

## LES STRATÉGIES

**DONNANT-DONNANT** commence par coopérer, puis joue au coup  $n$  ce que l'adversaire a joué au coup  $n-1$ .

**LUNATIQUE** coopère ou trahit en choisissant au hasard à l'aide d'une pièce de monnaie.

**GRADUELLE** commence par coopérer, mais, lorsque son adversaire trahit, elle réplique par une série de  $N$  trahisons successives ( $N$  étant le nombre total de trahisons subies), suivie de deux coups de coopération.

**BINAIRE** coopère, puis trahit périodiquement.

**PÉRIODIQUE-MÉCHANTE** trahit, trahit et coopère périodiquement.

**MAJORITÉ** agit comme son adversaire a joué en majorité dans le passé. Elle coopère le premier coup, ou s'il y a égalité.

**PÉRIODIQUE-GENTILLE** coopère, coopère, et trahit périodiquement.

**CCCTT** coopère, coopère, coopère, coopère, et trahit.

**SONDEUR** trahit, coopère, coopère aux trois premiers coups ; ensuite, si son adversaire a coopéré aux coups 2 et 3, il trahit toujours, sinon il joue **DONNANT-DONNANT**.

## EXEMPLE DE COMBAT

| NUMÉRO DU COUP         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| <b>LUNATIQUE</b>       | c | t | t | c | t | c | t | t | c | c  |
| <b>DONNANT-DONNANT</b> | c | c | t | t | c | t | c | t | t | c  |
| POINTS GAGNÉS          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
| <b>LUNATIQUE</b>       | 3 | 5 | 1 | 0 | 5 | 0 | 5 | 1 | 0 | 3  |
| <b>DONNANT-DONNANT</b> | 3 | 0 | 1 | 5 | 0 | 5 | 0 | 1 | 5 | 3  |

Au total, 23 points pour **LUNATIQUE**, et 23 points pour **DONNANT-DONNANT**.

## 2. Les différentes stratégies utilisées et un exemple de combat entre deux stratégies.

la stratégie **GRADUELLE** et ses variantes) que des stratégies complexes pouvaient obtenir de bons résultats en compétition écologique. Nous devons donc nous interroger sur les expériences réalisées jusqu'ici : la coopération constatée dans les écosystèmes simples ne faisant intervenir que des stratégies simples est-

elle vraiment générale ? Il faut réaliser de nouvelles expérimentations à plus grande échelle, où agissent des familles de plusieurs milliers de stratégies complexes. Ces expérimentations sont difficiles. Comment pouvons-nous être assurés que nous n'oublions pas d'idées pertinentes ? Comment pouvons-nous mesurer la

représentativité des écosystèmes construits ? Ces expérimentations ont déjà été entreprises, et leurs résultats devront certainement être pris en compte dans l'analyse finale.

Le dernier facteur pouvant expliquer l'inadéquation entre le monde observé et les expérimentations qui convergent vers un monde de coopération généralisée est lié à la dynamique des simulations écologiques. Cette dynamique n'est pas toujours une simple convergence, et c'est ce phénomène découvert fortuitement que nous allons détailler.

## DES DYNAMIQUES INATTENDUES

Quelle ne fut pas notre surprise lorsqu'après de longs calculs réalisés au printemps dernier nous avons aperçu sur notre écran d'ordinateur une courbe hésitante, différente de toutes celles que nos expérimentations engendraient habituellement. Ce premier cas d'oscillation complexe dans une simulation écologique du dilemme des prisonniers faisait intervenir cinq types de stratégies. Nous avons entrepris de rechercher systématiquement si de tels cas pouvaient se produire. Nous avons recherché les situations présentant ces oscillations et utilisant le moins de stratégies possibles.

Avec deux types de stratégies, aucune dynamique complexe ne se présente jamais, ce que des arguments mathématiques confirment. Avec trois, en revanche, tout semble possible, et... tout se produit. Il est fréquent, en mathématiques, que des modes de fonctionnement complexes apparaissent pour trois corps, dans la dynamique des planètes par exemple...

Après avoir analysé des milliers d'évolutions et sélectionné (par programme) les plus remarquables, nous proposons de classer les phénomènes observés en cinq groupes.

Le premier, qui correspond à la grande majorité des cas et que l'on croyait pour cela général, est la convergence monotone : les effectifs des populations après une évolution monotone se stabilisent complètement (voir les figures 4 et 5).

Le deuxième cas est celui des mouvements oscillatoires atténués : les effectifs des populations oscillent avec une amplitude décroissante, ce qui conduit comme dans le premier cas à une stabilisation, mais après de nombreux revirements (voir la figure 6).

Le troisième cas est celui des mouvements périodiques : les effectifs des stratégies après une phase éventuelle d'hésitation évoluent cycliquement, reproduisant régulièrement après plusieurs

## LES SIMULATIONS ÉCOLOGIQUES

À la génération  $n$ , il y a trois types de stratégies :

les 'A' d'effectif  $a(n)$ , les 'B' d'effectif  $b(n)$ , les 'C' d'effectif  $c(n)$ .

On connaît la matrice des gains correspondant aux combats à deux que peuvent faire les stratégies A, B et C entre elles :

$p(A,B)$  = gain en points pour A, lorsque A joue contre B, etc.

On suppose que l'effectif total est fixe :

$$e = a(n) + b(n) + c(n) = a(n+1) + b(n+1) + c(n+1) = \dots$$

Calculs des points gagnés à la génération  $n$  par un A, ou un B, ou un C :

$$g(A,n) = (a(n)-1).p(A,A) + b(n).p(A,B) + c(n).p(A,C)$$

$$g(B,n) = a(n).p(B,A) + (b(n)-1).p(B,B) + c(n).p(B,C)$$

$$g(C,n) = a(n).p(C,A) + b(n).p(C,B) + (c(n)-1).p(C,C)$$

Total des points gagnés par toutes les stratégies en présence :

$$t(n) = a(n).g(A,n) + b(n).g(B,n) + c(n).g(C,n)$$

Effectif des naissances constituant la population à la génération  $n+1$

$$a(n+1) = e.a(n).g(A,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

$$b(n+1) = e.b(n).g(B,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

$$c(n+1) = e.c(n).g(C,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

3. L'évolution des simulations écologiques : l'effectif de la génération  $n+1$  d'une stratégie est proportionnel aux nombres de points que les exemplaires de cette stratégie gagnent lors des rencontres entre stratégies à la génération  $n$ . Avec les équations reproduites ici, vous pouvez recalculer les dynamiques des figures 2 à 7. Vous pouvez aussi tester vos propres stratégies et rechercher d'autres dynamiques complexes.