

➤ la première affirmation, l'augmentation de la dette, c'est-à-dire le déficit, a été de 14%, cette année, l'augmentation a donc atteint 14% de 115 milliards, soit 16,1 milliards. C'est bien conforme à la deuxième affirmation selon laquelle le déficit a augmenté de plus d'un milliard. Les deux affirmations sont parfaitement compatibles: l'augmentation de la dette peut diminuer en pourcentage chaque année en même temps qu'elle s'accroît en valeur absolue.

LES SIMPSON À L'ÉCOLE

La question 5 correspond à une situation remarquable qui froisse l'intuition et peut fausser l'analyse de certains chiffres réels. En effet, il est tout à fait possible que les filles réussissent mieux que les garçons en licence de biologie et mieux en licence de physique, et que, globalement, les garçons réussissent mieux que les filles!

Prenons l'exemple (fictif) d'une situation où 100 candidates filles et 100 candidats garçons se présentent aux examens des licences de biologie ou de physique.

	PHYSIQUE		BIOLOGIE		CUMUL	
	G	F	G	F	G	F
RÉUSSITE	80	10	4	50	84	60
ÉCHEC	10	0	6	40	16	40
TOTAL	90	10	10	90	100	100

Les filles réussissent mieux en physique puisque 100% ont obtenu leur diplôme contre seulement 88% des garçons. De même, en biologie, 55,5% des filles et seulement 40% des garçons réussissent. Pourtant, globalement, 84% des garçons ont un diplôme, contre 60% chez les filles. Comment l'expliquer?

Les filles sont plus nombreuses en licence de biologie et les garçons plus nombreux en licence de physique. Or le taux de réussite est meilleur en physique qu'en biologie. Les filles tentent donc en moyenne un examen plus difficile que les garçons. Ceux-ci ne gagnent, au total, que parce qu'ils optent pour la facilité! Quatre-vingt-dix filles sur 100 tentent la licence de biologie qui a un taux de réussite de 55% alors que 90 garçons sur 100 tentent l'examen de physique qui a un taux de réussite de 90%. Cette situation est nommée paradoxe de Simpson ou effet de Yule-Simpson. Elle a été décrite par Edward Simpson en 1951... et par George Yule en 1903.

Cet effet peut avoir d'ennuyeuses conséquences, comme le montre une étude comparée sur l'efficacité de deux traitements différents contre les calculs rénaux, menée en 1986 par C. Charig, D. Webb, S. Payne et O. Wickham.

Globalement le traitement A avait conduit à 273 succès (78%) sur 350 cas alors que le traitement B sur 350 cas en donnait 289, soit 83%. Le traitement B semblait donc meilleur que A. Pourtant en y regardant de plus près, on

constatait que dans le cas des petits calculs rénaux, le traitement A était meilleur que le traitement B: A obtenait 80 succès sur 87, soit 93%, contre 234 succès sur 270, soit 87%, pour le traitement B. Et il en allait de même pour les gros calculs rénaux où A obtenait 73% de réussites (192 succès sur 263) alors que B n'en obtenait que 69% (55 succès sur 80)!

Un autre cas réel de paradoxe de Simpson a été rapporté en 1975 par P. Bickel, E. Hammel et J. O'Connell à propos de l'admission des étudiants dans les diverses facultés de l'université de Berkeley, aux États-Unis. L'analyse globale des données indiquait un biais en faveur des garçons qui, comme dans l'exemple fictif précédent, réussissaient mieux que les filles. Pourtant l'étude détaillée des admissions, faculté par faculté, ne montrait rien de tel: les facultés favorisant les garçons n'étant pas plus nombreuses que celles favorisant les filles.

L'explication du phénomène était semblable à celle de notre exemple: les filles postulaient dans des facultés plus difficiles en moyenne que celles que tentaient les garçons. Doit-on conclure qu'on peut faire dire une chose et son contraire aux statistiques? Risque-t-on toujours de rencontrer de telles situations? La réponse est non: dans l'agrégation des données qui engendre le paradoxe de Simpson, on ne mélange pas des données correspondant à des effectifs égaux pour les sous-cas. Si l'on agrège le résultat des examens de 100 filles passant la biologie, 100 filles passant la physique, 100 garçons passant la biologie, 100 garçons passant la physique, alors le paradoxe de Simpson disparaît. Si l'on veut obtenir des conclusions sensées, l'agrégation des résultats doit respecter certaines règles d'homogénéité.

Notons que le paradoxe de Simpson se généralise en prenant plus de deux catégories d'étudiants. Des données, selon qu'on les regarde d'une façon ou d'une autre, peuvent conduire à des classements exactement inversés. Poursuivons par quelques exemples proposés par Nicolas Gauvrit qui montrent que des paradoxes analogues à celui de Simpson sont plus fréquents qu'on ne l'imagine.

Bienvenue au sein de l'entreprise Marchive dont la situation salariale se résume ainsi:

		OUVRIERS	CADRES
	SALAIRE	200 €	2000 €
2016	EFFECTIF	1000	100
	SALAIRE	180 €	1800 €
2017	EFFECTIF	600	500

Un conflit oppose les syndicats et le patron. Les premiers disent: «Les salaires des ouvriers et ceux des cadres ont baissé cette année de 10%.» Le patron répond: «Nos calculs indiquent que le salaire moyen dans l'entreprise a augmenté. Il est passé de 363,64 euros par semaine»

CITATIONS

«La statistique est la première des sciences inexactes.»

Edmond et Jules de Goncourt

«Fêter les anniversaires est bon pour la santé. Les statistiques montrent que les personnes qui en fêtent le plus deviennent les plus vieilles.»

Den Hartog

«Les statistiques, c'est comme le bikini. Ce qu'elles révèlent est suggestif. Ce qu'elles dissimulent est essentiel.»

Aaron Levenstein

«Dans toute statistique, l'inexactitude du nombre est compensée par la précision des décimales.»

Alfred Sauvy

«La mort d'un homme est une tragédie. La mort d'un million d'hommes est une statistique.»

Joseph Staline

«Tout comme certaines sciences occultes, les statistiques possèdent leur propre jargon, volontairement mis au point pour dérouter les non-initiés.»

G. O. Ashley

«Les statistiques ont une particularité majeure: elles ne sont jamais les mêmes selon qu'elles sont avancées par un homme de droite ou par un homme de gauche.»

Jacques Mailhot

LES PARADOXES DE L'ESPÉRANCE DE VIE

Le sort des nouveau-nés se répercute sur l'espérance de vie de tous. Pour calculer celle d'un ensemble d'individus, la méthode la plus naturelle serait d'attendre qu'ils soient tous morts, puis de calculer l'âge moyen de leur mort. Dans la pratique, son calcul utilise une autre méthode, rationnelle, mais susceptible d'engendrer incompréhensions et paradoxes. Pour calculer l'espérance de vie en 2016, on imagine une population fictive d'individus qui naîtraient tous en 2016 et qui, chaque année de leur future vie, auraient une probabilité de mourir égale à celle constatée en 2016 pour cette tranche d'âge. On imagine par exemple 100 000 individus qui naissent en 2016, si 1,3% des enfants ayant entre 0 et 1 an sont morts en 2016, on considère que, dans notre population fictive, il en sera de même. Ensuite, pour les individus de la population fictive qui franchissent leur premier anniversaire (98,7%), on considère qu'ils mourront au cours de leur seconde année dans la même proportion que les enfants qui, en 2016, avaient entre 1 et 2 ans. Et ainsi de suite. L'âge moyen du décès de tous les individus de cette population fictive est par définition l'espérance de vie à la naissance pour l'année 2016. Pour simplifier les calculs, on considère que ceux qui meurent dans leur première année meurent à 0,5 an, que ceux qui meurent dans leur seconde année meurent à 1,5 an, etc.



L'espérance de vie à l'âge de 30 ans se calcule de la même façon en se donnant au départ une population fictive d'individus de 30 ans qui ensuite mourront année après année en se conformant aux chiffres de mortalité constatés en 2016, etc. Ces espérances de vie pour 2016 dépendent donc des conditions de mortalité de l'année 2016 et de nulle autre. Elles ne donnent pas comme on le croit naïvement la durée de vie moyenne des gens vivants en 2016, car les taux de mortalité par âge évolueront dans l'avenir. Plusieurs paradoxes résultent de ce mode de calcul.

Le massacre des innocents Si un massacre des innocents éradique tous les bébés de moins de 1 an le jour de Noël 2016 sans tuer personne d'autre, alors l'espérance de vie à la naissance en 2016 sera de 0,5 an, car les individus fictifs envisagés par le calcul seront tous morts dès leur première année

et seront donc comptabilisés comme vivant 0,5 an.

La bombe atomique

En 2016, l'espérance de vie en France était d'environ 79 ans pour les hommes et 85 pour les femmes. Cela n'aura rien de faux même si en 2017 une bombe atomique tue tous les Français et que la moyenne de la durée de vie des Français ayant vécu en 2016 est donc en réalité d'environ 41 ans!

Le médicament de un an

Le paradoxe du médicament de un an est encore plus frappant. Imaginons qu'un nouveau médicament-miracle empêche totalement de mourir dans l'année qui suit son absorption, sauf ceux de la classe d'âge la plus élevée (laquelle mourra dans l'année), mais qu'il n'ait aucun effet au-delà. Une seule prise du médicament est efficace; imaginons aussi que tous les Français aient pris le médicament le 1^{er} janvier 2016 et donc qu'aucun ne soit mort

en 2016 sauf les individus de 114 ans (l'âge du plus vieux des Français, Honorine Rondello). Alors l'espérance de vie en 2016 sera exactement de 114 ans, bien qu'en réalité, la vie de chaque Français aura été prolongée au plus de une année! En effet, avec nos hypothèses, le taux de mortalité par classe d'âge est de 0% quelle que soit la classe d'âge, sauf pour la dernière, et donc tous les individus de la population fictive qui sert au calcul de l'espérance de vie pour l'année 2016 atteindront l'âge maximal constaté en France, âge auquel ils décéderont tous. L'espérance de vie à la naissance ou à n'importe quel âge est donc de 114 ans exactement pour les données de 2016... et redevient normale dès 2017. La méthode de calcul de l'espérance de vie n'a rien d'absurde, mais il est bon de ne pas lui attribuer plus de sens qu'elle n'en a.

➤ à 916,34 euros, ce qui correspond à une augmentation de 152%. Pourtant, à nouveau personne ne ment. Comment est-ce possible?

Le tableau répond : le salaire hebdomadaire des ouvriers, passant de 200 euros à 180 euros, a baissé de 10%. Celui des cadres, passant de 2000 à 1800 euros, a lui aussi diminué de 10%. Les syndicats ont donc raison d'affirmer que les salaires ont baissé de 10%.

De son côté, le patron ne triche pas ! Le salaire versé aux 1100 employés de l'entreprise en 2006 était chaque semaine de 400000 euros ($1000 \times 200 + 100 \times 2000$), soit 363,64 euros par employé. En 2007, le salaire versé aux 1100 employés (l'effectif global est inchangé) s'est élevé à 1008000 euros ($180 \times 600 + 1800 \times 500$), soit 916,34 euros par employé. Le salaire moyen a donc bien augmenté de 152%.

L'arnaque, car il y en a une, est que les effectifs par catégorie ont changé entre 2016 et 2017. Il en résulte que la baisse du salaire dans chaque catégorie est compensée par l'augmentation du nombre des cadres qui sont mieux rétribués. Une baisse de 10% du salaire de chaque catégorie de personnel est parfaitement compatible avec une augmentation du salaire moyen des employés.

Cette situation n'est pas tant fictive que cela, car chaque année l'État français insiste sur les chiffres de la masse salariale des fonctionnaires et sur le salaire moyen d'un fonctionnaire qui évoluent plus favorablement que le point d'indice utilisé pour payer les salaires des fonctionnaires. Ce point d'indice détermine, à grade fixé, le salaire d'un fonctionnaire et bien sûr c'est à lui que les syndicats préfèrent se fier. L'augmentation de l'âge moyen des fonctionnaires – due en particulier à un fort recrutement dans l'enseignement dans les années 1970 et 1980 – entraîne mécaniquement une augmentation du grade moyen (comme dans l'entreprise fictive de l'exemple indiqué plus haut) et conduit donc à une divergence entre les chiffres portant sur le salaire moyen d'un fonctionnaire et ceux portant sur le point d'indice, que ministres et syndicats utilisent de la façon qui les arrange le mieux.

Toujours à propos des fonctionnaires, voyons un autre paradoxe apparent. On peut affirmer sans se contredire que : (a) le salaire moyen dans la fonction publique est supérieur à celui dans le privé ; (b) la majorité des fonctionnaires gagneraient plus s'ils partaient dans le privé. L'explication réside à nouveau dans la répartition des emplois du secteur public et du secteur privé : dans le premier, le nombre d'emplois qualifiés est plus important, ce qui a pour effet d'augmenter le salaire moyen du secteur public, sans pour autant contredire qu'à diplôme égal on gagne moins dans le public que dans le privé.

La statistique utilise des indices aux définitions précises qui résument en un seul nombre une masse parfois considérable de chiffres. Ces indices sont inévitables : sans eux, on ne pourrait

synthétiser des tableaux de données. Cependant les indices des statisticiens tendent des pièges et peuvent engendrer des résultats totalement absurdes. Soit que celui qui les examine les comprend imparfaitement, soit qu'il prenne mal en compte des situations particulières.

L'espérance de vie est un indice piège (voir l'encadré page précédente). Le seuil de pauvreté tel que le définit l'Insee est tout aussi troublant. Par définition, le seuil de pauvreté dans un pays est la moitié du revenu médian, c'est-à-dire la moitié du revenu X tel qu'il y a autant de gens gagnant plus de X que de gens gagnant moins dans le pays. L'indice de pauvreté est le pourcentage de gens vivant sous le seuil de pauvreté.

Si maintenant quelqu'un vous annonce que dans tel pays 60% des gens vivent sous le seuil de pauvreté, c'est une ânerie. Par définition, ce n'est pas possible : la moitié (à quelques unités près) des gens ont un revenu inférieur au revenu médian, et nécessairement moins de la moitié ont un revenu inférieur à la moitié du revenu médian.

La conséquence dramatique est que même dans un pays où tout le monde mourrait de famine, le nombre de pauvres resterait inférieur à 50%, alors qu'à l'opposé, dans un pays composé uniquement de milliardaires, il pourrait tout à fait y avoir 45% de gens vivant sous le seuil de pauvreté. La pauvreté et la richesse sont des concepts relatifs, certes, mais tout de même !

ÊTRE PAUVRE EN COCAGNE

Nicolas Gauvrit imagine la petite histoire suivante qui montre par l'absurde combien l'utilisation de l'indice de pauvreté est dangereuse. Au pays de Cocagne, une pomme coûte un millième de sol. Un logement en coûte 5. On mange bien pour 0,2 sol. On vit dans le confort pour 100 sols par mois, et comme un nabab pour 200 sols par mois. Il y a dans ce pays deux types de travailleurs : les ouvriers qui ont un revenu de 1000 sols par mois, et les penseurs qui ont un revenu mensuel de 3000 sols. Il y a autant d'ouvriers que de penseurs, exactement. Tous vivent en harmonie et dans une opulence que les pays voisins jaloussent. Seule exception à la règle des deux salaires : le président du pays touche, pour sa part, une rémunération de 2800 sols. Le revenu médian est alors de 2800 sols, comme vous le confirmerait tout statisticien. La moitié du revenu médian est donc de 1400 sols, et la moitié de la population (sans compter le président) touche une rétribution inférieure. L'indice de pauvreté est donc de 50% et c'est la valeur la plus élevée possible de cet indice.

Mais un beau jour de mai 2068, le président accepte de baisser ses indemnités, car, dit-il « il n'y a pas de raison pour que je réclame plus qu'un ouvrier ! Je suis un travailleur comme les autres ». Tenant compte de ses responsabilités, il s'accorde toutefois une petite rallonge et se déclare satisfait de son nouveau revenu de 1400 sols mensuels.

CITATIONS

« Le loto, c'est un impôt sur les gens qui ne comprennent pas les statistiques. »

Anonyme

« Il est statistiquement prouvé que sur dix personnes atteintes de bronchite, une seule va chez son médecin et les neuf autres dans une salle de spectacle. »

Anonyme

« En moyenne chaque personne possède un testicule. »

Anonyme

« À la question : "Faites-vous encore confiance aux sondages ?", 64% des Français répondent OUI et 59% répondent NON. »

Philippe Geluck