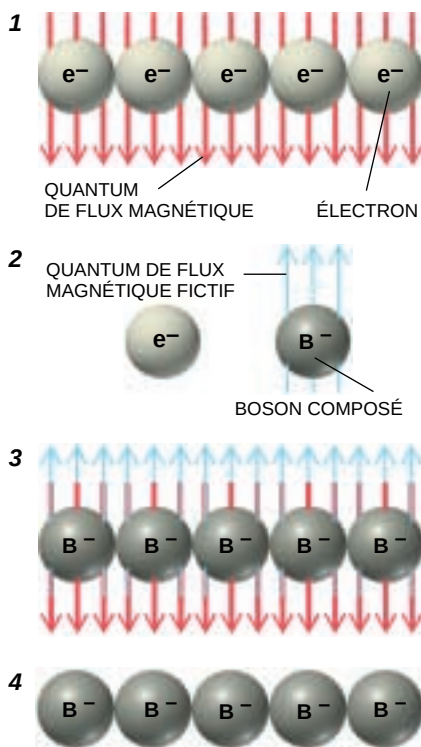


la supraconduction, nous avons obtenu une nouvelle description de l'effet Hall quantique. Tout en unifiant deux phénomènes apparemment différents, cette analogie permet d'appliquer les connaissances de la supraconduction à l'effet Hall quantique. Cette approche, complémentaire de celle de R. Laughlin, reprend beaucoup de ses idées, mais elle s'en distingue parce qu'elle étudie des phénomènes macroscopiques réels du système physique plutôt que par les propriétés microscopiques d'un système idéal.

Bosons et fermions

Nous avons été mis sur la piste de cette analogie par Steven Girvin et Allan MacDonald, de l'Université d'Indiana, qui ont proposé une nouvelle interprétation des fonctions d'onde utilisées pour expliquer l'effet Hall quantique : ils ont imaginé que ces fonctions d'onde pouvaient représenter l'état supraconducteur d'un type de particule imaginaire, nommée boson composé.

Les physiciens classent les particules, d'après leur comportement statistique, en deux familles : les bosons et les fermions. La fonction d'onde décrivant un ensemble de bosons reste inchangée lorsque deux des particules sont échangées ; en revanche, la fonction d'onde des fermions change de signe lorsqu'on permute deux particules.

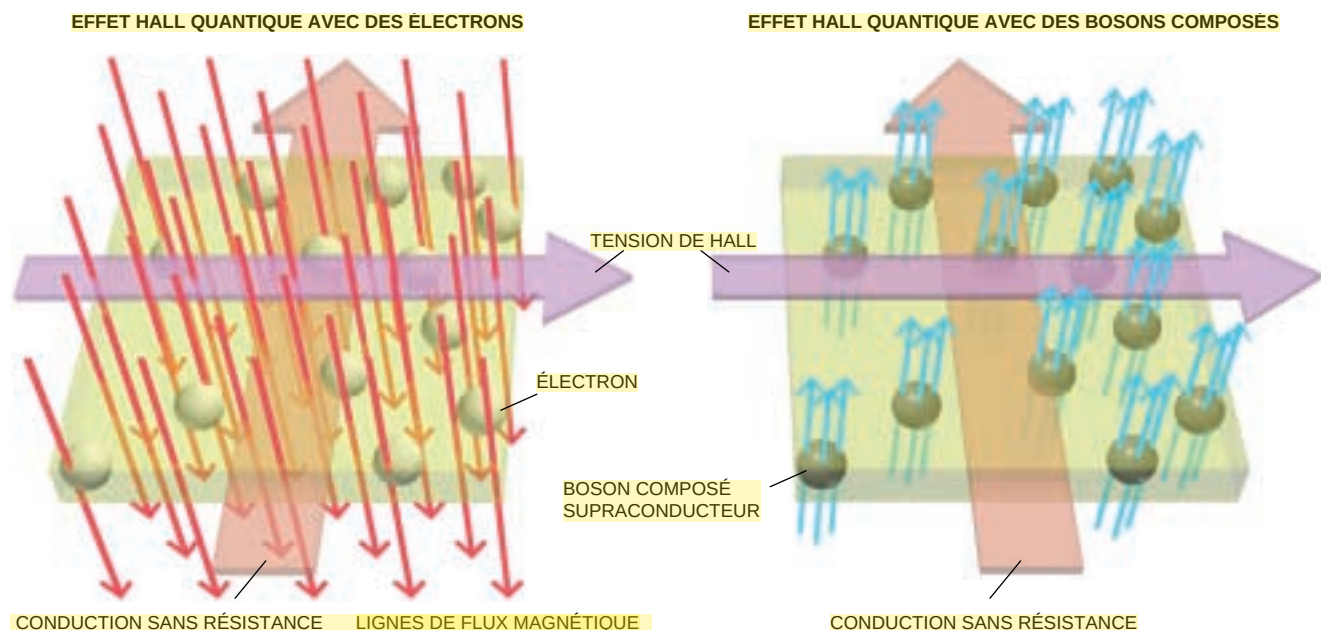


3. POUR EXPLIQUER L'EFFET HALL QUANTIQUE, on peut remplacer les électrons par des bosons composés. Par exemple, lorsque les conditions physiques correspondent à un facteur de remplissage égal à $1/3$, il y a trois quanta de flux (une mesure de l'intensité du champ magnétique) par électron (1). Les auteurs ont proposé de remplacer ces électrons par des bosons composés, des particules fictives ayant trois quanta de flux magnétique fictif (2) en sens inverse du flux magnétique réel (3). On annule ainsi le champ magnétique que chaque boson perçoit (4), ce qui facilite la modélisation de l'effet Hall quantique.

Les électrons, les protons et les neutrons sont des fermions. Un atome, qui contient ces trois types de particules, peut aussi être traité comme une seule particule composée. Cette particule se comporte comme un boson ou comme un fermion selon le nombre total de ses constituants : si ce nombre est impair, l'atome se comporte comme un fermion ; s'il est pair, comme un boson. Par exemple, l'isotope de l'hélium nommé hélium 4, composé de deux électrons, de deux protons et de deux neutrons, est un boson. En revanche, l'hélium 3, composé de deux électrons, de deux protons et de seulement un neutron, est un fermion.

Bosons et fermions diffèrent de plusieurs façons, mais la différence que nous avons surtout utilisée est leur façon d'occuper les états quantiques. Les fermions obéissent au principe d'exclusion de Pauli : deux fermions ne peuvent occuper le même état et, notamment, ils ne peuvent pas se trouver simultanément au même endroit. Cette loi ne s'applique pas aux bosons : plusieurs bosons peuvent cohabiter dans le même état.

Ce comportement différent des fermions et des bosons explique beaucoup d'observations, telle la différence entre un supraconducteur et un métal ordinaire : la conduction électrique dans les métaux ordinaires découle des propriétés des fermions (plus particulièrement, des électrons), tandis que



4. L'EFFET HALL QUANTIQUE (à gauche) résulte de l'annulation du champ magnétique externe par les bosons composés (à droite, où, pour plus de clarté, le champ annulé a été omis). En l'absence de champ magnétique, les bosons chargés deviennent

supraconducteurs : la conduction est alors parfaite dans la direction longitudinale. La tension de Hall apparaît en raison de l'induction : les flux magnétiques fictifs en mouvement produisent une tension transverse.

Comparaison entre la supraconduction et l'effet Hall quantique

SUPRACONDUCTION

Les paires d'électrons (paires de Cooper) sont les porteurs de charge fondamentaux

Conduction parfaite

Persistance de l'effet dans un champ magnétique et dans des matériaux contenant des impuretés

Les électrons repoussent un champ magnétique

Quantification du flux (une propriété des anneaux supraconducteurs, qui doivent contenir un nombre entier de quanta de flux magnétique)

EFFET HALL QUANTIQUE

Les bosons composés sont les porteurs de charge fondamentaux

Conduction parfaite dans le sens longitudinal

Plateaux de Hall quantifiés, dont la valeur persiste dans un petit intervalle d'intensités du champ magnétique

Dans un champ magnétique faible, les électrons s'opposent aux changements de densité (incompressibilité)

Charge fractionnaire (la quantification de la charge électrique en unités qui sont des fractions de la charge de l'électron)

la supraconduction résulte des propriétés des bosons.

Pourquoi cette différence, alors que les porteurs de charge, qui assurent le passage du courant électrique dans tous les solides, sont des électrons, c'est-à-dire des fermions ? Parce que, dans l'état supraconducteur, les électrons s'apparient, formant des « paires de Cooper » qui se comportent comme des bosons ; toutes ces paires peuvent se condenser dans le même état quantique, ce qui produit la supraconduction. En revanche, dans l'état métallique ordinaire, les électrons gardent leur identité de fermion ; ils sont nécessairement dans des états différents, comme l'exige le principe d'exclusion de Pauli, et ils n'assurent pas la supraconduction.

La théorie qui explique l'effet Hall quantique à l'aide de bosons composés a été introduite en 1989 par deux d'entre nous (S.-C. Zhang et S. Kivelson), en collaboration avec Hans Hansson, de l'Université de Stockholm. Nous avons proposé que les électrons qui se déplacent en deux dimensions dans un champ magnétique intense sont mathématiquement équivalents à un ensemble de bosons composés dans un champ magnétique beaucoup plus faible. Lorsque le facteur de remplissage d'électrons atteint une valeur magique (1, $1/3$ ou $1/5$), le champ magnétique auquel les bosons sont soumis devient nul. Dans ce cas, les bosons composés deviendraient supracon-

ducteurs, ce qui donnerait lieu aux conductances de Hall quantifiées.

En collaboration avec Matthew Fischer, de l'Université de Santa Barbara, l'un d'entre nous (D.-H. Lee) a étendu cette théorie pour expliquer les autres plateaux de conductance, associés à des facteurs de remplissage comme $2/5$ et $3/7$. Ces travaux sont à la base des recherches que nous avons menées à trois pour étudier l'effet Hall quantique dans des conditions variées.

Les électrons, des bosons composés

La théorie des bosons composés est fondée sur l'équivalence mathématique qui existe entre des électrons qui se déplacent dans deux dimensions de l'espace et un ensemble de bosons porteurs d'un paquet de flux magnétique fictif. Pour que les bosons composés aient le même comportement statistique que les électrons, chaque boson doit être porteur d'un nombre impair de quanta de flux magnétique fictif. Examinons sur un exemple l'effet du flux magnétique fictif.

Considérons l'un des facteurs de remplissage magiques, par exemple $1/3$, pour lequel un plateau apparaît dans la tension de Hall : il y a alors trois quanta de flux magnétique réel par électron. Considérons maintenant chaque électron non comme un fermion, mais comme un boson composé lié à trois quanta de flux fictif. Le flux perçu par

les bosons est la somme des flux réel et fictif. Si l'on oriente les trois quanta de flux fictifs dans le sens opposé à celui du champ magnétique externe, les bosons ne perçoivent en moyenne aucun flux magnétique. Comme les bosons sont supraconducteurs à basse température, des bosons composés froids et associés à un facteur de remplissage $1/3$ doivent également être supraconducteurs.

Pourquoi la supraconduction des bosons composés correspond-elle à une conduction parfaite dans le sens du courant et à une conductance de Hall quantifiée dans la direction perpendiculaire ? La première partie de la réponse est simple. Puisque les bosons composés sont supraconducteurs, il n'est besoin d'aucune tension pour maintenir le courant : la conduction est donc parfaite.

La seconde partie de la réponse est plus subtile. Rappelons-nous que chaque boson composé est porteur d'un nombre impair de quanta de flux magnétique fictif. En se déplaçant, les bosons composés entraînent les quanta de flux magnétique fictif avec eux. Ce déplacement de flux magnétique (même fictif) induit une tension électrique perpendiculaire au déplacement (c'est le physicien britannique Michael Faraday qui découvrit cette induction électromagnétique) proportionnelle à la quantité totale de flux fictif qui traverse l'échantillon en une seconde. Ainsi, pour un facteur de remplissage de $1/3$, le courant de flux magnétique est trois fois supérieur au courant électrique, de sorte que la conductance de Hall est égale au tiers du quantum de conductance.

De ce point de vue, la seule différence entre les divers facteurs de remplissage magiques réside dans le nombre de quanta de flux magnétique fictif que porte chaque boson composé. De plus, les conductances de Hall quantifiées (telles que 1, $1/3$, $2/5$, etc., multiplié par e^2/h) ne dépendent que du quotient de la charge électrique par le flux dans le boson composé, et non du matériau particulier où on les observe.

Le modèle des bosons composés explique aussi pourquoi la conductance de Hall est inchangée lorsque le facteur de remplissage diffère légèrement d'une valeur magique. Considérons un état physique où le facteur de remplissage de l'électron est légèrement supérieur à $1/3$. Dans ce cas, le flux fictif ne compense que partiellement le flux réel, et