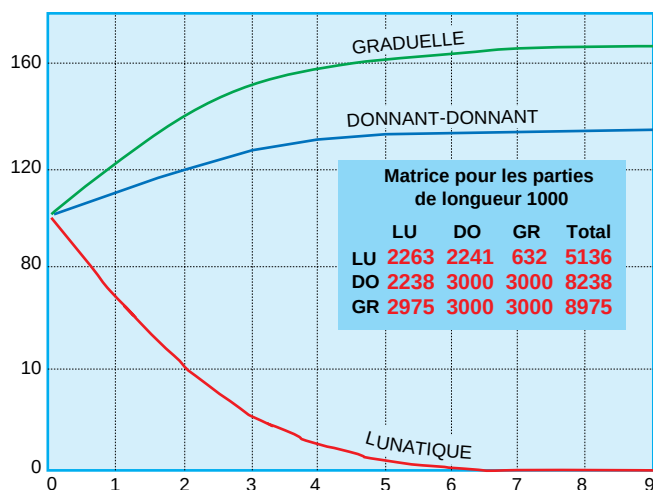
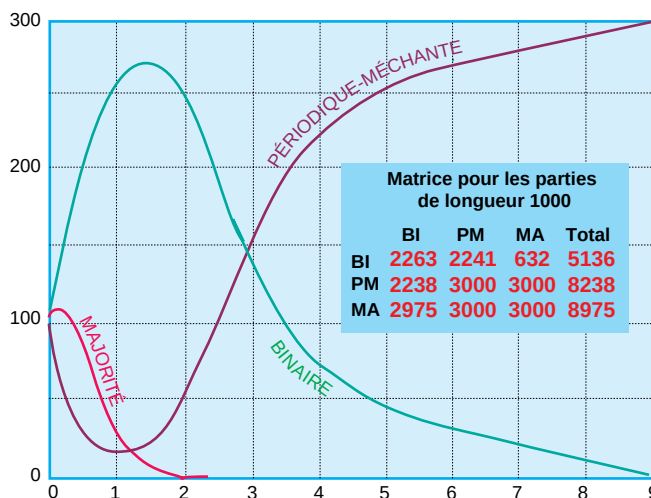
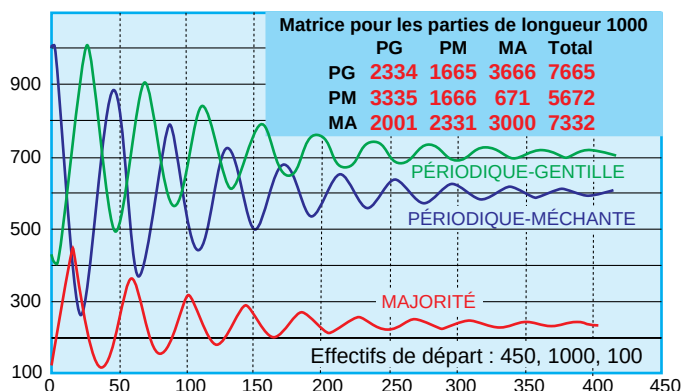




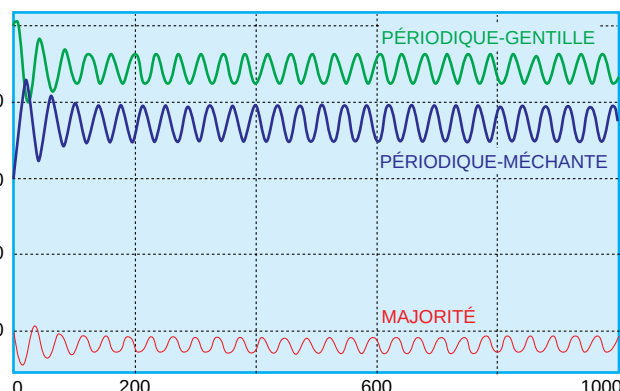
4. «Le crime ne paie pas.» Évolution des populations de stratégies pendant 10 générations à partir d'un effectif de 100 stratégies de chaque sorte. La stratégie LUNATIQUE, la seule à prendre l'initiative de la trahison, se fait éliminer. Cette évolution avec élimination des méchantes et stabilisation dans un état de coopération généralisé est fréquent. Remarquons que GRADUELLE bat DONNANT-DONNANT. Ce n'est pas un hasard, car il a été établi récemment que GRADUELLE était meilleure que DONNANT-DONNANT dans de nombreux contextes.



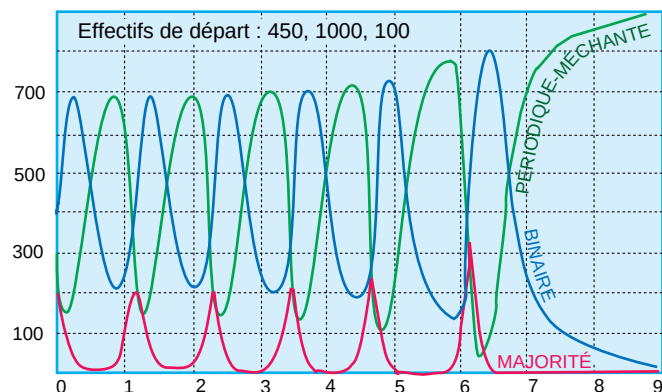
5. «Le crime... paie.» PÉRIODIQUE-MÉCHANTE commence mal, ce qui profite d'abord aux autres, puis uniquement à BINAIRE. La stratégie MAJORITÉ se fait alors éliminer, bien qu'elle soit gentille, tandis que les deux autres sont méchantes. Il se produit ensuite un retour de PÉRIODIQUE, qui reste seule à partir de la génération 90. La stratégie ayant le plus faible résultat en tournois (d'où sa baisse initiale) gagne la simulation écologique : elle a utilisé l'autre stratégie méchante pour éliminer la gentille, puis s'est débarrassé d'elle.



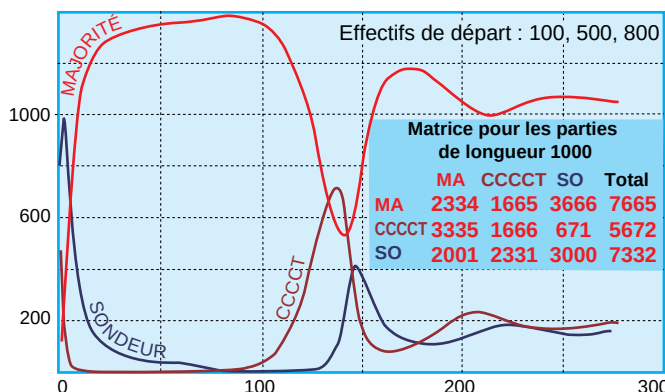
6. «Tout vient à point à qui sait attendre.» Les trois populations oscillent violemment dans les 100 premières générations, puis trouvent un équilibre qui est atteint à partir de la génération 420.



7. «L'éternel recommencement» : cette fois, l'oscillation ne se stabilise jamais : les effectifs des populations de stratégies retrouvent périodiquement les mêmes valeurs toutes les 37 générations.



8. «Tant va la cruche à l'eau...» L'oscillation augmente jusqu'à la rupture, qui se fait au bénéfice de PÉRIODIQUE-MÉCHANTE qui reste seule après avoir entraîné ses adversaires dans une ronde folle où elles ont péri. Les oscillations violentes permettent la survie de stratégies non coopératives qui tirent profit du désordre général.



9. «De la discussion naît la lumière.» Le cas du mouvement hésitant, Après une instabilité forte pendant 250 générations où chacune des trois stratégies frôle la catastrophe, un point d'équilibre est atteint. La sensibilité aux conditions initiales de ce type de dynamique permet de parler de situation chaotique.

France Culture et Pour la Science

**vous invitent
au Palais
de la Découverte
à
l'enregistrement**

**des Inattendus
de la Science**

**Samedi
14 septembre
à 15h**

**les limites
inattendues**
avec
Jean-Marc Lévy-Leblond
physicien

**Invitations
à demander**
au **36 68 10 99** (2,23F/mn)



générations la même combinaison, sans qu'il y ait jamais de stabilisation (voir la figure 7).

Un tel phénomène a été récemment découvert par B. Sinervo et C. Lively dans le monde vivant et concerne des populations de lézards (voir *Lézards intrinsèques*, *Pour la Science*, juin 1996, p. 33). Il n'est pas certain que la découverte de ces chercheurs corresponde à une situation modélisable par le dilemme des prisonniers, mais on remarque que ces oscillations apparaissent quand interviennent trois populations dans le monde réel et quand on fait interagir trois stratégies dans le monde virtuel du dilemme des prisonniers.

Le quatrième cas, celui des oscillations croissantes avec rupture (voir la figure 8), est analogue au précédent, sauf que maintenant l'oscillation va s'amplifiant, ce qui conduit à une «rupture», comme pour un pont qui finit par casser à la suite de mouvements de balancement de plus en plus importants.

Le cinquième type de dynamique regroupe les cas inclassables : les mouvements semblent désordonnés (voir la figure 9). Dans nos expériences, ces mouvements désordonnés ne se poursuivent pas très longtemps, aussi hésitons-nous à parler de chaos.

LE CHAOS S'INTRODUIRAIT-IL ?

L'analogie avec d'autres phénomènes observés en météorologie, en chimie et en physique est tentante. Pour savoir si le «chaos» était présent, nous avons étudié la sensibilité aux conditions initiales : une petite variation dans les compositions initiales des populations se traduisait-elle par une variation importante dans le phénomène observé ?

La réponse est oui. Ces petites modifications des compositions initiales en stratégies entraînent parfois la disparition de l'oscillation, ou le changement du gagnant d'une oscillation avec rupture. Presque toujours, la forme des courbes change brusquement.

Dans les cas périodiques, avec oscillations décroissantes ou rupture, des stratégies méchantes interviennent toujours. Parfois même, lors de la rupture dans le cas d'une oscillation d'amplitude croissante, le gagnant est une stratégie méchante : tout se passe donc comme si le désordre donnait de meilleures chances aux voleurs et était finalement défavorable aux stratégies coopératives. La conclusion quant à la réglementation sociale nécessaire s'impose.

L'instabilité liée aux conditions initiales ajoutée au fait que le gagnant final, quand il y en a un, n'est pas nécessai-

rement gentil, ni nécessairement celui qui gagne le tournoi simple, rend imprévisible le déroulement de ces dynamiques à partir des seules équations et des résultats des confrontations deux à deux.

D'autres types d'instabilités confirment que nous sommes bien dans un cas chaotique : sensibilité aux variations des paramètres de gains, sensibilité à la longueur des confrontations, sensibilité aux méthodes d'arrondi numérique utilisées dans les calculs.

Il est fort possible qu'avec des stratégies complexes ce qui nous était apparu exceptionnel (rappelons que nous n'avons trouvé ces cas oscillants qu'après de longues recherches numériques) ne deviennent la règle. Cela signifierait que, contrairement à l'interprétation le plus souvent acceptée des simulations réalisées sur le dilemme des prisonniers, la coopération n'est pas l'état attracteur le plus fréquent. Ainsi, le monde des rapports sociaux serait, par nature, instable à cause des dynamiques oscillatoires ou chaotiques conduisant inéluctablement à des ruptures profitant aux stratégies agressives.

Cette vision, que les simulations informatiques seules ne pourront pas prouver de manière définitive, nous fascine et nous inquiète, mais, avouons-le, nous amuse plus encore.

Sur le site *Internet* suivant, on trouvera des programmes et des articles sur le dilemme des prisonniers, ainsi que des détails sur les expérimentations réalisées ici : <http://www.lifl.fr/~mathieu/ipd>

J.-P. DELAHAYE, *Logique, informatique et paradoxes*, Bibliothèque Pour La Science, Paris, 1995.

R. AXELROD, *The Evolution of Cooperation*, Basic Books, Inc. Publishers, New York, 1984. Traduction française : *Donnant-donnant*, éditions Odile Jacob, Paris, 1992.

B. BEAUFILS, J.-P. DELAHAYE et P. MATHIEU, *Our Meeting with Gradual : A Good Strategy for the Iterated Prisoner's Dilemma*, in *Intern. Conf. on Artificial Life V (ALIFE. V)*, pp. 159-165, 16-18 mai 1996, Nara (Japon).

J.-P. DELAHAYE et P. MATHIEU, *Complex Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma. Interdisciplinary Intern. Conf. about Complex-System Theory and the Social Sciences*, University of Hull, Canada. Actes édités par A. Albert, I.O.S. Press, Amsterdam, 1995, pp. 283-292.

K. LINDGREN et M. G. NORDAHL, *Cooperation and Community Structure in Artificial Ecosystems*, in *Artificial Life, an Overview*, sous la direction de C. Langton, MIT Press, 1995, pp. 15-37.

Vu? Pas vu? Réfléchissez!

IAN STEWART

Existe-t-il des zones non éclairées dans un labyrinthe de miroirs?

Angela se trouve dans une pièce aux murs parfaitement réfléchissants. Quelque part dans ce Palais des Glaces, son ami Bruno craque une allumette. Quelles que soient la forme de la pièce et les positions qu'ils y occupent, Angela peut-elle toujours, en regardant autour d'elle, voir l'allumette de Bruno ou une de ses images réfléchies? Ou, ce qui revient au même, pour toute position de l'allumette, la lumière qu'elle émet emplir-elle toute la pièce, sans laisser un seul point dans l'ombre?

Ce problème fut énoncé pour la première fois par Victor Klee, en 1969, mais

l'on pense que ses origines sont plus anciennes : elles remonteraient au moins à Ernst Straus, dans les années 1950. Il est apparu sous plusieurs variantes. La chambre peut être à deux ou à trois dimensions (dans ce dernier cas, sol et plafond sont aussi des miroirs). Elle peut avoir des murs plans, donc être un polygone en dimension 2 ou un polyèdre en dimension 3, ou « incurvés ».

Dans toutes les versions, l'idéalisation standard remplace les yeux d'Angela et la flamme de l'allumette par deux points. Ces points ne doivent pas être sur les

murs eux-mêmes et, de plus, sont tous deux conçus comme transparents.

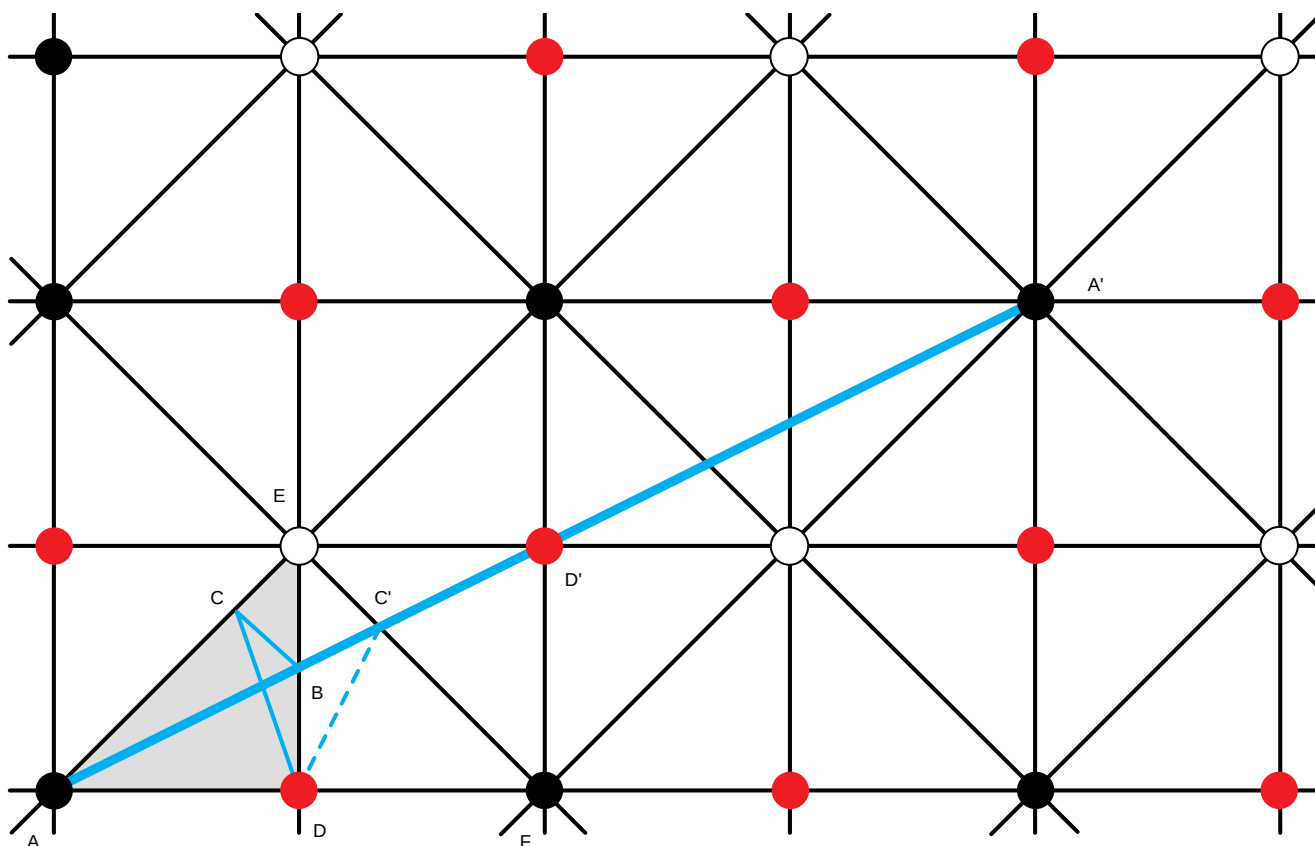
Sur chaque mur, la loi de la réflexion s'énonce classiquement ainsi : « l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion ». Partout où ces angles sont mal définis (aux sommets, sur les arêtes...), on supposera que les rayons lumineux incidents sont absorbés et ne vont pas au-delà.

Dans le cas des polygones plans, la réponse à la question fut publiée par George Tokarsky, dans le numéro de décembre 1995 de la revue *American Mathematical Monthly* (vol. 102, n° 10). L'élégante démonstration de G. Tokarsky utilise un « artifice de réflexion » et, comme toutes les mathématiques à leur meilleur niveau, est étonnamment simple.

FIAT LUX

Le raisonnement de base s'appuie sur un triangle rectangle isocèle (un demicarré, limité par une diagonale). Un tel triangle, marqué AED (voir la figure 1), peut être « déplié » en un réseau régulier à mailles carrées par des réflexions répétées par rapport à ses trois côtés.

Le réseau est tout d'abord utilisé pour prouver un fait clé : si une allumette est placée à l'un des sommets à 45 degrés



1. Le treillis engendré par réflexions d'un triangle rectangle isocèle apporte la clé de la compréhension des réflexions à l'intérieur du triangle supposé réfléchissant AED. Un rayon lumineux émanant de A

et subissant des réflexions sur les murs du triangle peut être « déplié » en un segment de droite sur le treillis. Le point où ce segment s'achève révèle le destin du rayon réel original.