

JEAN-CHRISTOPHE YOCOZ



Ne crions pas haro sur le baudet : on critique l'enseignement des mathématiques à l'école, au collège et au lycée, mais je tiens à élever une voix contraire : je suis essentiellement content de l'enseignement que j'ai reçu, car il était globalement bien fait, tant en mathématiques que dans les autres disciplines. C'était sérieux, rien n'était absurde. J'essaierai de montrer que certaines con-

traintes de l'enseignement empêchent l'enseignement des mathématiques de différer trop de ce qu'il était hier et de ce qu'il est aujourd'hui.

Ceux qui critiquent la manière dont l'enseignement est organisé sont souvent des utopistes, qui sous-estiment le temps nécessaire aux élèves pour assimiler les notions fondamentales. Le cas des proportions, des pourcentages, est intéressant : pour manipuler cette notion, difficile mais indispensable, il faut du temps. Une fois qu'on maîtrise – opérationnellement – la notion, on a le sentiment d'avoir passé un temps excessif sur un point mineur, mais il existe une grande différence entre la connaissance et la maîtrise. C'est ce que dit le proverbe chinois : «J'écoute, j'oublie ; je vois, je me souviens ; je fais, je comprends.» Faire, c'est plus long qu'entendre et que voir. Le savoir-faire ne s'acquiert qu'au prix de longues répétitions, données à des classes entières, et non à des individus. Dans un monde idéal, utopique, on pourrait accélérer l'enseignement de ces notions, en donnant un enseignant par élève ; c'est impossible, et les instituteurs ou les professeurs ont la difficile tâche de communiquer un savoir opérationnel à des classes tout entières. En général, ils font remarquablement leur travail. Plus concrètement, les mathématiques, élémentaires ou non, sont comme la langue : il faut ançonner les tables de multiplication pour les retenir, et il ne suffit pas de voir une fois l'orthographe d'un mot pour savoir l'écrire correctement. C'est une évidence qu'on oublie : la répétition s'impose dans l'enseignement, et cette nécessité coupe les ailes à bien des idées audacieuses. Il faut être pragmatique.

Répétition, certes, mais pas répétition à l'identique : un ordinateur qui dirait sans cesse la même chose aux élèves ne serait pas un bon pédagogue. C'est l'art de l'enseignant, à l'école comme à l'université, de présenter plusieurs fois les mêmes notions, en changeant de point de vue. Le cas de l'algèbre linéaire, par exemple, a un parfum qui ressemble à celui de la proportion : plus cette partie indispensable des mathématiques est enseignée tôt, plus le travail en université est facilité, car l'expérience montre qu'il faut au moins quatre ou cinq ans pour que les étudiants soient capables de dominer cet outil, à la base de bien d'autres mathématiques.

Quelle doit être la place des mathématiques dans l'enseignement ? C'est un débat très actuel : des voix se sont élevées contre la place «exagérée» qu'on leur accorderait et contre la stérilisation des esprits que causerait leur formalisme. Pourtant, de même que nous ne pouvons vivre sans apprendre à parler notre langue, nous devons savoir quelques mathématiques. C'est ce que disait Galilée : «La philosophie est écrite dans ce livre immense perpétuellement ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), mais on ne peut le comprendre si l'on n'apprend pas d'abord à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langue mathématique, et ses caractères sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques, sans l'intermédiaire desquels il est humainement impossible d'en comprendre un seul mot.» Rappelons-nous également l'abbé de Condillac : «Nous ne pensons qu'avec le secours des mots. L'art de raisonner se réduit à une langue bien faite.» Comme eux, je constate que la vie courante nous assène des chiffres, pas toujours de façon honnête. Pour vivre dans ma Cité, je dois être familiarisé avec les chiffres, avec les méthodes pour les interpréter. Les mathématiques ne sont pas une science formelle réservée à une élite : chacun a intérêt à savoir que deux augmentations successives de dix pour cent ne font pas une augmentation de 20 pour cent.

Lors d'une réunion de la Commission Fauroux, dont je fais partie, un représentant de l'industrie s'est ému que beaucoup de travailleurs n'aient pas intégré ce type de notions, élémentaires du point de vue des mathématiques. Et ce qui est vrai pour les nombres l'est aussi pour les figures : la géométrie élémentaire doit être enseignée, car c'est un outil pour vivre au quotidien.

Dans le fond, la critique de l'enseignement des mathématiques confond souvent deux aspects : la définition des programmes et le rôle des mathématiques comme instrument de sélection. Je crois qu'on peut difficilement rogner sur les programmes, qui sont moins ambitieux qu'on le dit (d'ailleurs, les universitaires se plaignent souvent de la formidable mise à niveau qu'ils ont à faire), et je protesterais énergiquement contre une diminution du programme de mathématiques dans le secondaire. Les programmes ne me semblent pas trop lourds ; s'ils étaient moins ambitieux, on risquerait de finir avec une coquille vide.

Au total, après avoir écouté les rapports qui sont présentés dans le cadre de la Commission Fauroux, j'ai l'impression que l'école primaire ne fonctionne pas si mal, et je craindrais de bouleverser l'enseignement qui y est donné. Le département d'évaluation et de prospective du ministère de l'Éducation nationale, outil précieux d'évaluation, a indiqué que le taux d'illettrisme est d'environ 15 pour cent en classe de sixième. J'admets que des efforts soient nécessaires, mais je me méfie du chiffre brut. Je comprends que les élèves maîtrisent insuffisamment la langue, la géométrie et le calcul, mais j'ai l'impression que l'école primaire fonctionne bien. Les collèges, eux, sont l'endroit où la fracture se manifeste le plus. Le problème est social ; ce

n'est pas un problème d'enseignement, et il faut des réponses spécifiques à des problèmes spécifiques. Je redoute les panacées pédagogiques, et j'aimerais d'ailleurs que l'on cesse d'en chercher.

Dans le premier cycle universitaire, également, les problèmes ne pourront être résolus par des solutions universelles. Un grave problème est celui de l'encadrement : en Droit, certains amphithéâtres réunissent 1 000 étudiants. C'est excessif ! En sciences, le problème est moins aigu, et l'encadrement des étudiants est mieux assuré. Je crois qu'il faut se diriger vers un premier cycle universitaire où la rupture avec le lycée soit moins brutale, où le suivi des étudiants soit vraiment assuré et qui offre une réelle pluridisciplinarité.

Dans le détail des programmes, maintenant, un examen de ce que l'on m'a enseigné et de ce que l'on enseigne à mon fils, qui est en classe de sixième, me montre ce que j'aimerais que l'on introduise, et aussi ce qu'il faut éviter. La théorie des ensembles, qui m'a été présentée longuement, a disparu : c'est un bien. En revanche, je regrette que l'algèbre linéaire ait disparu, car elle est indispensable. La géométrie est fondamentale, parce qu'elle donne une représentation du monde dans l'espace.

Je ne propose naturellement pas une géométrie trop sophistiquée, enchaînement de théorèmes fins, mais surtout des manipulations pratiques. Encore un truisme qu'il faut répéter : la compétence acquise est plus importante que le savoir emmagasiné. Il faut dominer le plan, l'espace, etc. et disposer de quelques définitions de base.

Naturellement un pont doit être jeté entre la géométrie et les nombres. L'archétype d'un tel pont est donné avec les coordonnées cartésiennes, mais aussi, on l'oublie, avec la notion de mesure des longueurs, par exemple. C'est aujourd'hui enseigné assez tôt, ce qui est bien. Plus tard dans l'enseignement, on montrera, de même, que les nombres complexes peuvent être à la fois considérés comme des nombres et comme des points du plan.

J'ai déjà évoqué l'algèbre linéaire ; j'insiste pour signaler qu'elle est à la base de la maîtrise du calcul différentiel. Quand on sait que les problèmes de physique se formalisent souvent par des fonctions de plusieurs variables, on comprend son importance : cette algèbre est précisément le calcul avec de telles fonctions. En outre, ces fonctions se présentent sous la forme d'équations différentielles et d'équations aux dérivées partielles, souvent insolubles. Aussi le physicien est fréquemment obligé de remplacer les fonctions réelles par des approximations linéaires.

Comment les mathématiques doivent-elles être enseignées ? Il ne faut certainement pas verser dans un formalisme excessif. On doit donner des objets mathématiques une intuition qui n'a pas toujours à être étayée par des théorèmes précis. D'un côté, je crois formateur d'imposer une rigueur logique, mais je suis également

partisan de faire des maths «avec les mains». D'ailleurs les mathématiciens nomment arbitrairement trivial ce qu'ils n'estiment pas devoir justifier. Ce «trivial» dépend du niveau, de l'âge mathématique des élèves.

Inversement on doit s'attacher à donner aux élèves une idée claire de ce qu'est une démonstration. On ne doit pas réduire les mathématiques à des démonstrations, car ce serait contraire à leur dynamique quotidienne, à leur pratique, mais la rigueur, épaulée par l'intuition, fait beaucoup pour donner un outil intellectuel puissant. Ce que j'avance là me semble vrai même à l'université : dans mes cours, même en licence ou en maîtrise, j'alterne les parties formelles et les parties de mathématiques avec les mains, qui donnent les idées, et je fais une séparation précise entre ce qui est démontré et ce qui est suggéré. Un bon dosage est l'art de l'enseignement ; c'est ce qui est excessif qui est ridicule.

Venons-en à la question cruciale : comment intéresser les élèves ? Signalons tout d'abord que le même problème se pose en mathématiques ou en lettres : certaines techniques de conjugaison doivent être apprises et assimilées. À un niveau élémentaire, la conjugaison peut sembler sans intérêt, mais elle constitue une des bases



HEUREUSEMENT QU'IL N'Y A PLUS
DE SÉLECTION PAR LE LATIN
J'AURAIS ÉTÉ RECALÉ !

du maniement de la langue. De même, en mathématiques, les proportions, déjà évoquées, font partie de ces outils indispensables pour arriver ensuite à des mathématiques intéressantes. On peut certainement montrer des mathématiques intéressantes, mais il faut en payer le prix : on ne peut économiser l'enseignement des techniques. Comme Archimède l'avait dit au roi de Syracuse : il n'y a pas de voie royale. Je ne sais pas résoudre ce conflit mieux que ne le font les instituteurs et les professeurs : ils alternent les parties techniques et les parties intéressantes, d'une façon qui ne m'a généralement pas lassé quand j'étais à l'école, puis au collège et au lycée.

Enfin, mentionnons le problème déjà souligné de la sélection par les mathématiques. Remarquons tout d'abord que la communauté mathématique a un point de vue ambivalent. Elle est gênée qu'on lui ressasse ce refrain «Ah vous êtes mathématiciens ? Vous savez, moi je n'y comprends rien.» D'autre part, si la communauté mathématique française est une des meilleures du monde, c'est que le système de détection et d'encouragement des talents fonctionne très bien. Or ce résultat découle notamment de la sélection des élèves par les mathématiques. À vrai dire, cela ne me gêne pas que l'on sélectionne les élèves par les mathématiques, mais j'admets mal que cette sélection soit la seule. Dans le temps, la sélection par le latin permettait d'équilibrer la sélection par les mathématiques. C'était, d'une certaine façon, préférable, parce qu'avec les mathématiques seulement, on ne repère qu'un seul type de talent. Il faudrait plusieurs instruments de mesure.

Jean-Christophe Yoccoz, médaille Fields,
est professeur à l'Université Paris-Sud.