

DYNAMIQUE DES POPULATIONS ET SENS GIRATOIRE

Puis les traits de Heidi se détendirent. Les yeux fermés, elle laissait le soleil caresser son visage et rayonnait, comme si elle pensait à quelque chose de très beau.

«À quoi penses-tu, me hasardai-je à lui demander?

– Je rêve à une île déserte.»

Mon imagination se mit à errer. Les mers du Sud, des palmiers, le soleil, Heidi et moi...

«Terre-Neuve, au large de la côte Est du Canada, reprit-elle. C'est très isolé, et près de la moitié de l'île est couverte par la toundra, des marécages et des marais. Le sol dégèle trois mois par an environ.

– Ah bon.

– C'est très intéressant.

– Vraiment?

– Oui, car les espèces de mammifères y sont rares.»

Elle ne se laissa pas démonter par mon air dubitatif et poursuivit : «Il y a des lièvres arctiques, des lièvres américains, des caribous, des lynx et quelques autres espèces de moindre importance. On observe une variation pluriannuelle très régulière des populations de ces animaux. Chaque fois que les lièvres américains sont très nombreux, le nombre des lynx augmente l'année suivante, ce qui entraîne ensuite une diminution du nombre de lièvres américains. L'effectif des lynx décroît alors, et ce processus se répète tous les dix ans environ. Les populations de caribous et de lièvres arctiques suivent ces variations avec un léger décalage. Le plus intéressant, dans tout cela, c'est que si l'on examine des caribous morts au printemps, on constate qu'ils ont la plupart du temps été mordus par des lynx (voir *Changement de proie dans un écosystème simple*, par Arthur Bergerud, *Pour la Science*, février 1984).

– Et ça te plaît d'aller disséquer des caribous morts dans les étendues glacées de Terre-Neuve?

– Mais oui! On a même remarqué que certains abcès purulents...

– Tu ne serais pas biologiste?

– Si.

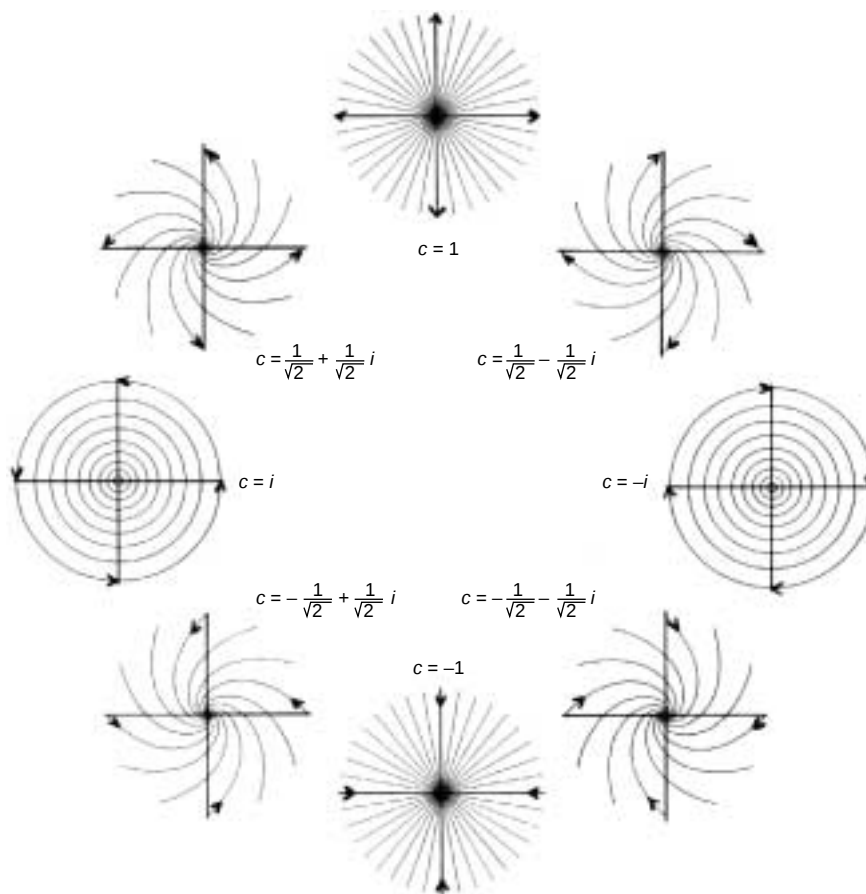
– C'est donc ça!»

À nouveau, silence confus. Je cherchai désespérément un sujet de conversation favorable.

Tout d'un coup, une idée me vint : «Mais c'est la même chose que les voitures autour de nous!»

Manifestement, Heidi ne comprenait pas.

«Mais si, poursuivis-je. Tu m'as dit toi-même que seuls les lynx et ces petits lièvres étaient importants.



Wilhelm Scharnowell

2. Courbes intégrales du champ de vecteurs complexe $u(z) = cz$ pour différentes valeurs de c . La position de chacune des figures obtenues dépend des coordonnées du point c dans le plan complexe. Contrairement à l'habitude, l'axe réel est ici dirigé vers le haut. Lorsque c varie le long de la circonférence d'un cercle, l'étoile prend la forme de spirales logarithmiques qui deviennent de plus en plus serrées jusqu'à former une famille de cercles.

– Le lièvre américain *Lepus americanus*, s'il te plaît, à ne pas confondre avec le lièvre arctique *Lepus arcticus*. Mais à part cela, c'est vrai.

– Et bien voilà! Puisque tu connais le nombre de lynx x et le nombre de lièvres y , tu peux marquer un point (x, y) dans un système de coordonnées.

– Ah...»

De nouveau, ce regard de madone douloureuse me poussa à enchaîner sans attendre :

«L'état de ton système est alors représenté par un point dans un plan – ou par deux nombres réels, ce qui revient au même. On détermine facilement le mouvement de ce point, qui représente l'état de la population animale, car je pense que si les lynx mangent les lièvres, l'inverse n'est pas vrai.

– Bravo!

– Et si les lièvres ne se font pas manger, ils vont se multiplier comme des lapins.

– Non, car leur comportement sexuel est très différent.

– Je voulais simplement dire que l'augmentation de leur effectif est pro-

portionnelle à leur nombre. Ce qui veut dire qu'en chaque point correspondant à un temps donné, la dérivée temporelle sera proportionnelle à ce nombre lui-même.

– La dérivée temporelle?

– Oui, le truc classique, $y(t+h)$ moins $y(t)$, divisé par h . Et ensuite, on fait tendre la valeur limite de h vers zéro.

– Tu veux dire que les lièvres d'aujourd'hui moins les lièvres d'hier, divisés par un jour, cela nous donne le nombre de lièvres nés par jour?

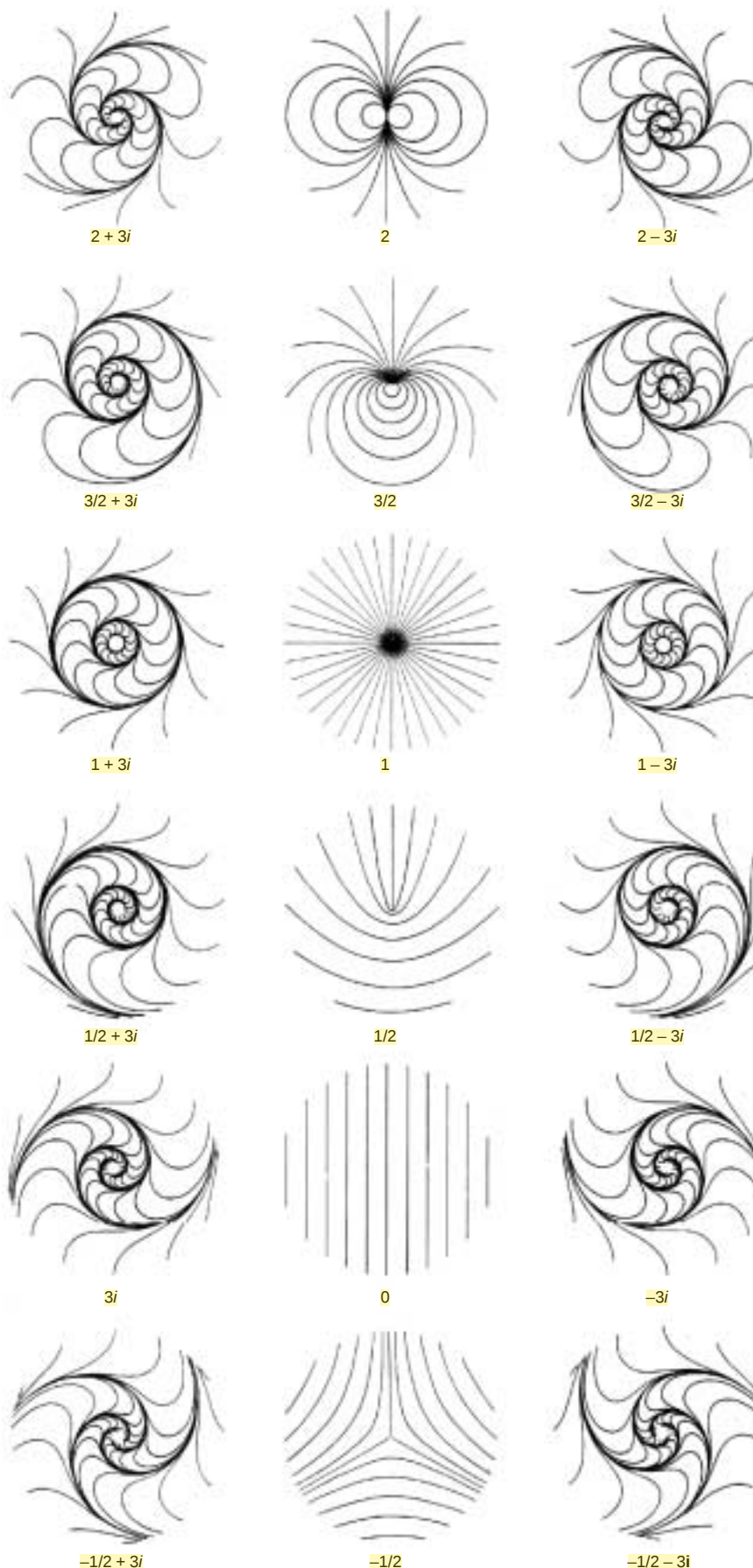
– Exactement. Et en plus, y dépend de manière continue de t , d'où $y(t+h)$ tend vers $y(t)$ lorsque h tend vers zéro, ce qui fait que le numérateur et le dénominateur de cette équation tendent tous deux vers une valeur infinitésimale, et alors tout dépendra de la valeur limite du quotient...

– Tendront vers une valeur infinitésimale? Comment vois-tu les choses? En millilièvres par seconde?

– C'est à peu près ça.»

Regard dévastateur :

«J'en étais sûre. les mathématiques ne sont que des bêtises. Un lièvre naît ou il ne naît pas. Je n'ai jamais entendu



Wilhelm Scharnowell

3. Diagrammes de la fonction complexe $u(z) = z^n$ pour différentes valeurs de l'exposant n . Cette valeur est indiquée pour chacune des figures obtenues.

parler d'une hase qui serait un tout petit peu enceinte !

– Ne prends pas le formalisme à la lettre. Imagine qu'il y ait un grand nombre de lièvres. Un de plus ou de moins ne fera pas grande différence. À ce stade, on ne peut plus juger si la population évolue de manière continue ou par incréments.

– Bon, je veux bien, mais pourquoi tenir des raisonnements si déroutants ?

– Parce qu'on peut alors décrire tous les facteurs importants en termes mathématiques : reproduction, mort de faim, capture par un prédateur, prolifération des survivants...

– Mais ce n'est pas en se faisant dévorer qu'un lièvre fait plus de petits.

– Certainement pas, mais quand la nourriture est plus abondante, les portées sont plus nombreuses.

– D'accord, mais tout dépend aussi de la probabilité avec laquelle les lynx attrapent les lièvres. Comment peux-tu prédire de manière exacte combien de millièmes de lynx vont naître en plus par seconde grâce à la consommation de lièvres ?

– Je ne peux pas le dire de manière précise, mais, de nouveau, ces effets de hasard se compensent lorsqu'on considère des populations importantes. C'est pourquoi l'on peut dire avec certitude qu'il suffit de connaître l'état des populations à un instant pour pouvoir prévoir comment les populations évoluent ensuite. C'est ce qu'on appelle une équation différentielle : à chaque état est associée une indication définissant l'évolution de cet état à l'instant suivant. Ou en termes géométriques : à chaque point du plan est associé une flèche de direction.»

On devinait le combat intérieur que se livrait Heidi. Devait-elle prendre mes paroles au sérieux ? En tout cas, elle sembla prête à suivre ce raisonnement, du moins provisoirement. Elle enchaîna, en effet : « Si maintenant les lynx sont rares et les lièvres nombreux, alors x est petit et y grand, et l'état du système sera décrit par un point situé en haut dans un système de coordonnées. Si tel est le cas, les lynx disposeront d'une nourriture abondante et se multiplieront, de sorte que le nombre des lièvres diminuera en conséquence. Et, si je comprends bien, il pendra de ce point une flèche dirigée en bas à droite.

– C'est tout à fait ça ! Les flèches sont nommées des vecteurs, et l'ensemble des flèches forme un champ de vecteurs. Tout cela n'est qu'un détail terminologique.

– Me voilà bien avancée, qu'est-ce que j'en tire ?

– Peut-être une solution de l'équation différentielle, qui constituerait une prévision de l'évolution de la population. Ou,