

4321

Georges Perec a composé un texte palindromique de 1247 mots. Plus récemment, Frédéric Schmitter et Jacques Perry-Salkow ont écrit un récit palindromique, *Sorel Éros*, qui comporte 10001 lettres. Romain Seignovert a trouvé des palindromes pour toutes les langues européennes (voir figure ci-dessous).

Jolis exploits mais qui ne concernent guère le mathématicien. Ce dernier préfère envisager les nombres palindromes. En trouver est facile, puisque toute suite de chiffres ne commençant pas par 0 est un nombre et qu'on peut donc sans difficulté en écrire qui soient des palindromes: 242, 10001 ou 12321. Leur liste, bien sûr infinie, se programme aisément. C'est la suite A002113 de l'encyclopédie en ligne des suites numériques OEIS (<https://oeis.org/A002113>) l'encyclopédie des suites de nombres entiers. En voici le début: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272, 282, 292, 303, 313, 323, 333, 343...

Les jeux et problèmes que les mathématiciens envisagent à propos des nombres palindromes sont aussi variés et difficiles que ceux d'autres pans de la discipline... et certains restent irrésolus.

COMBIEN SONT-ILS ?

Commençons par des questions faciles. Combien existe-t-il de nombres palindromes en base 10 composés de n chiffres? Si n est pair, pour avoir un nombre palindrome à n chiffres décimaux, il suffit de choisir comme on le veut ses $n/2$ premiers chiffres en imposant que le premier ne soit pas 0, et de les répéter en ordre inverse. Pour $n = 6$, on choisit par exemple 247, qui donne 247742. On en déduit que le nombre de palindromes à n chiffres, n pair, est exactement $9 \times 10^{n/2-1}$, soit 900 pour $n = 6$.

Pour $n = 1$, il y a 10 nombres palindromes: 0, 1..., 9. Si n est impair supérieur à 1, en raisonnant

comme dans le cas pair, on trouve que le nombre de palindromes à n chiffres est $9 \times 10^{(n-1)/2}$. On en tire que le nombre de nombres palindromes inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4...$ est, respectivement: 10, 19, 109, 199, 1099, 1999, 10999, 19999... (ce qui est toujours supérieur à $10^{n/2}$).

Leur densité (leur fréquence) devient nulle à l'infini et elle est sensiblement inférieure à celle des nombres premiers, ce que l'on démontre ou que l'on constate en examinant le nombre de nombres premiers inférieurs à 10^n pour $n = 1, 2, 3, 4, ...,$ qui est 4, 25, 168, 1229, ...

L'Europe des palindromes. Romain Seignovert, fervent défenseur de l'idée d'une Europe unie, propose cette carte où chaque pays porte un palindrome dans sa langue.

