même des textes palindromes: *Élu par cette crapule* (Hippolyte Laverdan); *Rue Verlaine gela le génial rêveur* (Jacques Perry-Salkow); *Éric notre valet alla te laver ton ciré* (Maître Capelo qui ajoutait que Luc pouvait remplacer Éric)...

4321

Georges Perec a composé un texte palindromique de 1247 mots. Plus récemment, Frédéric Schmitter et Jacques Perry-Salkow ont écrit un récit palindromique, *Sorel Éros*, qui comporte 10001 lettres. Romain Seignovert a trouvé des palindromes pour toutes les langues européennes (voir figure ci-dessous).

Jolis exploits mais qui ne concernent guère le mathématicien. Ce dernier préfère envisager les nombres palindromes. En trouver est facile, puisque toute suite de chiffres ne commençant pas par 0 est un nombre et qu'on peut donc sans difficulté en écrire qui soient des palindromes: 242, 10001 ou 12321. Leur liste, bien sûr infinie, se programme aisément. C'est la suite A002113 de l'encyclopédie en ligne des suites numériques OEIS (<https://oeis.org/A002113>) l'encyclopédie des suites de nombres entiers. En voici le début: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272, 282, 292, 303, 313, 323, 333, 343...

Les jeux et problèmes que les mathématiciens envisagent à propos des nombres palindromes sont aussi variés et difficiles que ceux d'autres pans de la discipline... et certains restent irrésolus.

COMBIEN SONT-ILS ?

Commençons par des questions faciles. Combien existe-t-il de nombres palindromes en base 10 composés de n chiffres? Si n est pair, pour avoir un nombre palindrome à n chiffres décimaux, il suffit de choisir comme on le veut ses $n/2$ premiers chiffres en imposant que le premier ne soit pas 0, et de les répéter en ordre inverse. Pour $n = 6$, on choisit par exemple 247, qui donne 247742. On en déduit que le nombre de palindromes à n chiffres, n pair, est exactement $9 \times 10^{n/2-1}$, soit 900 pour $n = 6$.

Pour $n = 1$, il y a 10 nombres palindromes: 0, 1..., 9. Si n est impair supérieur à 1, en raisonnant

comme dans le cas pair, on trouve que le nombre de palindromes à n chiffres est $9 \times 10^{(n-1)/2}$. On en tire que le nombre de nombres palindromes inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4...$ est, respectivement: 10, 19, 109, 199, 1099, 1999, 10999, 19999... (ce qui est toujours supérieur à $10^{n/2}$).

Leur densité (leur fréquence) devient nulle à l'infini et elle est sensiblement inférieure à celle des nombres premiers, ce que l'on démontre ou que l'on constate en examinant le nombre de nombres premiers inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4, \dots$, qui est 4, 25, 168, 1229, ➤

L'Europe des palindromes. Romain Seignovert, fervent défenseur de l'idée d'une Europe unie, propose cette carte où chaque pays porte un palindrome dans sa langue.

