

## 2. LES ÉLÉMENTS

|    |    |                                    |
|----|----|------------------------------------|
| 01 | H  | 22                                 |
| 02 | He | 13112221133211322112211213322112   |
| 03 | Li | 312211322212221121123222112        |
| 04 | Be | 111312211312113221133211322        |
|    |    | 112211213322112                    |
| 05 | B  | 1321132122211322212221121123222112 |
| 06 | C  | 31131122211322112211213322112      |
| 07 | N  | 111312212221121123222112           |
| 08 | O  | 132112211213322112                 |
| 09 | F  | 31121123222112                     |
| 10 | Ne | 111213322112                       |
| 11 | Na | 123222112                          |
| 12 | Mg | 3113322112                         |
| 13 | Al | 1113222112                         |
| 14 | Si | 1322112                            |
| 15 | P  | 311311222112                       |
| 16 | S  | 1113122112                         |
| 17 | Cl | 132112                             |
| 18 | Ar | 3112                               |
| 19 | K  | 1112                               |
| 20 | Ca | 12                                 |
| 21 | Sc | 3113112221133112                   |
| 22 | Ti | 11131221131112                     |
| 23 | V  | 13211312                           |
| 24 | Cr | 31132                              |
| 25 | Mn | 111311222112                       |
| 26 | Fe | 13122112                           |
| 27 | Co | 32112                              |
| 28 | Ni | 11133112                           |
| 29 | Cu | 131112                             |
| 30 | Zn | 312                                |
| 31 | Ga | 13221133122211332                  |
| 32 | Ge | 31131122211311122113222            |
| 33 | As | 11131221131211322113322112         |
| 34 | Se | 13211321222113222112               |
| 35 | Br | 3113112211322112                   |
| 36 | Kr | 11131221222112                     |
| 37 | Rb | 1321122112                         |
| 38 | Sr | 3112112                            |
| 39 | Y  | 1112133                            |
| 40 | Zr | 12322211331222113112211            |
| 41 | Nb | 1113122113322113111221131221       |
| 42 | Mo | 13211322211312113211               |
| 43 | Tc | 311322113212221                    |
| 44 | Ru | 132211331222113112211              |
| 45 | Rh | 311311222113111221131221           |
| 46 | Pd | 111312211312113211                 |
| 47 | Ag | 132113212221                       |
| 48 | Cd | 3113112211                         |
| 49 | In | 11131221                           |
| 50 | Sn | 13211                              |
| 51 | Sb | 3112221                            |
| 52 | Te | 1322113312211                      |
| 53 | I  | 311311222113111221                 |
| 54 | Xe | 11131221131211                     |
| 55 | Cs | 13211321                           |
| 56 | Ba | 311311                             |
| 57 | La | 11131                              |
| 58 | Ce | 1321133112                         |
| 59 | Pr | 31131112                           |
| 60 | Nd | 111312                             |
| 61 | Pm | 132                                |
| 62 | Sm | 311332                             |
| 63 | Eu | 1113222                            |
| 64 | Gd | 13221133112                        |
| 65 | Tb | 3113112221131112                   |
| 66 | Dy | 111312211312                       |
| 67 | Ho | 1321132                            |
| 68 | Er | 311311222                          |
| 69 | Tm | 11131221133112                     |
| 70 | Yb | 1321131112                         |
| 71 | Lu | 311312                             |
| 72 | Hf | 11132                              |
| 73 | Ta | 13112221133211322112211213322113   |
| 74 | W  | 312211322212221121123222113        |
| 75 | Re | 111312211312113221133211322112211  |
|    |    | 213322113                          |
| 76 | Os | 1321132122211322212221121123222113 |
| 77 | Ir | 31131122211322112211213322113      |
| 78 | Pt | 111312212221121123222113           |
| 79 | Au | 132112211213322113                 |
| 80 | Hg | 31121123222113                     |
| 81 | Tl | 111213322113                       |
| 82 | Pb | 123222113                          |
| 83 | Bi | 3113322113                         |
| 84 | Po | 1113222113                         |
| 85 | At | 1322113                            |
| 86 | Rn | 311311222113                       |
| 87 | Fr | 1113122113                         |
| 88 | Ra | 132113                             |
| 89 | Ac | 3113                               |
| 90 | Th | 1113                               |
| 91 | Pa | 13                                 |
| 92 | U  | 3                                  |

écrite explicitement. Cela signifie que le commentaire numérique d'un texte augmente sa taille de 30 pour cent en moyenne à chaque étape (ce résultat est vrai quel que soit le point de départ, sauf pour le noyau «2 2» qui, bien sûr, reste fixe). Dans cette cosmologie arithmétique, nous savons donc – contrairement à la cosmologie du monde physique où cette question reste ouverte – que l'expansion ne cessera jamais (en particulier, il n'y a pas de cycle fini autre que 2 2). Il est remarquable peut-être que, comme en littérature, le commentateur au fil des siècles voit son travail s'alourdir, devenir de plus en plus compliqué sans qu'il y ait aucune limite, et cela bien que le point de départ soit simplement un unique «1».

L'analogie avec le monde physique proposée par J. Conway est plus profonde encore. L'univers engendré par les commentaires numériques sur l'UN se décompose en éléments stables et en éléments instables, et il y a 92 éléments stables que J. Conway a baptisés du nom des 92 premiers éléments de la classification périodique des éléments chimiques de Mendeleïev. Les transformations des éléments numériques correspondent, sans être exactement les mêmes, aux transmutations spontanées des éléments physiques.

## LA CHIMIE DU BIG BANG NUMÉRIQUE

Définissons d'abord ce qu'est un élément. Certains nombres  $N$  sont une concaténation de deux morceaux  $G.D$  qui, dans la suite des commentaires numériques, n'interféreront plus jamais entre eux.  $G.D$  est une décomposition du nombre  $N$  si, pour tout entier  $n$ , le  $n$ ième commentaire de  $N$  est obtenu en juxtaposant le  $n$ ième commentaire de  $G$  et le  $n$ ième commentaire de  $D$ .

Le nombre 1113213211, par exemple, se décompose en  $G = 11132$  et  $D = 13211$ . En effet, les commentaires successifs de 11132 se termineront tous par 2 (réfléchissez une seconde pour vous en persuader), alors qu'aucun commentaire de 13211 ne commencera par 2 (car  $13211 \rightarrow 11131221 \rightarrow 3113112211 \rightarrow 132113212221$  dont le début est 13211, et donc les premières décimales recommencent de manière cyclique).

Les nombres qui ne peuvent pas être décomposés sont appelés les éléments, ou atomes. Il faut faire attention : ce n'est pas parce qu'un élément apparaît dans un nombre que le nombre se décompose exactement à cet endroit, car il faut que les découpes soient bonnes : le tableau 4, sur le théorème de la coupure et les éléments, donne la liste de

## 3. LES TRANSMUTATIONS

|    |    |   |                  |
|----|----|---|------------------|
| 01 | H  | → | H                |
| 02 | He | → | Hf Pa H Ca Li    |
| 03 | Li | → | He               |
| 04 | Be | → | Ge Ca Li         |
| 05 | B  | → | Be               |
| 06 | C  | → | B                |
| 07 | N  | → | C                |
| 08 | O  | → | N                |
| 09 | F  | → | O                |
| 10 | Ne | → | F                |
| 11 | Na | → | Ne               |
| 12 | Mg | → | Pm Na            |
| 13 | Al | → | Mg               |
| 14 | Si | → | Al               |
| 15 | P  | → | Ho Si            |
| 16 | S  | → | P                |
| 17 | Cl | → | S                |
| 18 | Ar | → | Cl               |
| 19 | K  | → | Ar               |
| 20 | Ca | → | K                |
| 21 | Sc | → | Ho Pa H Ca Co    |
| 22 | Ti | → | Sc               |
| 23 | V  | → | Ti               |
| 24 | Cr | → | V                |
| 25 | Mn | → | Cr Si            |
| 26 | Fe | → | Mn               |
| 27 | Co | → | Fe               |
| 28 | Ni | → | Zn Co            |
| 29 | Cu | → | Ni               |
| 30 | Zn | → | Cu               |
| 31 | Ga | → | Eu Ca Ac H Ca Zn |
| 32 | Ge | → | Ho Ga            |
| 33 | As | → | Ge Na            |
| 34 | Se | → | As               |
| 35 | Br | → | Se               |
| 36 | Kr | → | Br               |
| 37 | Rb | → | Kr               |
| 38 | Sr | → | Rb               |
| 39 | Y  | → | SrU              |
| 40 | Zr | → | Y H Ca Tc        |
| 41 | Nb | → | Er Zr            |
| 42 | Mo | → | Nb               |
| 43 | Tc | → | Mo               |
| 44 | Ru | → | Eu Ca Tc         |
| 45 | Rh | → | Ho Ru            |
| 46 | Pd | → | Rh               |
| 47 | Ag | → | Pd               |
| 48 | Cd | → | Ag               |
| 49 | In | → | Cd               |
| 50 | Sn | → | In               |
| 51 | Sb | → | Pm Sn            |
| 52 | Te | → | Eu Ca Sb         |
| 53 | I  | → | Ho Te            |
| 54 | Xe | → | I                |
| 55 | Cs | → | Xe               |
| 56 | Ba | → | Cs               |
| 57 | La | → | Ba               |
| 58 | Ce | → | La H Ca Co       |
| 59 | Pr | → | Ce               |
| 60 | Nd | → | Pr               |
| 61 | Pm | → | Nd               |
| 62 | Sm | → | Pm Ca Zn         |
| 63 | Eu | → | Sm               |
| 64 | Gd | → | Eu Ca Co         |
| 65 | Tb | → | Ho Gd            |
| 66 | Dy | → | Tb               |
| 67 | Ho | → | Dy               |
| 68 | Er | → | Ho Pm            |
| 69 | Tm | → | Er Ca Co         |
| 70 | Yb | → | Tm               |
| 71 | Lu | → | Yb               |
| 72 | Hf | → | Lu               |
| 73 | Ta | → | Hf Pa H Ca W     |
| 74 | W  | → | Ta               |
| 75 | Re | → | Ge Ca W          |
| 76 | Os | → | Re               |
| 77 | Ir | → | Os               |
| 78 | Pt | → | Ir               |
| 79 | Au | → | Pt               |
| 80 | Hg | → | Au               |
| 81 | Tl | → | Hg               |
| 82 | Pb | → | Tl               |
| 83 | Bi | → | Pm Pb            |
| 84 | Po | → | Bi               |
| 85 | At | → | Po               |
| 86 | Rn | → | Ho At            |
| 87 | Fr | → | Rn               |
| 88 | Ra | → | Fr               |
| 89 | Ac | → | Ra               |
| 90 | Th | → | Ac               |
| 91 | Pa | → | Th               |
| 92 | U  | → | Pa               |

#### 4. LE THÉORÈME DE LA COUPURE ET LES ÉLÉMENTS

Certains nombres se décomposent en deux parties qui n'interfèrent plus jamais dans la suite des commentaires successifs. Ainsi 1113213211 se décompose en 11132 et 13211.

Le résultat suivant, obtenu par John Horton Conway, indique tous les endroits où l'on peut faire de telles coupures :

Si le nombre *a* se termine par un 2 et que *b* commence par 121, 123, 131, 132, 111, 312, 313, 321, 323, 3112, 3113, 3221 ou 3223, alors le nombre *ab* peut être coupé en *a* et *b*.

Si le nombre *a* se termine par un 1 ou un 3 et que *b* commence par 22121, 22123, 22131, 22132, 22111, 22312, 22313, 22321, 22323, 223112, 223113, 223221, ou 223223, alors le nombre *ab* peut être coupé en *a* et *b*.

Les nombres qui ne peuvent plus être coupés s'appellent des éléments.

En étudiant soigneusement ce qui se passe à partir de 1, on voit que les 7 premiers nombres de la suite sont des éléments qui ne réapparaissent plus ensuite (ce sont des éléments instables), et qu'il y a 92 éléments stables qui persistent indéfiniment.

Les éléments stables suffisent toujours dans la suite du développement des commentaires sur l'UN. Quand on connaît leur comportement, on sait décrire totalement l'évolution de la suite.

toutes les bonnes découpes. J. Conway a montré que, parmi tous les éléments, il n'y en a que 92 (voir le tableau 2) qui restent présents dans l'univers au cours de son évolution. Le Théorème chimique de J. Conway énonce qu'à partir d'un

certain moment l'univers n'est composé que des 92 éléments (les éléments stables) et qu'à partir de ce moment (pour chaque nombre engendré à partir du 1), les 92 éléments stables sont présents dans l'Univers.

#### 5. LES CYCLES DE BERNARD GERMAIN-BONNE

Voici les 500 premiers chiffres de trois nombres infinis qui sont le commentaire du commentaire du commentaire d'eux-mêmes. Le nombre *a* a pour commentaire *b* qui a pour commentaire *c* qui a pour commentaire *a*.

$$a = f(f(f(a))) =$$

3123211231132132211231131122211331121321232221123113112221131112311322311211  
1311222112132113311213211221121332211231131122211311123113321112131221123113  
1122211322311311222112111312211311123113322112132113212231121113112221121321  
1321222113222122211211232221123113112221131112311332111213122112311311123112  
111331121113122112132113121132221123113112221131112311332211322311311222113  
11123113322112111312211312113221112131221131112311211232221121321132132  
2113312211223113112221121113122113111231132

$$f(a) = b = f(f(f(b))) =$$

1311121312211213211312111322211213211321322123211211131211121332211213211321  
3221133112132113221321123113213221121113122123211211131221222112112322211213  
2113213221133112132123123112111311222112132113213221132213211321322112311311  
2221133112132123222112111312211312112213211231132132211211131221131211322113  
3211322112211213322112132113213221133112132123123112111311222112132113311213  
2112312321123113112221121113122113111231133221121321132132211331121321232221  
13221321132132211331121321232221123113112221

$$f(f(a)) = c = f(f(f(c))) =$$

1113311211131122211211131221131112311332211211131221131211132211121312211231  
1311123112112322211211131221131211132221232112111312211322111312211213211312  
111322211231131122112131221123113112211322112211213322112111312211312111322  
2123211211131211121311121321123113213221121113122113121113222113221113122113  
1211132221121321132132212321121113121112133221123113112221131112212211131221  
1213211312111322211231131122211311122113222123122113222122211211232221121113  
12211312111322212321121113121112131112132112

Bernard Germain-Bonne a démontré qu'il n'y avait que 4 cycles de longueur 3 et qu'il n'y avait aucun cycle d'une autre longueur.

L'évolution de l'Univers à partir d'un certain moment n'est donc que la transformation des éléments stables les uns en les autres, selon des règles immuables (détaillées sur le tableau 3). Une sorte de bouillonnement complexe, mais parfaitement réglé, détermine l'avenir des commentaires infinis sur l'UN.

La démonstration de ce premier résultat consiste simplement en la vérification des tableaux et en quelques raisonnements arithmétiques. Il ouvre cependant la porte, cette fois en utilisant des méthodes d'algèbre matricielle (triangulation de matrice, calcul de valeurs propres et de vecteurs propres), à la démonstration d'un second résultat que J. Conway appelle le Théorème arithmétique, qui indique des propriétés statistiques de l'évolution des commentaires sur l'UN.

Ce théorème, déjà évoqué, indique que la taille de l'univers augmente exponentiellement à une vitesse égale à 1,30357726903..., et que l'abondance des différents éléments tend vers certaines valeurs fixées non nulles.

Pour un million d'atomes, il y a par exemple, en moyenne, 91 790 atomes d'hydrogène, 27 d'arsenic, 102 d'uranium, 3 237 d'hélium.

Que se passe-t-il lorsque l'on part d'un nombre autre que «1»? Quelques éléments supplémentaires apparaissent – J. Conway les dénomme transuraniens – qui restent présents indéfiniment, mais leur taux d'abondance tend vers zéro, et donc seuls les 92 éléments restent présents avec des taux non négligeables (les mêmes que précédemment) ; l'expansion se fait encore exponentiellement avec le même taux, donnant un accroissement de 30,35 pour cent en moyenne à chaque étape.

Cette fois, Conway n'a pas pu détailler la démonstration, car, dit-il, elle est astronomiquement difficile et nécessite plusieurs dizaines de pages. Il attend qu'on lui en propose une solution simplifiée.

#### LES COMMENTAIRES CYCLIQUES

Récemment, sans connaître les résultats de J. Conway, Bernard Germain-Bonne, de l'Université de Lille, s'est posé une question nouvelle sur les suites de commentaires numériques.

Existe-t-il des suites numériques infinies qui, lorsqu'on en fait le commentaire, soient égales à elles-mêmes? Une telle suite serait son propre commentaire, comme, dans le cas fini, le nombre 22 est son propre commentaire (22 est la seule suite finie qui soit égale à son commentaire).