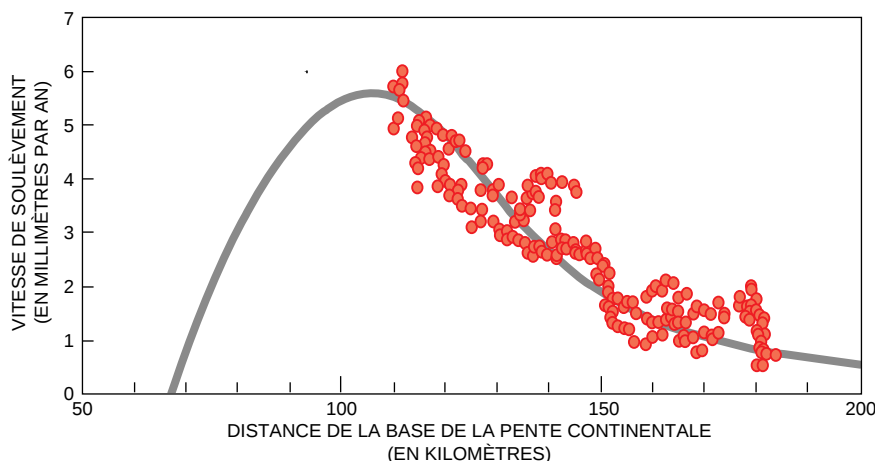


température en fonction de la profondeur. Près de la surface, les sédiments argileux qui tapissent le plancher océanique lubrifient la partie de la faille proche de l'océan. Cependant, plus profondément, les argiles se transforment en des minéraux plus durs, qui empêchent la faille de glisser. Ces changements minéralogiques se produisent à une profondeur de dix kilomètres environ, c'est-à-dire lorsque la température atteint 150 degrés.

L'augmentation de température détermine également la position de la partie profonde de la zone bloquée vers le continent. Aux températures modérées, les roches ont des comportements de frottement normaux : la très forte résistance au mouvement chute lorsque la faille commence à bouger. Ainsi, une fois le glissement commencé, le mécanisme s'emballé, libérant l'énergie élastique et causant un séisme. En revanche, plus en profondeur, dans la croûte, lorsque la température est supérieure à 350 degrés, les roches en contact sur les bords de la faille se comportent comme des fluides visqueux : plus les mouvements sont rapides, plus la résistance est forte. Les parties les plus profondes et les plus chaudes de la faille peuvent alors se déformer par fluage sans engendrer d'ondes élastiques.

Ces températures correspondent-elles aux véritables limites de la zone bloquée? Nous avons étudié cette question en modélisant numériquement les températures sur la faille de la zone de subduction. Les résultats ont confirmé que la profondeur à laquelle la roche atteint une température de 350 degrés correspond bien à la limite profonde de la zone bloquée déterminée par les mesures de déformation.

Une question demeure néanmoins : la zone que nous avons modélisée correspond-elle réellement à la région source des grands tremblements de terre? Nous le pensons, car le déplacement vertical que notre modèle prédit pour une rupture de la zone bloquée rend bien compte des observations des dépôts côtiers enfouis. Des indications supplémentaires nous encouragent à appliquer notre méthode à d'autres zones de subduction. Avec mes collègues Kelin Wang et Makoto Yamano, de l'Université de Tokyo, j'ai montré que la largeur de la zone bloquée de la marge Nankai, au Sud-Ouest du Japon, correspond à la surface de rupture du séisme de magnitude huit qui a frappé cette région en 1940. Par analogie, nous



6. LES NIVELLEMENTS successifs de la côte de la région des Cascades montrent son soulèvement (les points rouges). Les calculs (la courbe grise) rendent bien compte des observations pour la déformation de la plaque Nord-américaine ; ils servent à localiser la partie bloquée de la faille de subduction.

pouvons prévoir le séisme qui frappera la côte Nord-américaine.

Le jour de la catastrophe

Quelle pourrait être l'intensité du mouvement du sol pour les villes de la côte Ouest pendant un grand séisme? Tout dépend de la magnitude du séisme et de la position de son foyer. La magnitude maximale, tout d'abord, dépend de la distance de la côte au lieu de libération de l'énergie sismique. Si l'on se fonde sur les études de séismes déjà analysés, une rupture de toute la faille, de la Colombie britannique jusqu'à la Californie, serait surprenante. Toutefois, si la totalité de la zone bloquée (une surface de près de 100 000 kilomètres carrés) lâchait d'un coup, le séisme pourrait avoir une magnitude égale à neuf, et les dégâts seraient bien pires que ceux du séisme de San Francisco en 1906. Seulement deux événements de cette taille ont été enregistrés à ce jour : un tremblement de terre le long des côtes du Chili, en 1960, et un autre en Alaska, en 1964.

Il existe deux manières d'estimer le mouvement du sol qui résulterait d'un tel séisme. La première consiste à comparer les situations le long de la côte Ouest de l'Amérique du Nord avec ce qui s'est passé ailleurs. La seconde revient à utiliser des modèles de rupture élastique et de déplacements de failles. La conclusion des deux approches est semblable : le prochain grand séisme dans la région des Cascades engendrera des ondes sismiques destructrices qui dureront plusieurs minutes ; puis, lorsque les secousses cesseront, la plupart des régions

côtières se seront enfoncées de un à deux mètres et auront été déplacées de près de dix mètres vers la mer.

Heureusement, la partie bloquée de la faille qui engendrerait un tel tremblement de terre est située principalement sous le plateau continental et ne s'étend que peu sous la côte. Ainsi, Vancouver, Seattle et Portland (qui sont entre 100 et 200 kilomètres à l'intérieur des terres) sont moins exposées aux secousses que les sites proches de la côte Ouest ; elles restent toutefois menacées, car l'énergie sismique se propage à des distances considérables. Plus généralement, les Américains et les Canadiens de la côte Pacifique qui pensaient vivre sur un sol tranquille doivent accepter d'être sous la menace permanente d'un tremblement de terre destructeur.

Roy HYNDMAN est chercheur au Centre de géosciences du Pacifique du Service géologique canadien.

A. NELSON et al., *Radiocarbon Evidence for Extensive Plate-Boundary Rupture about 300 Years ago at the Cascadia Subduction Zone* in *Nature*, vol. 378, pp. 371-374, 23 novembre 1995.

Garry C. ROGERS, *Seismic Potential of the Cascadia Subduction Zone*, in *Nature*, vol. 332, p. 17, 3 mars 1988.

Thomas H. HEATON, *Cascadia Subduction Zone : The Calm before the Quake?*, in *Nature*, vol. 343, pp. 511-512, 8 février 1990.

R.B. HYNDMAN et K. WANG, *Thermal Constraints on the Zone of Major Thrust Earthquake Failure : The Cascadia Subduction Zone*, in *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, vol. 98, n° 2, pp. 2039-2060, 10 février 1993.

Fermat enfin démontré

YVES HELLEGOUARCH

La démonstration du théorème de Fermat par Andrew Wiles s'appuie sur un faisceau de méthodes mathématiques qui bouleverse le paysage de la théorie des nombres.

Vers la fin de sa vie, Pierre de Fermat (1601-1665), écrivait, dans ses *Défis aux mathématiciens* : « On sait qu'Archimède n'a pas dédaigné de travailler sur des propositions de Conon, qui étaient vraies, mais non prouvées, et qu'il a su les munir de démonstrations d'une haute subtilité. Pourquoi n'espérerais-je pas un semblable secours de vos éminents correspondants, pourquoi, Conon français, ne trouverais-je pas des Archimède anglais? »

Le 23 juin 1993, plus de 300 ans après la note marginale de Fermat, Andrew Wiles, professeur à Princeton (États-Unis), mais fils d'un professeur de théologie anglais, pensait pouvoir annoncer à l'Institut Newton, à Cambridge (Grande-Bretagne) qu'une des propositions que Fermat nous avait léguées – peut-être involontairement, car on peut se demander si la remarque qu'il avait faite en marge d'un exemplaire des *Arithmétiques* de Diophante était destinée à être publiée – était désormais munie d'une démonstration d'une haute subtilité et d'une éblouissante beauté. Il semblait que Fermat avait trouvé son Archimède anglais.

Pourtant, un des artifices d'Andrew Wiles était encore en porte-à-faux, et ce n'est que le 19 septembre 1994, à l'issue d'un labeur intense et grâce au renfort de son collègue Richard Taylor de l'Université de Cambridge, que la magnifique cathédrale édifiée par A. Wiles était enfin libérée de tout échafaudage et s'élevait triomphante dans le ciel mathématique, symbole d'un labeur de trois siècles (ce qui n'est pas exceptionnellement long pour une cathédrale). Cette dernière hésitation du destin illustre bien les mystères et les surprises recelées par le « dernier théorème de Fermat ».

Position du problème

L'article de Christian Houzel du mois dernier nous a rappelé l'Histoire de la recherche des triplets pythagoriciens, les entiers x, y et z , solutions en nombres entiers de l'équation $x^2 + y^2 = z^2$ (1). Ces triplets pythagoriciens sont en correspondance avec les points du cercle centré sur l'origine, de rayon unité et d'équation $u^2 + v^2 = 1$, points dont les deux coordonnées sont rationnelles, c'est-à-dire de la forme a/b où a et b sont entiers. Il suffit, pour s'en convaincre, de diviser les deux membres de l'équation (1) par z^2 .

La résolution de cette équation (1), dite diophantienne, est connue depuis fort longtemps. Pour les exposants supérieurs à 2, les équations de la forme $x^n + y^n = z^n$, la solution est radicalement différente. L'assertion de Fermat est que, pour les valeurs de l'exposant n supérieures à 2, les seules solutions entières sont « triviales » : l'un des trois nombres entiers est nul (par exemple, $x = 0$ et $y = z$), ce que l'on exprime en notant que le produit xyz est alors égal à zéro.

Revenons à l'interprétation géométrique : les courbes représentant l'équation $u^n + v^n = 1$ appartiennent à deux familles : une première famille où l'exposant est pair (n est égal à $2p$), et la seconde où l'exposant est impair (n est égal à $2p + 1$). Le cas n égal à 4 a été résolu par Fermat lui-même. Le cas où n est égal à $2p$ avec p impair résulte du cas où n est impair. En effet, en posant $u' = u^2$ et $v' = v^2$ et en remplaçant dans l'équation, on voit qu'il ne reste plus qu'à traiter le cas impair.

On peut même se limiter au cas où n est premier (et évidemment différent de 2), bien que la spécification que le nombre p doit être premier semble très restrictive. En fait cette limi-

tation de la portée du théorème est trompeuse : si l'équation de Fermat pour le nombre p premier n'a pas de solution, alors comme $(x)^{kp}$ est égal à $(x^k)^p$ la solution n'existe pour aucun multiple de p .

Dans le cas où p est premier impair, la courbe $u^p + v^p = 1$ possède trois points rationnels triviaux, le point $(u, v) = (1, 0)$, le point $(u, v) = (0, 1)$, et le point à l'infini de la courbe, lequel correspond à la solution $(x, y, z) = (1, -1, 0)$ de l'équation diophantienne $x^p + y^p = z^p$. L'assertion de Fermat revient à dire que si p est premier et différent de 2, la courbe $u^p + v^p = 1$ n'admet pas d'autre point rationnel : il faut démontrer qu'il n'y a que trois points rationnels sur la courbe.

Les derniers résultats classiques

Lorsqu'ils sont bloqués dans leurs recherches, les mathématiciens ont une stratégie particulière : ils étudient des variations du problème qu'ils présentent sous des formes différentes. Le grand mathématicien Niels Henrik Abel écrivait que l'on devait donner à un problème d'impossibilité « une forme telle qu'il soit toujours possible de le résoudre, ce que l'on peut toujours faire... Au lieu de demander une relation dont on ne sait pas si elle existe ou non, il faut (se) demander si une telle relation est en effet possible ». On en déduit alors les limites de possibilité du problème original.

C'est ainsi que les algébristes italiens du XVI^e siècle ont introduits les nombres « imaginaires » pour étudier les solutions réelles des équations algébriques. Pragmatique, Newton écrivait : « il faut bien que dans les équations, il y ait des racines impossibles (entendez « imaginaires ») sans quoi, dans les problèmes (physiques), cer-