

Surtout cantonnée aux tâches d'assistance du mathématicien, l'IA commence à dévoiler un potentiel plus riche pour les mathématiques. Ce qui lui manque encore ? Une vision globale et profonde de cette science.

76

L'ordinateur sera-t-il un jour le boss des maths ?

Jean-Paul Delahaye



En bref

> L'ordinateur est	> Des programmes	> Ces avancées	> L'association
un auxiliaire précieux	comme <i>HR</i>	concernent surtout	de méthodes
des mathématiciens.	sont parvenus	les structures finies	symboliques et
En facilitant certaines	à proposer des	(graphes), mais aussi	neuronales est
tâches, il fait gagner	notions nouvelles,	certaines ensembles	prometteuse, même
du temps.	non incluses dans	infinis (nombres	si, pour l'heure,
	les mécanismes de	réels).	les réussites sont
	leur programmation.		limitées à des
			domaines très
			spécialisés.

Les ordinateurs aident les mathématiciens d'une multitude de manières : ils facilitent l'édition des textes et la communication entre chercheurs ; ils font des calculs numériques et symboliques, en produisant par exemple des milliers de milliards de décimales de π ; grâce aux programmes « assistants de preuves », ils aident les mathématiciens à mettre au point les longues démonstrations et à les vérifier ; parfois, les algorithmes de démonstration automatique découvrent des preuves qu'aucun mathématicien n'avait trouvées (voir l'encadré page ci-contre).

Cependant, à côté de cette aide exploitant la fiabilité et la rapidité des machines, est-ce que celles-ci peuvent se substituer aux chercheurs et faire avancer un domaine mathématique en y découvrant de nouvelles idées, de nouvelles formules, de nouvelles conjectures ou de nouveaux théorèmes intéressants ?

On a précisé « intéressants », car on sait depuis longtemps produire mécaniquement des théorèmes en utilisant des programmes. À chaque système axiomatique, celui de l'arithmétique, celui de la théorie des ensembles, etc., est associé un algorithme qui en énumère les théorèmes. Malheureusement ces algorithmes d'énumération produisent des masses de résultats évidents et sans valeur.

L'intelligence, le savoir particulier et l'intuition d'un mathématicien lui font aborder un domaine avec finesse en repérant des énoncés particuliers, en général assez courts et difficiles à démontrer. Ces énoncés sont des jalons dans leurs travaux : ils leur évitent de se perdre dans l'infini des vérités faciles et trop proches

les unes des autres. L'intelligence artificielle peut-elle concevoir des méthodes qui égalent les mathématiciens dans le travail d'imagination et de construction ordonnée des théories mathématiques, qui ne sont pas des successions ennuyeuses de vérités triviales comme $1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $1 + 3 = 4$, etc. ?

Nous allons voir que la « recherche automatisée » progresse petit à petit : il se peut que, imperceptiblement, nous entrons dans une nouvelle ère.

PREMIÈRES TENTATIVES

Le logicien Hao Wang, un ami d'Einstein à Princeton, écrit en 1959 un programme pour produire et sélectionner des théorèmes du calcul propositionnel, une partie de la logique où l'on traite de formules du type $(A \text{ et } B) \Rightarrow A$, $(A \text{ ou non-} A)$, $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\text{non-} B \Rightarrow \text{non-} A)$. Cette tentative lui fit prendre conscience que le problème principal était de sélectionner les résultats « intéressants ».

En juillet 1976, Douglas Lenat soutint à Stanford un mémoire de doctorat dont le sujet était son « mathématicien automatique », le programme AM (pour *Automated Mathematician*). Il y décrivait un programme en langage LISP qui, à partir de règles et de manipulations symboliques, déduit et accumule concepts et propriétés de ces concepts. Douglas Lenat explique que son programme a découvert la notion de nombre premier, a énoncé le théorème de décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Il aurait aussi redécouvert la fameuse conjecture de Goldbach, toujours non démontrée (« Tout nombre pair à partir de 4 est somme de deux nombres premiers »). Cependant, ces affirmations ont été

discutées, car elles résultent d'une interprétation indirecte *a posteriori* des calculs d'AM.

Après ce premier essai, Douglas Lenat travailla sur un système nommé Eurisko, lui aussi destiné à produire des découvertes mathématiques. Son originalité est qu'il créait spontanément des règles heuristiques nouvelles à l'aide de métarègles du type : « Donner la priorité aux règles les plus simples ». Face aux difficultés, Douglas Lenat entreprit de concevoir et programmer un système dénommé Cyc, qui maîtrise des connaissances générales de tout humain, ce qu'il considérait comme indispensable pour aller plus loin en intelligence artificielle (IA). Pour lui, un système intelligent doit savoir que « si un humain marche, il ne reste pas à la même place » ou que « quand il pleut, les passants dans la rue sont mouillés », etc.

Le projet Cyc, démarré en 1983, a bénéficié depuis d'un travail équivalent à plus de mille hommes-années et se poursuit aujourd'hui encore. C'est le plus ambitieux et long projet d'IA jamais mené. Il a développé un savoir général et plusieurs savoirs particuliers liés à des sous-domaines, dont celui du terrorisme qui est probablement utilisé par l'agence américaine NSA (National Security Agency). Le système connaît plus d'un million de termes comme « la France », « le kilogramme », « New York », « les poissons », « la chasse »... et plus de 24 millions d'affirmations de base les concernant et les liant. Elles sont écrites dans un langage logique et disposent d'un système de déduction qui permet, à partir des affirmations de base, d'en produire de nouvelles.

79

QUELS TYPES DE RECHERCHES ?

L'intelligence artificielle en mathématiques a trois objectifs :

- L'aide à la démonstration et à la rédaction détaillée et contrôlée de démonstrations compliquées. Dans ce domaine, des succès ont été obtenus, comme la mise au point définitive de la démonstration de la conjecture de Kepler sur l'empilement le plus compact possible des sphères dans l'espace, démonstration due à Thomas Hales en 2014.
- La démonstration automatique : l'ordinateur recherche seul une démonstration. Quelques succès ont été obtenus.
- La recherche et la suggestion d'idées, de conjectures et de théorèmes nouveaux et intéressants. C'est ce dernier aspect qui est principalement envisagé dans cet article.

HR S'ATTAQUE AUX SUITES

Cette recherche appartient à l'« IA symbolique » : les méthodes ne s'appuient pas sur des réseaux de neurones, ce sont des programmes manipulant des symboles, des mots, des concepts représentés par des éléments de programmes. Les humains qui les écrivent comprennent le détail de ce qu'ils y mettent et de ce qui se produit quand la machine fonctionne, contrairement aux réseaux de neurones de l'« apprentissage profond », où le système n'explique pas ses réponses. Le lien avec les mathématiques est devenu secondaire dans le projet Cyc, bien qu'un module ait été conçu pour aider les étudiants en mathématiques.

En tout cas, il semble certain que les progrès de l'IA devront associer la capacité de raisonnement et les connaissances générales de systèmes