

nécessité de conserver en mémoire la trace des quarks au cours des calculs et supposons (ce qui n'est pas exact) que les 320 000 nombres valent seulement zéro ou un. Chaque tableau possible serait composé d'une série de 320 000 zéros et uns, et le nombre total de ces tableaux possibles – c'est-à-dire le nombre total de termes dans la somme de K. Wilson – serait égal à 2 à la puissance 320 000, un nombre qui s'écrit en système décimal par un 1 suivi de 96 000 zéros!

Casino et mécanique quantique

En 1979, au Laboratoire de Brookhaven, Michael Creutz, Lawrence Jacobs et Claudio Rebbi reprirent une idée de K. Wilson et inventèrent une méthode numérique pour venir à bout de ces calculs rédhibitoires. Leur méthode est une forme d'«intégration de Monte-Carlo», qui consiste à approcher la solution d'un problème complexe par le biais d'un échantillonnage statistique, un peu comme on utilise des sondages pour prédire le résultat des élections (voir l'encadré ci-contre).

Plutôt que d'additionner la totalité des termes associés aux configurations possibles du réseau, on effectue un échantillonnage et l'on estime la somme cherchée en additionnant un petit nombre de termes sélectionnés aléatoirement. Par cette méthode, on traite le cas d'un réseau de dix unités de côté en seulement 20 milliards d'opérations arithmétiques. En 1979, un ordinateur de puissance moyenne effectuait un demi-million d'opérations arithmétiques par seconde : la méthode de Monte-Carlo donnait une approximation suffisamment précise en moins d'un jour.

Malheureusement on n'obtenait ce résultat qu'en appliquant une forme simplifiée de la chromodynamique quantique, où l'on ne tient compte que du champ chromoélectrique et pas des quarks. Avant d'effectuer des calculs similaires en utilisant la théorie complète, on a dû résoudre une série de problèmes techniques. En 1981, Federico Fucito, Enzo Marinari et Giorgio Parisi, à Rome, Donald Petcher et moi, à Yorktown Heights, et d'autres physiciens ont proposé des versions de l'algorithme de Monte-Carlo qui prenaient

Chromodynamique quantique et méthode de Monte-Carlo

Pour résoudre les équations de la chromodynamique quantique sur des réseaux, les physiciens utilisent la méthode de Monte-Carlo. Ils déterminent ainsi des «amplitudes de transition», c'est-à-dire la probabilité que les quarks et le champ chromoélectrique évoluent vers un état final particulier. Quand on jette un dé, l'amplitude de transition est simplement la probabilité d'apparition d'une des faces. Supposons maintenant que le dé soit pipé et que vous ignoriez quelles faces sont chargées. Le résultat dépend de l'orientation du dé avant le jet et du temps pendant lequel il est secoué avant d'être lancé.

La méthode de Monte-Carlo consiste à lancer le dé et à observer ce qui se passe, comme un joueur le ferait lors d'une véritable partie dans un casino (d'où le nom de la méthode). Pour trouver l'amplitude de transition du dé entre la position avec un point sur la face visible et la position avec six points une minute plus tard, par exemple, vous tiendriez le dé avec la face à un point en l'air, le secoueriez pendant un moment et le jetteriez de sorte qu'il s'arrête au bout d'une minute ; puis vous regarderiez si la face à six points est sortie ou non. Vous répéteriez l'opération plusieurs fois. La proportion de lancers qui aboutissent à un six serait l'amplitude de transition désirée.

En chromodynamique quantique, la détermination des amplitudes de transition n'est pas très différente. Initialement on spécifie la configuration du champ désirée au temps initial (ce qui correspond à l'orientation particulière du dé dans la main). L'ordinateur crée alors une série temporelle aléatoire de champs selon la dimension temps du réseau (il secoue le dé), et il s'arrête dans une configuration de champ au temps final spécifié (il lance le dé). On examine alors le résultat pour déterminer si la configuration finale souhaitée a été obtenue (on regarde si un six est sorti). La proportion de tirages conduisant à la configuration finale spécifiée donne l'amplitude de transition recherchée. Une fois l'amplitude de transition trouvée, on déduit les masses des hadrons.



UN LANCER DE DÉ ne contribue à l'amplitude de transition 1-6 que si un six est finalement obtenu (premier et troisième jet).

Dans les calculs de chromodynamique quantique, on confie à chacun des 566 processeurs parallèles de l'ordinateur GF11 une partie des calculs. Les algorithmes qui engendrent des champs chromoélectriques aléatoires et déterminent les mouvements des quarks sont intégrés dans des programmes qui déterminent en détail les calculs, dans la partie confiée à chaque processeur. En chaque point du réseau, le processeur «secoue» le champ chromoélectrique – l'analogue chromodynamique de l'agitation du dé – d'une façon qui dépend du champ en ce point et aux sites voisins.

Avec le GF11, nous avons comparé des masses calculées aux masses observées dans le monde réel, où la distance entre deux points adjacents du réseau tend vers zéro et où le volume du réseau tend vers l'infini. Nous avons calculé les masses pour des volumes et des mailles de réseau différentes. Tout d'abord, nous avons considéré de grands volumes, en choisissant une maille de $1,5 \times 10^{-14}$ centimètre, connue pour donner des résultats pas trop éloignés des masses limites obtenues quand la maille tend vers zéro. Nous avons alors calculé les masses des hadrons pour différents volumes du réseau. Les résultats obtenus pour un réseau de 16 unités de côté étaient cohérents à cinq pour cent près avec les valeurs limites pour un réseau infini, et à un pour cent près pour un réseau de 24 unités de côté. Puis nous avons entrepris de faire tendre la maille du réseau vers zéro. Nous avons calculé les masses des hadrons sur un réseau de 24 unités de côté et de maille égale à 1×10^{-14} centimètre, puis sur un réseau de 32 unités de côté et de maille égale à $0,75 \times 10^{-14}$ centimètre, toujours avec un volume de 16 unités de côté. Ces trois calculs nous ont permis d'extrapoler nos prédictions à la limite où la maille du réseau tend vers zéro.