

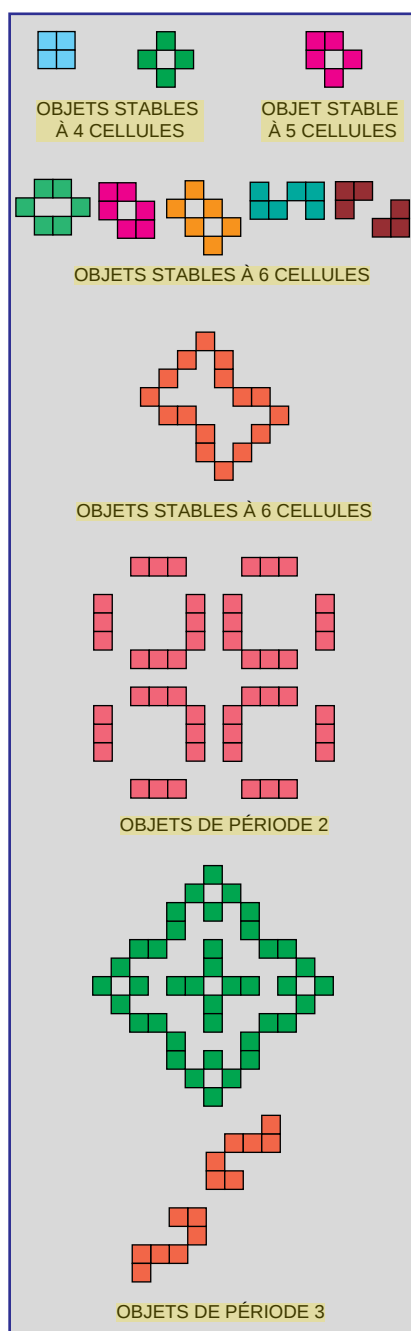
Le Jeu de la vie, toujours vivant...

JEAN-PAUL DELAHAYE

Depuis 25 ans, les biologistes du Jeu de la vie explorent une planète riche et étrange.

John Conway fixa les règles du *Jeu de la vie* il y a 25 ans et créa une science nouvelle. Depuis, les spécialistes ont poursuivi l'exploration d'un monde dont la définition tient en trois lignes, mais dont la richesse semble inépuisable. La discipline est à la croisée des chemins de la physique – on y construit des machines –, de la biologie – les êtres qu'on y étudie sont des cellules qui naissent et meurent –, des mathématiques – on y prouve parfois des théorèmes – et de l'informatique – les ordinateurs y jouent le rôle de microscopes. Ces cinq dernières années, une bande de passionnés du jeu a beaucoup fait progresser la discipline. Le monde du *Jeu de la vie* est un plan infini quadrillé dont chaque case est, soit occupée par une cellule, soit vide. Chaque case possède huit voisins et, d'une génération à l'autre, des naissances et des décès s'y déroulent mécaniquement selon la règle simplissime de Conway : si une case est vide et que trois de ses voisins sont occupées, alors une naissance s'y produit (étrange sexualité!) ; si une case est occupée, la survie n'y est possible que si deux ou trois cases voisines sont occupées ; dans tous les autres cas, la case se retrouve vide à la génération suivante. En résumé, naissance si 3 voisins, survie si 2 ou 3 voisins.

Ces règles, choisies parce qu'elles sont assez naturelles (la vie nécessite déjà de la vie, mais trop de vie provoque l'étouffement) et qu'elles engendrent un monde inattendu, ont dépassé toutes les espérances de son créateur. Toutefois les mathématiciens, qui savent traiter des problèmes d'une abstraction et d'une difficulté étourdissante, sont assez démunis pour résoudre la plupart des problèmes que pose cette biologie : lorsqu'ils les résolvent, c'est d'une façon peu satisfaisante, comme nous allons le voir. Cet incapacité laisse le champ ouvert aux étranges ingénieurs-biologistes à qui l'on doit les progrès récents que nous allons présenter.



1. Configurations stables et configurations périodiques du *Jeu de la vie*.

CROISSANCES INFINIES ET CROISSANCES RAPIDES

Après avoir constaté que certaines figures (configurations de cellules) sont stables, que d'autres sont périodiques (on en connaît des centaines maintenant), diverses questions se posent. La première est : une population de cellules peut-elle croître indéfiniment ?

La réponse, positive, a été donnée dès 1970 par des étudiants du MIT ; cependant de nouvelles démonstrations plus simples de ce résultat sont disponibles et la figure 2 en indique deux tout à fait amusantes trouvées en 1992 et 1993 : l'*Extenseur* et le *Chasse-neige*. À chaque fois, ces configurations avancent en laissant derrière elles une traînée. Cette traînée, stable pour le *Chasse-neige*, est en mouvement périodique pour l'*Extenseur*. Si vous placez un obstacle sur le chemin de ces configurations, ne serait-ce qu'un bloc de quatre cellules formant un carré (c'est la configuration stable la plus simple), sa rencontre avec le *Chasse-neige* ou la tête de l'*Extenseur* détruira celui-ci, ainsi que toute la traînée qui s'embrase à toute vitesse, laissant, après s'être consumée, des débris éparpillés.

Le *Chasse-neige* ou l'*Extenseur* créent un nombre de cellules de plus en plus grand (s'il ne rencontre pas d'obstacles), mais le nombre de cellules vivantes n'augmente que proportionnellement au temps (on dit aussi «en t ») et les cellules n'occupent qu'une petite partie de l'espace infini du plan (une bande étroite). Les questions suivantes viennent donc à l'esprit :

– Peut-on créer une configuration qui se répand petit à petit sur tout le plan avec une densité positive (par exemple, une case occupée sur deux) ?

– Peut-on créer une configuration dont le nombre de cellules augmente plus vite que le temps ?

La réponse positive à ces deux questions est donnée par une extraordinaire machine appelée le *Recouvreur-du-plan*, qui est représentée sur la figure 3 et qui n'est connue que depuis 1993. À mesure des générations, les quatre têtes de pont du *Recouvreur-du-plan* avancent, créant un carré occupé par des bandes alternativement vides et pleines qui sont stables et recouvrent la surface avec une densité de cellules de $1/2$. Comme les têtes de pont avancent à vitesse constante, la zone recouverte a une surface qui croît en fonction du carré du temps (on dit «en t^2 ») et donc, le nombre de cellules vivantes croît lui aussi «en t^2 ». Une configuration dont la croissance est «en t^2 » était déjà connue depuis les années 1970, mais elle faisait intervenir

2 069 cellules, alors qu'ici il n'y en a que 206. Tim Coe a découvert en 1995 une variante du *Recouvreur-du-plan* à 187 cellules.

La configuration limite du *Recouvreur-du-plan* est une figure stable de densité $1/2$: un réseau de lignes pleine-vide-pleine-vide-... Le réseau infini de lignes vide-vide-pleine-pleine-vide-vide-pleine-pleine-... est aussi intéressant, car il oscille : à chaque génération, les lignes pleines se vident, et les lignes vides se remplissent. Il s'y maintient donc aussi une population infinie de densité $1/2$. Une version finie de cette configuration existe, c'est le *Store vénitien* représenté sur la figure 3. Cette configuration périodique de période deux montre qu'on peut recouvrir de manière permanente un carré à bords obliques par une population de densité $1/2$, un fait qui était loin d'être évident avant que l'on n'ait découvert la délicate broderie qui en stabilise les bords.

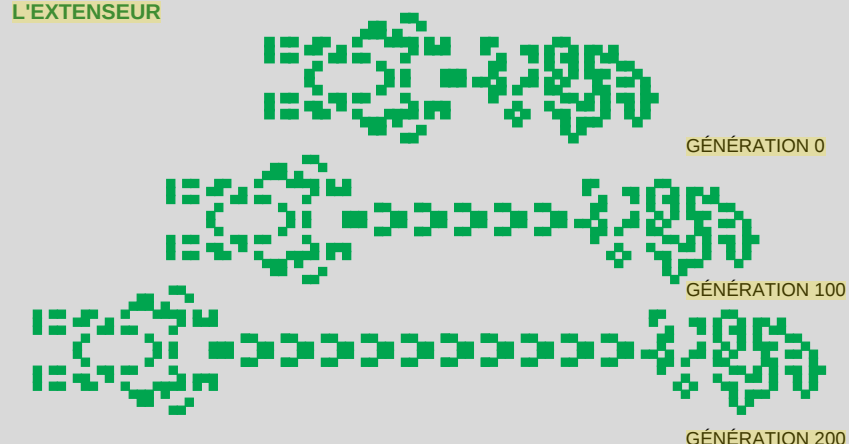
On démontre facilement que la croissance d'une configuration ne peut pas être plus rapide que «en t^2 », et donc le *Recouvreur-du-plan* est ce qui permet d'obtenir la croissance la plus rapide imaginable. L'art des ingénieurs du monde de Conway s'est exercé sur ces problèmes de croissance. À l'aide de combinaisons savantes de composants mis au point année après année depuis 25 ans, ils ont construit des objets aux taux de croissance remarquables et qui comportent plusieurs centaines de cellules, parfois plusieurs milliers. Ils ont ainsi obtenu des croissances «en $\sqrt{t}$ », «en $\log t$ » (le nombre de naissances diminue petit à petit), et « $t \log t$ », «en $(\log t)^2$ », en « $t \sqrt{t}$ ». Plus amusant encore, ils ont réussi à faire croître la population d'une configuration linéairement en $C.t$, avec pour constante C le nombre irrationnel $(8 - 31\sqrt{5})/10$: la configuration calcule donc des approximations de plus en plus fines de $\sqrt{5}$.

DENTS DE SCIE, PUFFEURS ET NAVIRES

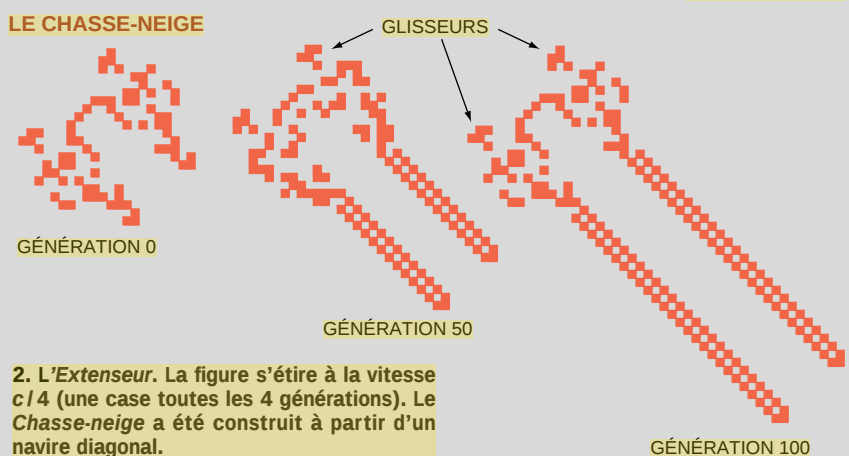
Autres merveilles, les configurations *dents de scie*, qui sont conçues d'une façon telle que le nombre de cellules augmente puis diminue, puis augmente puis diminue, etc., les maxima atteints étant de plus en plus grands (les effectifs constituent ce que les mathématiciens appellent une suite n'ayant pas de limite). La plus simple des configurations *dents de scie* connue – qui n'est pas si simple que cela! – est représentée à la figure 4, et son subtil fonctionnement y est décrit.

La plus petite configuration dont on puisse prouver qu'elle s'étend indéfini-

L'EXTENSEUR

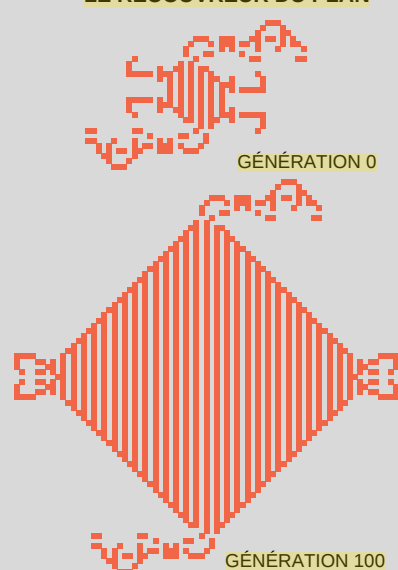


LE CHASSE-NEIGE



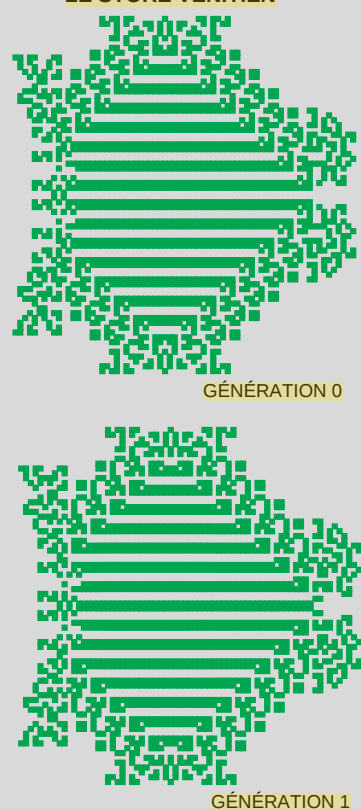
2. L'Extenseur. La figure s'étire à la vitesse $c/4$ (une case toutes les 4 générations). Le Chasse-neige a été construit à partir d'un navire diagonal.

LE RECOUVREUR DU PLAN



3. Le *Recouvreur-du-plan* (a). Cette figure recouvre petit à petit le plan tout entier d'une configuration stable de densité $1/2$. Les quatre têtes se déplacent à la vitesse maximum possible $c/2$. *Store vénitien* (b). Configuration oscillante de période 2 dont on peut faire des variantes aussi grandes qu'on le souhaite et dont le centre recouvre le plan avec une densité $1/2$.

LE STORE VÉNITIEN



ment comporte initialement 11 cellules et est représentée à la figure 5. Elle fut découverte par Charles Corderman, qui menait une recherche exhaustive sur les configurations simples. Il existe d'autres configurations qui semblent survivre longtemps et s'étendre petit à petit, mais elles ont un comportement tellement irrégulier qu'on ne réussit pas à prouver leur croissance illimitée. La figure découverte par Corderman a contribué au regain d'intérêt pour le *Jeu de la vie*, qui s'est manifesté depuis cinq ou six ans. Voici pourquoi.

La configuration de Corderman est ce qu'on appelle un *puffeur*, c'est-à-dire une configuration qui se déplace en laissant derrière elle des débris qui forment une sorte de grand zigzag composé de blocs carrés stables (voir la figure 5). Lorsque les traces sont régulières

(comme c'est le cas pour l'*Extenseur* et le *Chasse-neige*, qui sont aussi des puffeurs), on peut essayer de modifier le puffeur de façon à ce que les débris soient détruits. Le puffeur devient alors un *navire* : une configuration qui se déplace.

Inversement, à partir d'un navire, on peut souvent construire des puffeurs. La configuration de Corderman semblait donc pouvoir donner naissance à des navires. Mais c'est seulement en avril 1991 que Dean Hickerson réussit cette transformation que les passionnés avaient tentée sans succès pendant de nombreuses années. La transformation en navire n'est en rien évidente, puisque le résultat comporte maintenant 180 cellules, mais le travail en valait la peine, car le navire obtenu est d'un genre inconnu jusqu'alors.

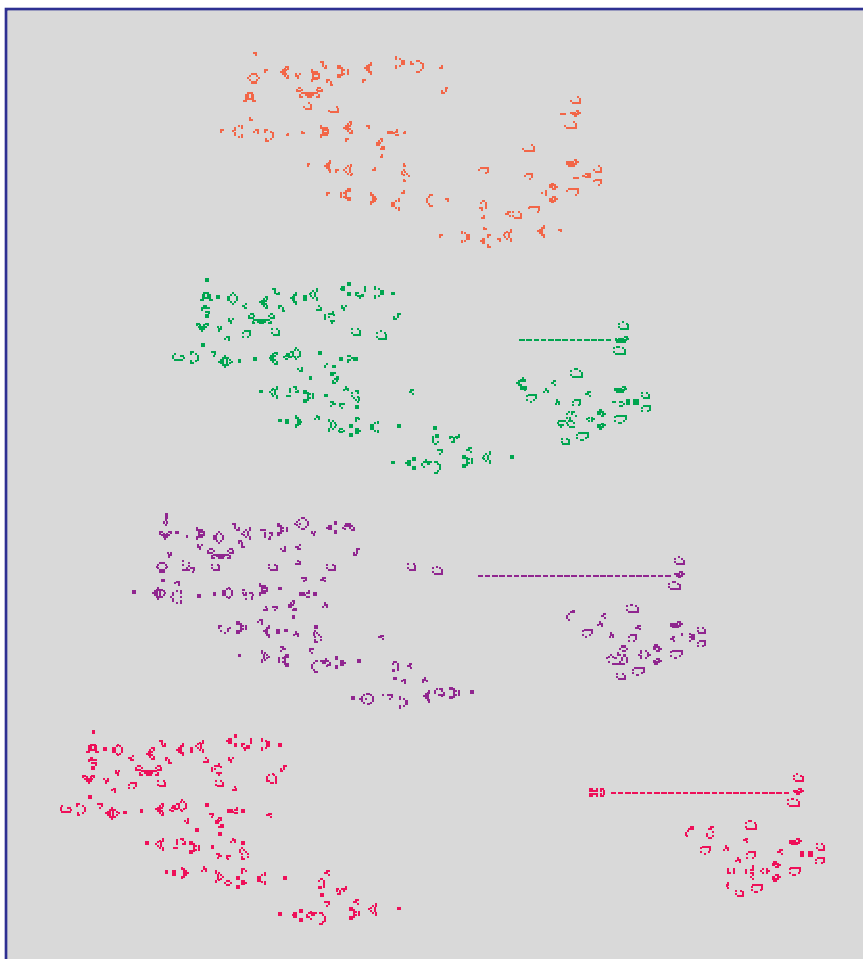
Pour le comprendre, il faut donner quelques précisions sur les navires du *Jeu de la vie*. Un navire est une configuration qui, après N étapes (sa période), se retrouve déplacée de A cases horizontalement et de B cases verticalement (navire de type $A-B$). Pour l'instant, tous les navires connus sont de type *transversal* ($A = 0$ ou $B = 0$) ou de type *diagonal* ($A = \pm B$), bien qu'il n'ait jamais été prouvé que seuls de tels navires étaient possibles (voir plus loin).

L'étude théorique montre qu'un navire de type $A-B$ a nécessairement une période N plus grande que $2(A+B)$. Par exemple, un navire qui se déplace horizontalement d'une case à la fois ne peut pas le faire en moins de deux générations, et un navire qui se déplace d'une case en diagonale (type $1-1$) ne peut pas le faire en moins de quatre générations.

Les navires connus il y a dix ans avaient tous une période N multiple de 4 et avaient tous la vitesse $c/2$ (pour les navires transversaux) ou $c/4$ (pour les navires diagonaux). La vitesse de la lumière c correspond à un déplacement d'une case par génération horizontalement, verticalement ou en diagonale : rien dans le plan de Conway ne peut se déplacer plus vite que c . Il n'y a aucune raison pour que tous les navires aient les vitesses $c/2$ ou $c/4$ et des périodes multiples de 4, et c'est sur ce point que de nombreuses découvertes ont été faites ces dernières années, dont le navire construit par Dean Hickerson qui a une vitesse $c/12$ et une période de 96. Après 20 ans de chasses infructueuses, il est étonnant qu'on ait pu en quelques années trouver tant de choses nouvelles concernant les navires du *Jeu de la vie*, au point d'ailleurs que Davis Bell leur a consacré un livre. Ce sont d'ailleurs les nouveaux navires qui ont conduit au merveilleux *Recouvreur-du-plan*.

Parmi les découvertes récentes concernant les navires, citons : des navires de période 2 (le premier fut trouvé en 1989 par Dean Hickerson), de période 3 (certains avancent à vitesse $c/2$, d'autres à la vitesse $c/3$), de période 5 (certains avancent à la vitesse $c/5$, d'autres à la vitesse $2c/5$). Des grammaires de composants ont été élaborées, qui permettent de construire des bateaux aussi longs ou larges qu'on veut, et des astuces ont été mises au point pour obtenir des bateaux de période aussi grande qu'on le souhaite.

Les méthodes utilisées pour obtenir ces résultats méritent quelques commentaires, car il serait naïf de croire qu'il suffit d'essayer au hasard en écrivant des programmes de quelques lignes. L'ex-



4. Dents de scie. Cette configuration possède un effectif en dents de scie, c'est-à-dire qui passe alternativement par un maximum (de plus en plus grand), puis par un minimum (constant de 977 cellules). La configuration est composée d'un lance-navires (à gauche) et d'un puffeur qui s'éloigne à droite. Le puffeur laisse derrière lui une traînée de clignotants (un clignotant est un groupe de trois cellules alignées côte à côte). Le lance-navires envoie une salve (unique) de deux navires qui cogne la traînée et en provoque la destruction progressive à la vitesse $2c/3$. Lorsque la traînée est détruite (on a alors atteint l'effectif minimum), le puffeur se remet à produire une traînée et envoie un navire en arrière, qui atteint au bout d'un certain temps le lance-navires (qui était resté en quelque sorte en attente sans rien lancer). Celui-ci envoie alors une nouvelle salve de navires qui provoque, quand elle l'atteint, la destruction de la traînée devenue très longue, etc.