

L'invention du zéro

CHRISTIAN HOUZEL

La présence d'une absence, matérialisée par le zéro, illustre et contient l'essence des mathématiques.

Sil l'inventeur (inconnu) du zéro avait déposé un brevet et que ce brevet avait duré 1 000 ans, il aurait gagné gloire éternelle et beaucoup d'argent. Pourtant, l'acquisition du concept de zéro n'est pas particulièrement douloureuse : il est difficile de nous souvenir quand nous avons appris l'existence du zéro à l'école primaire.

Zéro est un chiffre à part : la multiplication par zéro redonne zéro, et des questions sur le zéro sont encore difficiles à résoudre au XIX^e siècle, comme la valeur de 0^0 . La division par zéro est impossible. Elle donne l'infini, quel que soit le nombre que l'on mette au numérateur, sauf si c'est zéro lui-même. Le zéro et l'infini sont liés, non seulement en mathématiques, mais aussi en physique où, pour atteindre le zéro absolu de température, il faut une énergie infinie.

Zéro n'est rien, et il est inattendu que le rien ait une aussi grande importance en mathématiques. Dans les équations, il a un statut privilégié, car c'est le seul que l'on mette à droite du signe égal, où il trône, isolé et magnifique.

LA NUMÉRATION DE POSITION

Zéro est issu de la numération de position où le sens d'un symbole dépend de sa position : le chiffre 1 isolé signifie une unité, 10 s'il est en deuxième position avec un zéro à côté de lui, 100 quand il est en troisième position avec deux zéros à sa droite. Selon l'étymologie latine de la terminaison, «ente» signifie 10, comme dans trente, quarante, etc. Les abaqes anciens étaient des tables formées de colonnes où l'on mettait des petits cailloux : dans la colonne des unités, chaque caillou valait 1, dans la colonne des dizaines à côté, chaque caillou valait 10, etc. En latin, *calculus* signifie caillou.

La première numération positionnelle attestée date de l'antiquité babylonienne (à partir du II^e millénaire avant notre ère) ;

elle n'était pas de base 10, mais de base 60. Nous avons d'ailleurs conservé cette base 60 dans le décompte du temps et des angles.

Dans l'écriture babylonienne, un bâton inscrit dans l'argile fraîche avec un roseau taillé donnait une incision en forme de clou muni d'une tête ; cette marque signifie 1 ou 60 ou 3 600, les différentes puissances de 60, mais aussi les puissances négatives, c'est-à-dire $1/60$ ou $1/3 600$, etc. En l'absence de «rien», c'est-à-dire de zéro, quand il manquait un ordre de puissance de 60, l'écriture babylonienne était ambiguë : seul le contexte permettait de savoir si un clou vertical signifiait 1 ou 60.

Les Babyloniens, pour noter l'absence d'un rang au milieu de chiffres, inséraient un espace. Or un espace est de longueur élastique et peut échapper à l'examen : deux «clous» verticaux, serrés l'un à côté de l'autre, signifient deux ; quand un petit espace les sépare, cela fait 61. Aussi les mathématiciens de Babylone, dans

les derniers siècles avant notre ère, ont-ils rempli l'espace vide par un signe, deux petits clous obliques indiquant l'absence d'une unité d'un rang sexagésimal.

Les Grecs de l'antiquité hellénistique, dans les derniers siècles avant l'ère chrétienne, ont beaucoup étudié l'astronomie babylonienne et adopté, pour les calculs astronomiques, l'arithmétique babylonienne ; dans ce contexte, ils notent quelquefois l'absence d'un rang par un «o» qui est l'initiale du mot grec *ouden*, lequel signifie rien. Pour noter un petit angle inférieur à un degré, ils inséraient ce «zéro» à la place des degrés, puis indiquaient après les minutes et les secondes.

Dans les plus anciens textes indiens, le zéro était noté par un point ou par un petit rond. Ce signe a plusieurs désignations : les Indiens rédigeaient en vers leurs règles de calcul, comme les règles de grammaire et les règles de construction des temples, et ils inventaient des synonymes, d'autres façons de nommer les choses, pour que leurs règles de versification soient respectées. On dénombre une dizaine de façons de nommer zéro, un, deux, etc.

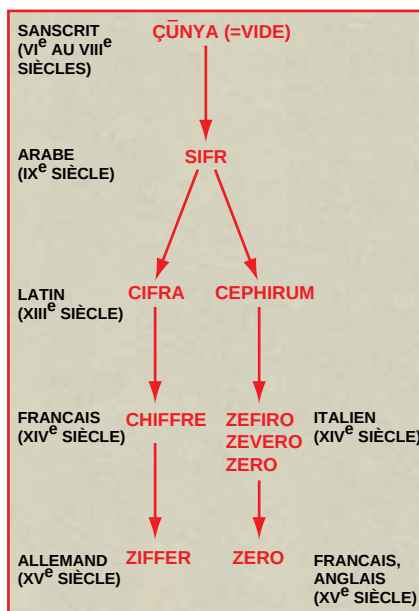
Toutefois, le nom canonique indien est *çūnya*, qui signifie vide en sanscrit et désigne un «blanc». Ce signe n'est pas encore considéré comme un chiffre : il y a neuf marques, les chiffres de 1 à 9, et ce symbole qui indique le vide.

Les Indiens ont toujours eu un système de base 10 : avant l'invention du zéro, 10 est dénoté par un symbole spécial, une espèce de rond avec deux petites cornes sur le côté. Il n'est pas impossible que ce signe soit l'origine du zéro. Les plus anciennes inscriptions indiennes incorporant le système de positions datent des VII^e et VIII^e siècles. En Inde, la plus ancienne inscription comportant la notation avec zéro date du IX^e siècle.

Les Mayas de l'Amérique centrale ont aussi un système positionnel en base 20. La civilisation maya atteint son apogée au X^e siècle de notre ère, plus tard que les Indiens, mais elle s'est développée de façon indépendante, et les Mayas utilisent aussi un zéro. Un zéro qui était noté par une espèce de forme en amande, avec une décoration à l'intérieur qui varie suivant les inscriptions ou les manuscrits.

LA FASCINATION DES GRANDS NOMBRES

Les Babyloniens, les Indiens et les Mayas sont fascinés par les très grands nombres, à la différence des Grecs et des Romains, qui ne s'en préoccupent guère. Le plus grand nombre possible dans la langue grecque, c'est la myriade, c'est-à-dire 10 000. Or le zéro est une première étape dans la représentation commode des



grands nombres, et ni Archimède ni Euclide n'utilisent le zéro. Cependant Archimède avait inventé une méthode pour désigner des nombres extrêmement grands, permettant de compter les grains de sable qui rempliraient la sphère des étoiles fixes.

Les Babyloniens, avec la base 60, peuvent noter de très grands nombres de façon économique. Chez les Indiens, avec la base 10, c'est un peu plus compliqué, et les erreurs sont plus faciles. Toujours est-il que les Indiens ont systématisé cette notation du zéro dans les premiers siècles de notre ère. On n'en sait pas beaucoup plus.

Les Chinois n'ont adopté la notation du zéro indien que très tardivement, au XIII^e siècle. À l'époque, les Chinois ont une notation numérique mixte : ils notent 1 par un trait horizontal, 2 par deux traits, 3 par trois traits ; ensuite, il y a des chiffres jusqu'à 9, et puis 10 est représenté par une croix et, quand on veut noter 20, on met le chiffre 2, c'est-à-dire deux traits, suivi de la croix. C'est deux fois 10. Il existe un symbole indépendant pour 100, un symbole indépendant pour 1 000. Les Chinois, pour faire leurs calculs, se servent de baguettes qu'ils posent sur une table en colonnes verticales : une colonne pour les unités, une colonne pour les dizaines, etc. Ils n'avaient pas besoin du zéro, puisque, sur la table, une colonne vide dénote le rang de l'absence.

Au XIII^e siècle, dans les traités mathématiques, pour expliquer leurs algorithmes, les Chinois reproduisent en marge du traité la configuration des baguettes et s'aperçoivent qu'il était très gênant de laisser des places vides, et ils commencent à placer un grand rond, le symbole indien du zéro, aux endroits adéquats.

Les Arabes adoptent le système indien dès la fin du VIII^e siècle de notre ère, au début parallèlement à d'autres systèmes. Vers 825, un grand mathématicien de Bagdad, inventeur de l'algèbre, Al-Khwarizmi, rédige un traité sur ce qui s'appelait le calcul indien. Là apparaissent non seulement la notation du zéro, mais aussi des méthodes de calcul utilisant ce nombre.

Car ajouter un zéro, à droite, revient à multiplier par 10. Un poète indien du XVII^e siècle, Bihārī, évoque le point que les femmes ont sur le front, point qui multiplie leur beauté par 10, comme le point à côté d'un nombre multiplie le nombre par 10.

Malheureusement l'original arabe du livre d'Al-Khwarizmi a disparu, et l'on n'en a que des adaptations en latin qui datent du XII^e siècle. On en connaît plusieurs adaptations un peu différentes inti-

Document PLS



1. Plus ancienne inscription où apparaît le zéro, dans le nombre 270, coloriée en jaune sur l'illustration par souci de clarté. D'autres chiffres, 933 (en bleu) et 187 (en rouge) confirment que les indiens utilisaient la numérotation de position et le système décimal. Sur cette inscription de Gvalior, le nombre 933 indique la date qui correspond à 870.

	594	753	793	815	837	867	870	876	917	925
1			-				1	1		
2				2			2			2
3	3						3	3		
4	4				8		8		8	
5		5	9		4		5	5	4	
6	6	6					2			
7		7	3	3		7	7	7	7	
8				7		7	7	7		7
9					9	9	9	9	9	9
0							0	0	0	

Document PLS

2. Chiffres des premières inscriptions hindoues, avec apparition de la notation avec zéro dans l'inscription de Gvalior.

tulées algorithmes, prononciation latine au Moyen Âge du nom Al-Khowarizmi. Au Moyen Âge, un algorithme c'était un livre sur les méthodes de calcul.

LE NOM DE ZÉRO

D'où vient le nom zéro ? En sanscrit, zéro est écrit *çūnīa*, le vide. Les Arabes, quand ils ont adopté le système indien, ont traduit vide en arabe : le mot utilisé, *sifr*, vient d'une racine qui signifie «être vide». Les Latins ont adopté le mot arabe tel quel, *ciphra*, avec des formes un peu différentes. Dans certains textes latins, zéro c'est un petit cercle ; dans d'autres c'est une petite roue. Léonard de Pise, un auteur plus connu sous le nom de Fibonacci, a écrit en 1202 un célèbre livre, *Liber abaci*, où il dénomme le zéro *cephirum* d'après l'arabe. Le latin *cifra* qui en découle a donné, probablement par l'intermédiaire du picard, chiffre.

Dans les anciens textes français, chiffre signifie parfois zéro et, par exten-

sion, désigne tous les chiffres. Les chiffres, ce ne sont pas des nombres, ce sont les symboles numériques. Aujourd'hui, on parle toujours de chiffres, on «fait du chiffre», on «donne les choses en chiffres», les hommes d'affaires, les banquiers parlent de chiffres pour signifier nombres. Or les chiffres, ce sont les symboles ; c'est une erreur que de confondre les lettres et les mots. Il y a des mots d'une lettre en français, mais ce ne sont pas des lettres. Longtemps, zéro a été un symbole, pas un nombre.

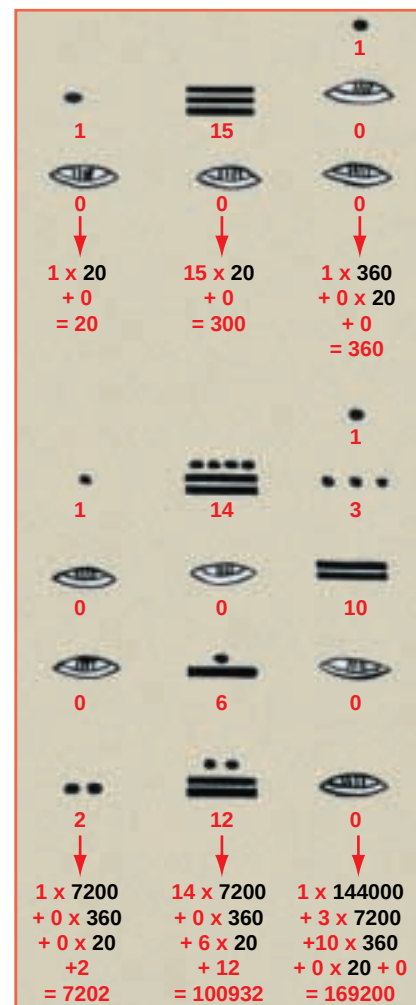
LE ZÉRO ET L'INFINI

Dès qu'il a fallu faire de l'arithmétique, il a fallu expliciter les opérations sur le zéro. Les règles de base sont explicitées dans les traités de calcul indiens du ^ve siècle, et les Indiens se posent le problème de la division par zéro. C'est là que l'infini apparaît. De manière floue. Par exemple, Brahmagupta, au ^{vii}e siècle,

dit : «Un nombre divisé par zéro, ça fait ce qu'il dénomme *taccheda*. *Taccheda* c'est le nom de dénominateur et *taccheda* signifie «ce qui a ce dénominateur», c'est-à-dire la fraction qui a pour dénominateur zéro.

Un auteur un peu postérieur Mahāvīra, commet une erreur. Il énonce : «Un nombre divisé par zéro, ça fait zéro.» Bhāskara, qui vit au ^{xii}e siècle, à l'apogée de la mathématique indienne, tente de clarifier la question en énonçant : «Un nombre divisé par zéro, c'est le nombre qui a comme dénominateur *kha*, c'est-à-dire le creux, le vide, zéro.»

Il précise : «Ce nombre ne peut être ni augmenté ni diminué», en se référant à la mythologie indienne où zéro est comme le dieu immuable qui n'est ni augmenté ni diminué au changement de cycle. Dans la conception indienne de l'éternel retour, quand le monde disparaît et est recréé, un nombre gigantesque d'êtres sont absorbés et sont créés, mais le dieu reste immuable.



4. Exemples d'utilisation de barres et de cercles dans la numérotation calendaire maya. À chaque nombre est associé le signe d'une période, d'un jour ou d'un mois. Les Mayas commençaient logiquement leur numérotation par zéro. Certaines désignations de

nombres sont seulement utilisées dans les calendriers. Dans les codices (à gauche), le système de numération est à base 20, sauf pour le troisième ordre, de base 18 (pour faire que 1 en troisième position donne 360, le nombre approximatif de jours dans un an).