

JEU-CONCOURS

N°25

PIERRE TOUGNE

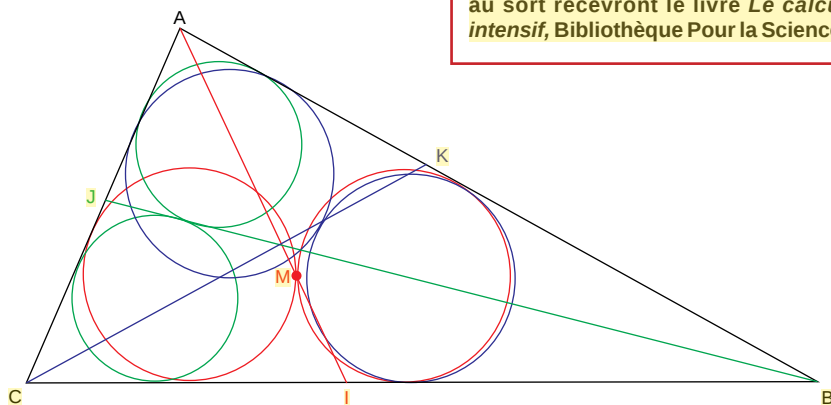
DROITES CONCOURANTES DU TRIANGLE

Jusque dans les années 1960, avant l'arrivée des mathématiques modernes, les propriétés du triangle jouaient un grand rôle dans l'enseignement des mathématiques. Peut-être exagéré, car un livre était paru sur les 273 propriétés du triangle... Pourquoi ce chiffre 273? Pour rappeler les propriétés du zéro absolu?

Nous vous proposons ce mois un problème désuet sur le triangle. Dans un triangle ABC , on trace deux cercles égaux (en rouge), le premier étant tangent aux cotés AB et BC et l'autre aux cotés

AC et BC , ces deux cercles étant, de plus, tangents entre eux, au point M . On trace AM . On effectue la même opération pour les cercles verts et bleus, et l'on trace les droites CK et BJ , passant par les points de contact des paires de cercles. Démontrez que ces trois droites sont concourantes.

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à Pour la Science, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de juillet 1996, dix gagnants tirés au sort recevront le livre *Le calcul intensif*, Bibliothèque Pour la Science.



RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N°23

Si a et b désignent respectivement les chiffres des dizaines et des unités d'un nombre, son carré se terminera comme le carré de $10a + b$, c'est-à-dire comme $100a^2 + 20ab + b^2$. Donc ses deux derniers chiffres seront ceux de $b(10a + b)$ mod 100 (reste après division par 100).

On doit donc résoudre $b(200 + b) \equiv 11x \pmod{100}$ avec $x = 0, 1, 4, 5, 6, 9$ (seuls chiffres terminant un carré). Il est facile de voir qu'il n'y a de solution que pour $x = 4$ et que les terminaisons possibles sont 0, 12, 38, 62 et 88. Les nombreux lecteurs qui ont résolu le problème seront peut-être fiers de savoir que s'ils l'avaient fait en 1871, leur nom serait apparu dans la monumentale histoire de la théorie des nombres d'Eugène Dickson (1919)!

Pour la deuxième question, rectifions d'abord trois «coquilles» : le dernier nombre entier de 1 à 100 par ordre alphabétique est 23 et non 0, dans la liste en chiffres romains : il faut glisser CCCIC entre CCCI et CCCII, enfin le premier nombre impair par ordre alphabétique est cent billions cent cinq. Pour trouver le premier cube par ordre alphabétique, on remarque que les candidats doivent commencer par cent billions puis cent ou cinq ou cinquante, etc. Les cubes croissants très vite, on trouve rapidement que ce nombre est $100\,155\,921\,984\,000 = (46\,440)^3$, soit cent billions cent cinquante cinq milliards neuf cent vingt et un million neuf cent quatre vingt quatre mille (ouf!). En chiffres romains, un lecteur me fait remarquer qu'il faut aller chercher bien moins loin, soit $343 = 7^3$, c'est-à-dire CCCXLIII.

Écriture ancienne

Des inscriptions en linéaire A retrouvées en Turquie.

Toutes les langues disparues n'ont pas trouvé leur pierre de Rosette. C'est notamment le cas du linéaire A découvert par l'archéologue britannique Arthur Evans, au début du siècle, à Cnossos, en Crète. Des vestiges similaires viennent d'être mis au jour en Turquie.

Evans avait fait ressortir de terre le palais de Cnossos, en Crète, et y avait trouvé de nombreuses tablettes d'argile couvertes d'inscriptions mystérieuses, qu'il dénomma le linéaire A et le linéaire B. Pendant 20 ans, il tenta en vain, avec ses collègues, de décrypter ces tablettes. En 1952, un jeune architecte britannique, Michael Ventris, décoda le linéaire B, et conclut que ce langage était un grec archaïque. En revanche, le linéaire A, plus ancien et moins bien conservé, semblait d'une origine différente, inconnue.

Certains archéologues pensent que le linéaire A était la langue des Hittites



Des poteries minoennes ont été découvertes en Turquie. Les inscriptions (en haut) sont en linéaire A. Elles ressemblent à celles découvertes en Crète, vers 1900. Les Minoens de Crète étaient peut-être originaires de Turquie.