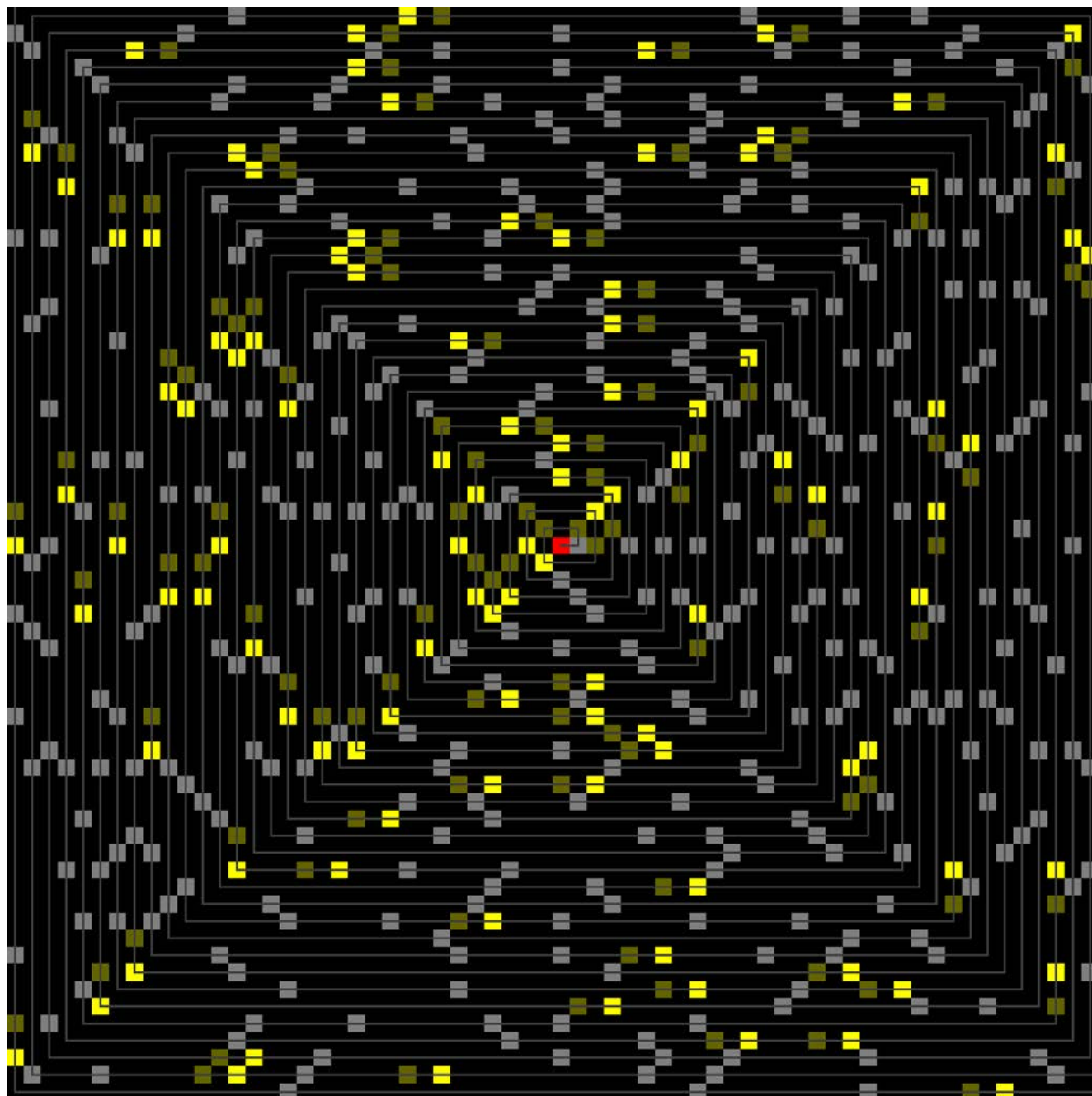




Jean-François Colonna (CMAP/École Polytechnique, www.lacdamme.polytechnique.fr)

nombre premier qui vient juste après 199 sans tester un par un les nombres qui suivent?

Au fait, est-on sûr qu'un nombre premier vient après 200? Rien *a priori* ne permet de l'affirmer. Bien sûr, en testant 201, 202, 203, 204... et on finit par ajouter 211 à la liste des nombres premiers. Le répit est de courte durée, car la question se repose immédiatement: y a-t-il un nombre premier après 211? Et ainsi de suite... En d'autres termes, la liste des nombres premiers s'arrête-t-elle à un moment donné?

UNE INFINITÉ DE PREMIERS

La réponse, certaine, est non. On sait prouver, depuis l'Antiquité, que la liste des nombres premiers est infinie. Le réservoir de nombres premiers est donc intarissable. Qu'en est-il alors d'une règle pour passer d'un nombre

Sur cette spirale d'Ulam le long de laquelle les entiers se suivent (1, en rouge), les paires de nombres premiers jumeaux apparaissent en jaune (sombre pour le premier de la paire, et vif pour le second).

premier au suivant? Pour répondre, intéressons-nous à l'écart entre deux nombres premiers consécutifs, par exemple, celui entre 3 et 5 (2), entre 7 et 11 (4), et entre 53 et 59 (6). Cet écart obéit-il à des règles particulières?

À l'exception de 2, tous les nombres premiers sont impairs. Donc l'écart entre deux nombres premiers consécutifs est toujours un nombre pair, sauf bien sûr celui entre 2 et 3.

Et à part ça? Écrivons la liste des écarts successifs entre les nombres premiers consécutifs plus petits que 200: 1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 4, 6, 2, 6, 4, 2, 6, 4, 6, 8, 4, 2, 2, 4, 14, 4, 6, 8, 2, 10, 2, 6, 6, 4, 6, 6, 2, 10, 2, 4, 2... Aucune logique apparente. On remarque que l'écart le plus fréquent est 2 (il apparaît 16 fois), mais rien ne dit que cette prédominance se maintiendra lorsque l'on poursuivra ➤