

sionnels et épargnants particuliers, se posent la même question : sachant qu'une capitalisation infinie sans risque est utopique, quelle est la prise de risque acceptable ?

RISQUE SYSTÉMATIQUE ET RISQUE SPÉCIFIQUE

On distingue deux risques : le risque «systématique» et le «risque spécifique». Le risque «systématique» est celui du marché global : il correspond au choix d'investir sur une place boursière particulière. L'autre risque, le «risque spécifique», traduit le supplément de variabilité qui résulte de l'achat d'une action particulière. Quand on diversifie suffisamment un portefeuille, on annule l'effet du risque spécifique : seul subsiste le risque systématique.

On retrouve, dans cette séparation en deux composantes du risque, la distinction de Gauss entre erreurs accidentelles et erreurs systématiques. Il s'agit donc de savoir si les fluctuations des rentabilités spécifiques des actions participent bien d'une analyse en termes d'erreurs accidentelles.

Si l'on accepte l'hypothèse que les fluctuations des rentabilités boursières suivent une loi normale (la courbe «en cloche» de Gauss), la loi des grands nombres assure que les rentabilités spécifiques du portefeuille se compensent au cours du temps, et se rapprochent de la rentabilité systématique. Sur une longue période, une gestion active du portefeuille serait inutile, puisque ses performances convergeront vers la performance du marché global. Fortune du théorème central limite, désespoir des gérants de portefeuille.

Si la loi de distribution des rentabilités est normale, les investisseurs attendent tranquillement que le temps passe et que le risque s'annule progressive-

ment, en racine carrée du temps pour une loi gaussienne. En réalité, le marché ne fonctionne pas selon la loi normale, et l'on sait aujourd'hui que la rentabilité spécifique peut représenter une importante contribution à la rentabilité totale : les mesures de performance font apparaître, sur de courtes ou moyennes périodes, des résultats significativement différents de ceux auxquels on pouvait s'attendre dans un univers gaussien. On en rend compte en utilisant non pas une loi gaussienne (ou classique) de répartition des fluctuations, mais une loi où la queue de la distribution est plus étirée.

LA BOURSE N'EST PAS GAUSSIENNE

Remarquons que l'idée que le hasard régit les lois de fluctuations du marché boursier est révolutionnaire. Cette idée a été proposée le 29 mars 1900 par un mathématicien français, Louis Bachelier, qui a soutenu une thèse de doctorat en mathématiques intitulée *Théorie de la spéculation* (devant Henri Poincaré). Dans cette première approche, Bachelier considérait que les fluctuations des valeurs obéissaient à la loi normale de Gauss.

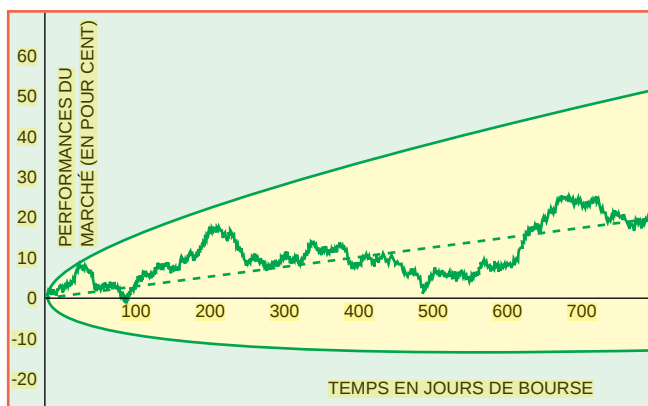
Or nous avons vu que les grandes variations de certaines actions sont plus fréquentes que ne l'indique la loi normale, et qu'elles contribuent notablement à l'évolution globale du marché. Si la bourse est fonction d'aléas très nombreux, ces aléas ne suivent pas, comme l'avait supposé Bachelier, la règle de n'être pas trop dispersés ni trop hétérogènes ; au contraire, les aléas sont parfois fortement hétérogènes. Ainsi, en suivant la démarche, de Bachelier, on est conduit à une loi appelée «stable» de Paul Lévy, qui généralise la loi normale de Gauss aux cas d'aléas

fortement dispersés. Si les fluctuations des rentabilités spécifiques s'apparentent à un «bruit» qui fluctue de manière aléatoire à toutes les échelles de temps autour de l'espérance de rentabilité systématique, ce bruit n'est pas gaussien. Pendant de très longues périodes, plus longues que celles prévues par la loi normale, la rentabilité réelle d'un investissement est bien supérieure (ou inférieure) à l'espérance de rentabilité.

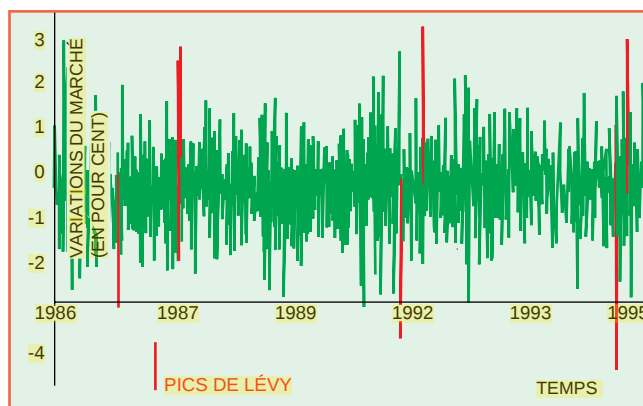
Cette constatation a semblé rouvrir un espace de liberté pour les gestions actives dont les acteurs recherchent des rentabilités spécifiques au moyen de l'analyse financière classique. Quand les fluctuations autour d'une moyenne sont très rapides, toute gestion active est impossible ; c'est le cas des modèles gaussiens de marché, avec vibration de la rentabilité spécifique autour de la rentabilité systématique. Si, au contraire, elles sont amples et lentes, les gestionnaires pourraient intégrer des éléments financiers sur les sociétés et obtenir des performances supérieures à celles du marché. Cette possibilité est-elle opératoire ?

LA TECTONIQUE DES KRACHS

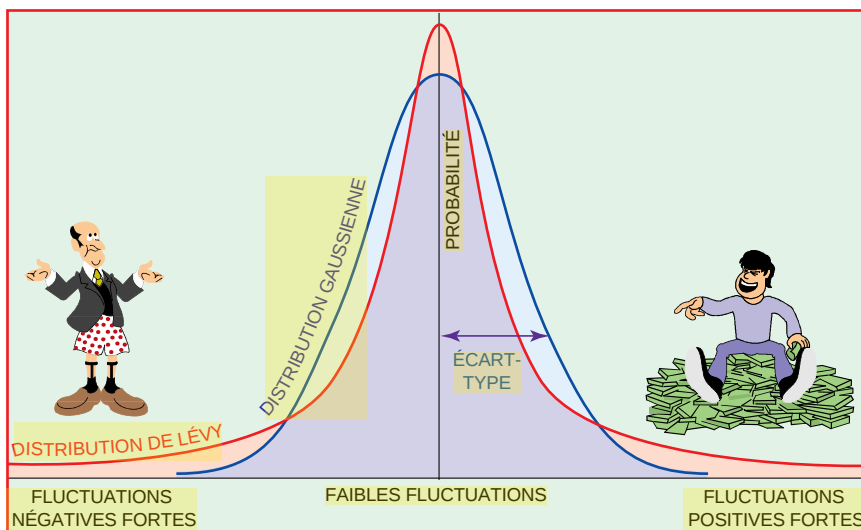
Une meilleure caractérisation des fluctuations, c'est-à-dire une meilleure adéquation à la réalité du marché, permet certainement une meilleure quantification du risque, mais qu'en est-il de la prévisibilité des grandes fluctuations ? Un changement de loi de probabilité permet-il de trouver une certaine forme de prévisibilité ? Après leur avoir fait miroiter un espoir, nous découragerons encore les gestionnaires : le changement de la loi marginale d'un processus aléatoire n'indique rien quant à la prévisibilité de l'événement à venir.



1. Les performances d'un marché gaussien en fonction du temps (en vert) sont encadrées par une parabole de volatilité. La rentabilité moyenne augmente linéairement selon l'axe de la parabole, laquelle correspond à un intervalle de confiance de 95 pour cent.



2. Variations quotidiennes du taux de change dollar-franc sur dix ans, exprimées en pourcentages. On observe un trop grand nombre de grandes valeurs (pics de Lévy, en rouge) par rapport à une variabilité gaussienne : la loi de Lévy rend mieux compte du phénomène.



3. Les amplitudes des fluctuations boursières en fonction de leurs fréquences sont mieux représentées par une distribution à queue étirée et à flancs maigres, comme la distribution de Lévy, que par une distribution de Gauss. Une plus grande probabilité des fortes variations rend mieux compte des krachs et des bulles spéculatives. On explique ces grandes fluctuations par le comportement mimétique des opérateurs boursiers ou par l'effet d'une nouvelle importante comme par exemple l'annonce de la réunification allemande.

Observons avec plus de précision les variations des cours, en utilisant l'indice de la bourse des actions américaines, le *Standard & Poor 500* (SP 500). On calcule la variabilité mensuelle des actions sur une période totale de 70 ans : cette rentabilité mensuelle moyenne est de 0,81 pour cent et la volatilité mensuelle de 5,82 pour cent si l'on aligne au mieux les valeurs mesurées sur une courbe de Gauss. Cela veut dire que le SP 500 peut fluctuer entre 0,81 pour cent $\pm$ 5,82 pour cent dans les deux tiers des cas (intervalle de confiance à 66 pour cent). La baisse maximale observée durant cette période est de -35,28 pour cent sur un mois, soit l'équivalent de six écarts-types. Avec une loi normale, la probabilité qu'une baisse mensuelle des cours soit de cette ampleur est égale à un milliardième ! Cela signifie qu'il faudrait attendre 83 millions d'années pour qu'un tel événement se reproduise !

En utilisant une loi stable de Lévy, l'ajustement des paramètres de cette loi au SP 500 donne une probabilité de 0,002, soit une durée de retour d'environ 40 ans. On voit que l'évaluation des krachs avec des lois larges est bien plus réaliste qu'avec des lois de Gauss.

Hélas cette connaissance de la fréquence de survenance des krachs ne dit rien sur la date du prochain. Il faut donc utiliser une autre approche pour répondre à cette question.

L'exemple des tremblements de terre vient à l'esprit. Une rupture sismique s'apparente à l'existence d'un point critique précédé d'émissions acoustiques, les «grincements des failles»,

signature de cette détérioration progressive : le système s'organise vers la rupture. Pourrait-on mettre en évidence en Bourse des équivalents de grincements de failles, préludes à des secousses plus fortes ?

Le remplacement de la loi normale, s'il ne prévoit pas la date du prochain krach, renseigne malgré tout sur la dynamique du marché boursier. Les queues de distribution décrites par des lois de Pareto-Lévy seraient la trace de phénomènes appelés «critiques auto-organisés» qui régiraient les comportements des opérateurs en interaction.

MODÉLISATION ET PRÉVISIBILITÉ

On essaye de relier un type de comportement à une forme de distribution. Ce faisant, on a redécouvert, depuis une dizaine d'années, les analyses de Keynes sur le mimétisme des opérateurs en situation d'incertitude. En effet, les paniques boursières comme les euphories résultent de processus cumulatifs de baisse ou de hausse des cours. Ces mouvements sont souvent autoréalisateurs.

On relie alors les phénomènes critiques auto-organisés, conduisant aux lois de puissance en physique, et les anticipations autoréférentielles, conduisant aux lois de puissance en finance (krachs et bulles spéculatives).

Les modèles de comportement des opérateurs traitent de l'impact des croyances des agents sur le fonctionnement du système global. Dans les modèles à anticipations rationnelles, on

suppose que les individus prennent leurs décisions de façon autonome, sans interaction.

Aujourd'hui, on imagine plutôt que, dans certaines situations d'incertitude, l'individu n'est plus sûr de son système de prévision personnel, et ce d'autant moins que le climat est incertain. Le gestionnaire de fonds imite alors son voisin. Ce comportement a été observé chez les fonds de pension, dont les gestions présentent des apparences imitatives. Cela n'est pas absurde ni véritablement surprenant. Les gérants de ces fonds, ou les gérants de SICAV, doivent réaliser de bonnes performances en fonction de leurs objectifs. Les classements réguliers des performances des SICAV ou des fonds rappellent en permanence qui fait quoi. Dans l'hypothèse où un gérant n'aurait aucune visibilité sur le marché, et donc aucune confiance dans une quelconque prévision (et en tous cas pas dans la sienne), la meilleure attitude ne consisterait-elle pas à se demander : «Que fait mon voisin ? Si je l'imité et que je me trompe, nous nous tromperons ensemble». La relativité des performances sera alors une protection contre des mauvaises appréciations de gestion. On peut voir dans ce comportement mimétique une conséquence de la concurrence acharnée pour la collecte de l'épargne : l'influence des classements relatifs dans les réallocations de l'épargne entre fonds peut entraîner des pertes d'autonomie chez les gérants qui sont influencés par ceux avec qui ils communiquent.

TACHES SOLAIRES ET FEUX DE FORÊTS

Comment formaliser ce degré de croyance par l'individu en son propre jugement ? Par des modèles de contagion mimétique. Dans ce cas, les anticipations ne seraient plus rationnelles au sens classique du terme, mais autovalidantes ou imitatives. Plus la contagion augmente, plus les vagues de panique diffusent, plus le mimétisme croît et plus on resserre une tension qui se résorbe dans les krachs. Les variantes de cette approche vont des anticipations autoréalisatrices aux modèles «taches solaires».

Supposons que le marché évolue en fonction des taches solaires. On observe alors les taches du Soleil, et on agit comme si elles avaient une influence... qu'elles ont par voie de conséquence. D'autres approches utilisent des automates cellulaires : la variable étudiée est le nombre d'agents paniqués. La structure temporelle fractale de la panique apparaît nettement, comme manifestation d'un état critique auto-organisé. Des fluctuations importantes correspon-