

L'ESSENTIEL

● En étudiant une démonstration liée au grand théorème de Fermat dans des conditions particulières, le mathématicien Issai Schur a défini une suite de nombres qui portent son nom.

● Le nombre $S(n)$ est le plus grand nombre N pour lequel on peut colorier en n couleurs les entiers de 1 à N tout en évitant

les triplets monochromatiques de la forme $(a, b, a+b)$ avec a, b et $a+b$ compris entre 1 et N .

● Étonnamment, on ne connaît que les cinq premiers nombres de Schur. La valeur $S(5) = 160$ n'a été établie qu'en 2018, par ordinateur, avec une preuve pesant... 2 pétaoctets. Et on ignore tout de $S(6)$!

L'AUTEUR



SHALOM ELIAHOU
Professeur à l'université
du Littoral Côte d'Opale,
à Calais.

Des centenaires pleins d'avenir

En 1916, le grand mathématicien Issai Schur donnait naissance à une suite de nombres entiers. Ils sont si mystérieux que, même plus de cent ans après, on ne sait encore rien sur eux... ou presque.

V

ers 1910, le mathématicien américain Leonard Eugene Dickson travaille sur le dernier théorème de Fermat. Il stipule que pour tout exposant n supérieur ou égal à 3, il n'existe aucun triplet d'entiers non-nuls x, y, z vérifiant l'équation $x^n + y^n = z^n$. Resté à l'état de conjecture

pendant des siècles, ce n'est qu'en 1995 qu'il a été démontré, par Andrew Wiles, avec une contribution de Richard Taylor pour corriger un point dans une version initiale de la preuve (voir *Le tombeur de Fermat*, par G. Giorello, page 98).

Dickson avait démontré que, pour $n \geq 3$ donné, des solutions non nulles de l'équation de Fermat $x^n + y^n = z^n$ existent non pas en arithmétique ordinaire (il n'y en a que pour $n = 2$), mais en arithmétique *modulo* p pour tout nombre premier p suffisamment grand par rapport à n . En arithmétique *modulo* p , on ne s'intéresse pas aux nombres, mais aux restes après leur division par un certain entier (ici p) nommé module. ➤