

4321

Georges Perec a composé un texte palindromique de 1247 mots. Plus récemment, Frédéric Schmitter et Jacques Perry-Salkow ont écrit un récit palindromique, *Sorel Éros*, qui comporte 10001 lettres. Romain Seignovert a trouvé des palindromes pour toutes les langues européennes (voir figure ci-dessous).

Jolis exploits mais qui ne concernent guère le mathématicien. Ce dernier préfère envisager les nombres palindromes. En trouver est facile, puisque toute suite de chiffres ne commençant pas par 0 est un nombre et qu'on peut donc sans difficulté en écrire qui soient des palindromes: 242, 10001 ou 12321. Leur liste, bien sûr infinie, se programme aisément. C'est la suite A002113 de l'encyclopédie en ligne des suites numériques OEIS (<https://oeis.org/A002113>) l'encyclopédie des suites de nombres entiers. En voici le début: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272, 282, 292, 303, 313, 323, 333, 343...

Les jeux et problèmes que les mathématiciens envisagent à propos des nombres palindromes sont aussi variés et difficiles que ceux d'autres pans de la discipline... et certains restent irrésolus.

COMBIEN SONT-ILS ?

Commençons par des questions faciles. Combien existe-t-il de nombres palindromes en base 10 composés de n chiffres? Si n est pair, pour avoir un nombre palindrome à n chiffres décimaux, il suffit de choisir comme on le veut ses $n/2$ premiers chiffres en imposant que le premier ne soit pas 0, et de les répéter en ordre inverse. Pour $n = 6$, on choisit par exemple 247, qui donne 247742. On en déduit que le nombre de palindromes à n chiffres, n pair, est exactement $9 \times 10^{n/2-1}$, soit 900 pour $n = 6$.

Pour $n = 1$, il y a 10 nombres palindromes: 0, 1..., 9. Si n est impair supérieur à 1, en raisonnant

comme dans le cas pair, on trouve que le nombre de palindromes à n chiffres est $9 \times 10^{(n-1)/2}$. On en tire que le nombre de nombres palindromes inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4...$ est, respectivement: 10, 19, 109, 199, 1099, 1999, 10999, 19999... (ce qui est toujours supérieur à $10^{n/2}$).

Leur densité (leur fréquence) devient nulle à l'infini et elle est sensiblement inférieure à celle des nombres premiers, ce que l'on démontre ou que l'on constate en examinant le nombre de nombres premiers inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4, \dots$, qui est 4, 25, 168, 1229, >

L'Europe des palindromes. Romain Seignovert, fervent défenseur de l'idée d'une Europe unie, propose cette carte où chaque pays porte un palindrome dans sa langue.

