

## L'ESSENTIEL

● En étudiant une démonstration liée au grand théorème de Fermat dans des conditions particulières, le mathématicien Issai Schur a défini une suite de nombres qui portent son nom.

● Le nombre  $S(n)$  est le plus grand nombre  $N$  pour lequel on peut colorier en  $n$  couleurs les entiers de 1 à  $N$  tout en évitant

les triplets monochromatiques de la forme  $(a, b, a+b)$  avec  $a, b$  et  $a+b$  compris entre 1 et  $N$ .

● Étonnamment, on ne connaît que les cinq premiers nombres de Schur. La valeur  $S(5) = 160$  n'a été établie qu'en 2018, par ordinateur, avec une preuve pesant... 2 pétaoctets. Et on ignore tout de  $S(6)$  !

## L'AUTEUR



SHALOM ELIAHOU  
Professeur à l'université  
du Littoral Côte d'Opale,  
à Calais.

# Des centenaires pleins d'avenir

**En 1916, le grand mathématicien Issai Schur donnait naissance à une suite de nombres entiers. Ils sont si mystérieux que, même plus de cent ans après, on ne sait encore rien sur eux... ou presque.**

# V

ers 1910, le mathématicien américain Leonard Eugene Dickson travaille sur le dernier théorème de Fermat. Il stipule que pour tout exposant  $n$  supérieur ou égal à 3, il n'existe aucun triplet d'entiers non-nuls  $x, y, z$  vérifiant l'équation  $x^n + y^n = z^n$ . Resté à l'état de conjecture

pendant des siècles, ce n'est qu'en 1995 qu'il a été démontré, par Andrew Wiles, avec une contribution de Richard Taylor pour corriger un point dans une version initiale de la preuve (voir *Le tombeur de Fermat*, par G. Giorello, page 98).

Dickson avait démontré que, pour  $n \geq 3$  donné, des solutions non nulles de l'équation de Fermat  $x^n + y^n = z^n$  existent non pas en arithmétique ordinaire (il n'y en a que pour  $n = 2$ ), mais en arithmétique *modulo*  $p$  pour tout nombre premier  $p$  suffisamment grand par rapport à  $n$ . En arithmétique *modulo*  $p$ , on ne s'intéresse pas aux nombres, mais aux restes après leur division par un certain entier (ici  $p$ ) nommé module. >



Prenez les entiers naturels,  
coloriez-les en respectant quelques  
contraintes... vous entrez alors dans  
le monde des nombres de Schur,  
un monde pour l'essentiel inconnu !