

Comparaison entre la supraconduction et l'effet Hall quantique

SUPRACONDUCTION

Les paires d'électrons (paires de Cooper) sont les porteurs de charge fondamentaux

Conduction parfaite

Persistance de l'effet dans un champ magnétique et dans des matériaux contenant des impuretés

Les électrons repoussent un champ magnétique

Quantification du flux (une propriété des anneaux supraconducteurs, qui doivent contenir un nombre entier de quanta de flux magnétique)

EFFET HALL QUANTIQUE

Les bosons composés sont les porteurs de charge fondamentaux

Conduction parfaite dans le sens longitudinal

Plateaux de Hall quantifiés, dont la valeur persiste dans un petit intervalle d'intensités du champ magnétique

Dans un champ magnétique faible, les électrons s'opposent aux changements de densité (incompressibilité)

Charge fractionnaire (la quantification de la charge électrique en unités qui sont des fractions de la charge de l'électron)

la supraconduction résulte des propriétés des bosons.

Pourquoi cette différence, alors que les porteurs de charge, qui assurent le passage du courant électrique dans tous les solides, sont des électrons, c'est-à-dire des fermions ? Parce que, dans l'état supraconducteur, les électrons s'apparient, formant des « paires de Cooper » qui se comportent comme des bosons ; toutes ces paires peuvent se condenser dans le même état quantique, ce qui produit la supraconduction. En revanche, dans l'état métallique ordinaire, les électrons gardent leur identité de fermion ; ils sont nécessairement dans des états différents, comme l'exige le principe d'exclusion de Pauli, et ils n'assurent pas la supraconduction.

La théorie qui explique l'effet Hall quantique à l'aide de bosons composés a été introduite en 1989 par deux d'entre nous (S.-C. Zhang et S. Kivelson), en collaboration avec Hans Hansson, de l'Université de Stockholm. Nous avons proposé que les électrons qui se déplacent en deux dimensions dans un champ magnétique intense sont mathématiquement équivalents à un ensemble de bosons composés dans un champ magnétique beaucoup plus faible. Lorsque le facteur de remplissage d'électrons atteint une valeur magique (1, $1/3$ ou $1/5$), le champ magnétique auquel les bosons sont soumis devient nul. Dans ce cas, les bosons composés deviendraient supracon-

ducteurs, ce qui donnerait lieu aux conductances de Hall quantifiées.

En collaboration avec Matthew Fischer, de l'Université de Santa Barbara, l'un d'entre nous (D.-H. Lee) a étendu cette théorie pour expliquer les autres plateaux de conductance, associés à des facteurs de remplissage comme $2/5$ et $3/7$. Ces travaux sont à la base des recherches que nous avons menées à trois pour étudier l'effet Hall quantique dans des conditions variées.

Les électrons, des bosons composés

La théorie des bosons composés est fondée sur l'équivalence mathématique qui existe entre des électrons qui se déplacent dans deux dimensions de l'espace et un ensemble de bosons porteurs d'un paquet de flux magnétique fictif. Pour que les bosons composés aient le même comportement statistique que les électrons, chaque boson doit être porteur d'un nombre impair de quanta de flux magnétique fictif. Examinons sur un exemple l'effet du flux magnétique fictif.

Considérons l'un des facteurs de remplissage magiques, par exemple $1/3$, pour lequel un plateau apparaît dans la tension de Hall : il y a alors trois quanta de flux magnétique réel par électron. Considérons maintenant chaque électron non comme un fermion, mais comme un boson composé lié à trois quanta de flux fictif. Le flux perçu par

les bosons est la somme des flux réel et fictif. Si l'on oriente les trois quanta de flux fictifs dans le sens opposé à celui du champ magnétique externe, les bosons ne perçoivent en moyenne aucun flux magnétique. Comme les bosons sont supraconducteurs à basse température, des bosons composés froids et associés à un facteur de remplissage $1/3$ doivent également être supraconducteurs.

Pourquoi la supraconduction des bosons composés correspond-elle à une conduction parfaite dans le sens du courant et à une conductance de Hall quantifiée dans la direction perpendiculaire ? La première partie de la réponse est simple. Puisque les bosons composés sont supraconducteurs, il n'est besoin d'aucune tension pour maintenir le courant : la conduction est donc parfaite.

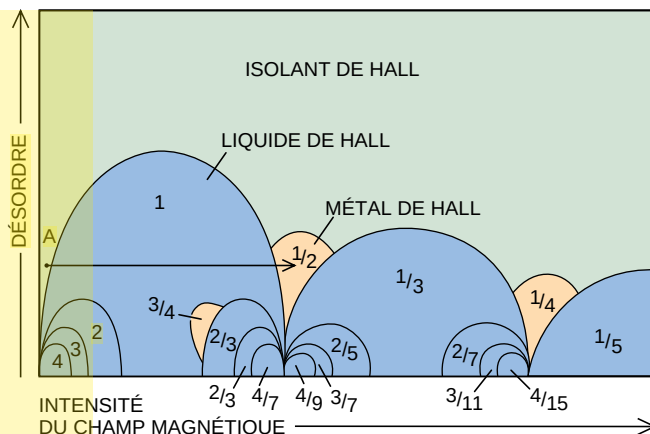
La seconde partie de la réponse est plus subtile. Rappelons-nous que chaque boson composé est porteur d'un nombre impair de quanta de flux magnétique fictif. En se déplaçant, les bosons composés entraînent les quanta de flux magnétique fictif avec eux. Ce déplacement de flux magnétique (même fictif) induit une tension électrique perpendiculaire au déplacement (c'est le physicien britannique Michael Faraday qui découvrit cette induction électromagnétique) proportionnelle à la quantité totale de flux fictif qui traverse l'échantillon en une seconde. Ainsi, pour un facteur de remplissage de $1/3$, le courant de flux magnétique est trois fois supérieur au courant électrique, de sorte que la conductance de Hall est égale au tiers du quantum de conductance.

De ce point de vue, la seule différence entre les divers facteurs de remplissage magiques réside dans le nombre de quanta de flux magnétique fictif que porte chaque boson composé. De plus, les conductances de Hall quantifiées (telles que 1, $1/3$, $2/5$, etc., multiplié par e^2/h) ne dépendent que du quotient de la charge électrique par le flux dans le boson composé, et non du matériau particulier où on les observe.

Le modèle des bosons composés explique aussi pourquoi la conductance de Hall est inchangée lorsque le facteur de remplissage diffère légèrement d'une valeur magique. Considérons un état physique où le facteur de remplissage de l'électron est légèrement supérieur à $1/3$. Dans ce cas, le flux fictif ne compense que partiellement le flux réel, et

les bosons composés subissent un faible champ magnétique résultant. Cependant, comme les supraconducteurs réels, les supraconducteurs de bosons composés supportent un faible champ magnétique, et la conductance de Hall est inchangée quand le facteur de remplissage n'est que voisin de $1/3$.

L'analogie entre la supraconduction et l'effet Hall quantique va encore plus loin. Par exemple, de même que les supraconducteurs repoussent un champ magnétique, les électrons présentant l'effet Hall quantique s'opposent à tout changement survenant dans le domaine qu'ils occupent (les électrons de l'effet Hall sont dits «incompressibles»). D'autres aspects de la supraconduction, plus obscurs, ont aussi leur analogie dans l'effet Hall quantique.



5. LES NOUVEAUX ÉTATS de la matière engendrés par le confinement d'électrons dans un plan (deux dimensions) sont représentés sur un diagramme de phase. Dans un champ magnétique faible et dans un matériau peu désordonné (point A, à gauche), les électrons se comportent comme un «isolant de Hall» (en vert), qui est à la fois isolant et métallique. Dans des champs magnétiques plus intenses, les électrons forment un «liquide de Hall» (en bleu) : ils manifestent l'effet Hall quantique. Dans certaines circonstances, ils provoquent l'apparition d'un «métal de Hall» (en beige). Les nombres indiquent les valeurs entières et fractionnaires de la conductance de Hall quantifiée.

de ses collègues de l'Université de Los Angeles : en augmentant le désordre dans les semi-conducteurs, ils ont atteint un point au-delà duquel il fallait appliquer une tension très importante pour entretenir le courant. Cette tension appliquée augmentait régulièrement, à mesure que l'on réduisait la température, jusqu'à atteindre presque le zéro absolu – ce qui est caractéristique d'un isolant. Toutefois, simultanément, la tension de Hall était constante, et elle augmentait avec l'intensité du champ magnétique – ce qui est caractéristique d'un métal.

D'autres expériences ont révélé une propriété étonnante des électrons au voisinage du facteur de remplissage $1/2$: les électrons se comportaient comme s'ils étaient dans un métal ordinaire, sans champ magnétique ; la conductance de Hall n'était pas quantifiée, mais proportionnelle au champ magnétique.

On peut expliquer la formation de ce «métal de Hall» en considérant les électrons comme des fermions composés. Un fermion composé ressemble à un boson composé, sauf qu'il est porteur d'un nombre pair de quanta de flux magnétique fictif et qu'il obéit donc à la statistique de Fermi.

Ces notions de bosons ou de fermions composés permettent de relier le comportement apparemment étrange des électrons en deux dimensions au comportement normal des particules composées. Ces particules

composées sont-elles réelles ou bien, comme les quarks en physique des particules, ne sont-elles que des abstractions utiles qui ne peuvent être étudiées individuellement ? La question reste posée.

Plus de 15 ans après sa découverte, l'effet Hall quantique reste l'un des domaines les plus passionnants de la physique de la matière condensée. La multiplicité des phénomènes en jeu a fourni un banc d'essai à de nombreuses idées théoriques. Il en ressort une vision qui unifie la compréhension de ces phénomènes avec celle d'autres phénomènes dans la matière condensée. Toutefois des questions importantes sub-

sistent. Par exemple, on est encore loin d'une compréhension satisfaisante de l'isolant de Hall ou du métal de Hall. On ne sait pas non plus comment intégrer dans cette vision d'autres propriétés des électrons, comme leur spin.

La véritable importance de l'effet Hall quantique ne réside pas dans ses applications éventuelles, mais dans la compréhension nouvelle que les physiciens ont acquise des propriétés particulières des systèmes d'électrons dans les champs magnétiques intenses. La nature peut très bien garder en réserve d'autres états surprenants de la matière auxquels personne ne pense aujourd'hui et qu'il nous reste à découvrir.

Steven KIVELSON et Dung-Hai LEE sont professeurs de physique à l'Université de Los Angeles. Shou-Cheng ZHANG est professeur à l'Université de Stanford.

Bertrand I. HALPERIN, *Quantized Hall Effect*, in *Scientific American*, vol. 254, n° 4, avril 1986.

Frank WILCZEK, *Les anyons*, *Pour la Science*, juillet 1991.

Shou-Cheng ZHANG, *The Chern-Simons-Landau-Ginzburg Theory of the Fractional Quantum Hall Effect*, in *International Journal of Modern Physics B*, vol. 6, n° 1, pp. 25-58, janvier 1992.

S. KIVELSON, D.-H. LEE et S.-C. ZHANG, *Global Phase Diagram in the Quantum Hall Effects*, in *Physical Review B*, vol. 46, n° 4, pp. 2223-2238, 15 juillet 1992.

Une carte du confinement

À l'aide de la théorie des bosons composés, nous avons étudié l'effet Hall quantique dans de nombreuses conditions physiques et nous avons établi un diagramme de phase qui représente les divers comportements. Quand les physiciens étudient le comportement d'un composé comme l'eau, ils indiquent ses diverses formes – glace, liquide ou vapeur – en fonction, par exemple, de la pression et de la température.

Dans le cas des électrons en deux dimensions, les paramètres du diagramme de phase sont l'intensité du champ magnétique et le désordre des cristaux semi-conducteurs qui piègent les électrons. Nous avons obtenu ce diagramme théorique par analogie avec celui des supraconducteurs désordonnés. La reproduction des informations contenues dans le diagramme de phase pour les supraconducteurs fait apparaître une belle structure emboîtée (voir la figure 5).

La théorie des bosons composés a également conduit à la prédiction d'un état inattendu, où les électrons présentent simultanément les propriétés d'un isolant et d'un métal. Cette prédiction d'un «isolant de Hall» a été récemment confirmée par les expériences de Hong-Wen Jiang et