

Plus grand nombre premier

Les plus grands nombres premiers sont les nombres de Mersenne, de la forme $2^n + 1$, où n est un nombre lui-même premier. Le 13 novembre 1996, Joël Armengaud, après un long calcul effectué sur 18 *pentiums* en parallèle, a montré que le 35^e nombre de Mersenne, où n est égal à 1 398 269, est premier. Ce nombre comporte 400 chiffres en écriture décimale. Le site Internet sur lequel on trouve tout ce qu'on voulait savoir sur les nombres de Mersenne sans l'avoir demandé est <http://www.utm.edu/research/primes>.

Qu'elle était verte ma prairie

Selon l'Institut français de l'environnement, la surface des prairies, qui représentent encore un cinquième du territoire français, a diminué de 25 pour cent depuis 1970. L'intensification de l'agriculture, les quotas laitiers et l'élevage en batterie sont les causes de cette disparition. On méconnaît trop souvent le rôle écologique des prairies : habitat de nombreuses espèces animales, elles contribuent aussi à réduire l'érosion des sols et les inondations. Des mesures récentes tentant d'empêcher leur transformation en culture semblent insuffisantes.



La vie, plus vieille que prévu

Dans des sédiments trouvés au Sud-Ouest du Groenland, les géologues ont trouvé la trace d'un océan disparu, âgé de 3,85 milliards d'années. On croyait que cette eau avait précédé l'apparition de la vie, mais S. Mojzsis et ses collègues de l'Institut de La Jolla ont refait les analyses du carbone organique présent dans les sédiments ; l'abondance des carbones 12 et 13 révèle la présence de vie dans cet océan.

Pair, impair et molécules

Parmi les sept millions de molécules organiques (contenant du carbone) connues, il y en a quatre pour cent de plus avec un nombre pair d'atomes de carbone qu'avec un nombre impair de ces atomes. Cette découverte, obtenue par des chimistes suisses et indiens, a surpris plus d'un chercheur : aucune explication n'est proposée pour l'instant. Ces chimistes auraient-ils mis le doigt sur une dissymétrie cachée de la matière?

Suite page 24

Couronnes de feuilles

La composition des couronnes végétales romaines.

Dans l'iconographie populaire, le général romain vainqueur est ceint d'une couronne de laurier : à Rome, les personnages de marque étaient honorés avec des couronnes de fleurs ou de feuillage. Faute de vestiges réels, les archéologues connaissent surtout ces ornements par des textes et des représentations artistiques : portraits sur pierre ou en bronze, monnaies et peintures murales. Pour préciser ses études des peintures murales de tombeaux du Bas-empire romain, qui montrent des couronnes de roses, Alix Barbet, du CNRS, a fait analyser des couronnes végétales découvertes il y a une vingtaine d'années dans une tombe romaine : la plante utilisée était la mélitte à feuilles de mélisse (*Melittis melissophylum*), plante ornementale et médicinale.

La tombe des Couronnes est située dans la nécropole de Mangalia, ville fondée par les Grecs sur la rive Ouest de la mer Noire, au VI^e siècle avant notre ère, sous le nom de Callatis et passée sous domination romaine à la fin du I^{er} siècle de notre ère. Un sarcophage contenait le corps partiellement conservé d'une femme d'une quarantaine d'années qui portait un diadème d'or et des vêtements brodés. Elle était aussi entourée d'objets familiers : plusieurs paires de chaussures, un miroir, des boîtes de fard ou d'onguents et des vases de verre intacts. La typologie de ces vases indique que l'inhumation a eu lieu au II^e siècle.

Des dizaines de couronnes végétales, petites et rondes, ou plus volumineuses et pliées en deux avaient aussi été déposées aux côtés de la défunte. Elles se présentent aujourd'hui comme des agglomérats serrés d'éléments végétaux desséchés,

de couleur brunâtre. Ce n'était pas des couronnes de fleurs, mais de feuilles : les fragments présentent des innervations, un contour parfois denté, des traces de pétiole (la «queue» d'une feuille), et l'ensemble est uniformément couvert de poils glabres, non urticants, à trois ou quatre segments. Selon ces caractéristiques, déterminées par P.O. Combelles, du Muséum national d'histoire naturelle, ces feuilles sont celles d'une plante de la famille des labiées (comme la menthe, le thym ou l'origan).

Pour préciser l'identité de cette plante, un texte de Plinius l'Ancien a été déterminant. Dans son *Histoire naturelle*, il décrit les plantes utilisées pour fabriquer des couronnes (Livre XXI, 29) : «On employa donc pour les couronnes de feuillage la bryone, le troène, l'origan, le cnéorum, qu'Hygin appelle casia, la conyzia, qu'il appelle cunilago, le melissophyllon, qu'il appelle apiastrium...» Le melissophyllon, ou mélitte à feuilles de mélisse, est une labiée aux feuilles couvertes de poils qui pousse dans toute l'Europe tempérée. La comparaison des feuilles de la guirlande avec des échantillons de cette plante provenant de Roumanie confirme qu'il s'agit de la même espèce.

Selon l'analyse des pollens contenus dans un échantillon de couronne, réalisée par l'équipe de Michel Girard (CRA, CNRS), la mélitte n'était pas en fleur : l'enterrement aurait eu lieu en hiver ou au tout début du printemps. En revanche, des fleurs d'une plante de la famille des borraginées (celle du myosotis et de l'héliotrope) étaient probablement intercalées avec les feuilles : on en retrouve de nombreux grains de pollen. Les grains de céréales retrouvés sur le même échantillon de couronne indiquent aussi que de la paille intervenait dans sa confection.

La mélitte à feuilles de mélisse, plante d'ornement, a des propriétés apéritives, diurétiques, dépuratives et antispasmodiques. Un dicton provençal conseille aux femmes d'en avoir toujours à portée de main, pour soigner les règles douloureuses et des troubles liés à la ménopause. Son utilisation pour fabriquer les guirlandes déposées dans la tombe d'une femme était-elle associée à ses vertus médicinales?



Photographie : F. Monier, Cartouche à droite : P.O. Combelles

La mélitte à feuilles de mélisse, qui compose les couronnes végétales retrouvées dans cette tombe romaine, a été identifiée grâce aux poils (cartouche) qui couvrent ses feuilles.



De Fermat à abc

On généralise le théorème de Fermat.

En démontrant le théorème de Fermat, en 1994, Andrew Wiles et ses collègues parachevaient l'édifice construit depuis trois siècles. Cette démonstration n'a cependant pas mis un terme aux recherches dans ce domaine. Henri Darmon, de l'Université McGill, et Loïc Merel, de l'Institut de mathématiques de Paris 6, ont prolongé le théorème de Fermat.

L'étude des équations diophantiennes, équations polynomiales dont les constantes et les solutions sont des entiers, est centrale en théorie des nombres. Depuis le XVII^e siècle, les mathématiciens ont accumulé les résultats sur des équations diophantiennes particulières : ainsi l'on sait qu'il n'y a pas d'entiers qui vérifient $x^4 + y^4 = z^2$ (Fermat, XVII^e siècle), $x^3 + y^3 = z^3$ et $x^4 + y^4 = 2z^2$ (Euler, XVIII^e siècle).

TRIPLETS (abc)

$$\begin{aligned} 1 + 2^3 &= 3^2 \\ 2^5 + 7^2 &= 3^4 \\ 13^2 + 7^3 &= 2^9 \\ 17^3 + 2^7 &= 71^2 \\ 3^5 + 11^4 &= 122^2 \\ 17^7 + 76\,271^3 &= 21\,063\,928^2 \\ 1\,414^3 + 2\,213\,459^2 &= 65^7 \\ 9\,262^3 + 15\,312\,283^2 &= 113^7 \\ 43^8 + 96\,222^3 &= 30\,042\,907^2 \\ 33^8 + 1\,549\,034^2 &= 15\,613^3 \end{aligned}$$

La conjecture abc prédit qu'il n'y a qu'un nombre fini de triplets (abc) de la forme $x^r + y^s = z^t$ avec $1/r + 1/s + 1/t < 1$. Seuls les dix triplets ci-dessus ont été découverts.

Un triplet (abc) désigne trois entiers non nuls a, b, c sans facteur commun et vérifiant $a + b = c$ (ainsi, dans l'égalité $1 + 2^3 = 3^2$, $a = 1$, $b = 8$ et $c = 9$). On sait aujourd'hui, outre l'absence de solution de l'équation de Fermat $x^n + y^n = z^n$ pour n supérieur à 2, que, pour n grand, il n'y a qu'un nombre fini de triplets (abc) de la forme $x^n + y^n = \lambda z^n$, où λ est une puissance d'un nombre premier qui n'est ni 2, ni de la forme $2^k + 1$ ou $2^k - 1$. Le

cas où λ est égal à 2 est aujourd'hui résolu : Loïc Merel et Henri Darmon ont démontré que le seul triplet d'entiers premiers entre eux vérifiant $x^n + y^n = 2z^n$, avec n supérieur à 2, est (1,1,1).

La conjecture de Fermat-Catalan généralisée a été proposée : pour u, v et w entiers fixés, il n'y a qu'un nombre fini de triplets (abc) de la forme $ux^r + vy^s = wz^t$ avec $1/r + 1/s + 1/t < 1$.

On démontrerait facilement ce résultat si une conjecture encore plus forte, formulée en 1984 par David Masser et Joseph Oesterle, la conjecture abc, était vraie. Son énoncé affirme que pour tout triplet (abc), c ne peut être « trop grand » comparé au produit des nombres premiers divisant abc (noté $p(abc)$). À titre d'illustration, on n'a trouvé aucun triplet (abc) avec $c > p(abc)^2$.

Malgré sa jeunesse, la conjecture abc suscite un intérêt considérable. Si on savait la démontrer, elle entraînerait bien d'autres conjectures et théorèmes difficiles. On en déduit notamment, le théorème général sur la conjecture de Mordell, dont la démonstration a valu au mathématicien allemand Gerd Faltings la médaille Fields en 1984.

Le blé, polluant marin

Entre Corse et Sardaigne s'étend la réserve naturelle des Lavezzi, où flore et faune sont préservées sur 5 000 hectares. L'écosystème y est protégé, la pêche au harpon et à la ligne y sont interdites. Le 25 septembre 1996, un cargo chargé de blé, en provenance de Port-La-Nouvelle, près de Narbonne et en route pour l'Albanie, s'est échoué. Les 2 500 tonnes de blé qu'il transportait se sont répandues sur



Le blé répandu au fond de la mer (à gauche) asphyxie les herbiers de posidonie (à droite).

le fond. Juste après le naufrage, la surface recouverte était de l'ordre de un hectare. Pourtant, comme la masse de blé se déplace au gré des courants et des tempêtes, certaines zones recouvertes après le naufrage sont aujourd'hui découvertes, tandis que de nouvelles zones sont enfouies.

Or, tout ce qui est enfoui sous le blé périt : que ce soit la faune fixée ou la flore. De surcroît, le blé se décompose, libère de l'amidon sous forme d'une pellicule blanche qui recouvre l'eau, ou de filaments qui s'agglutinent sur les algues. Toutes les algues et les massifs de posidonie (des plantes à

fleurs sous-marines), privées de leur apport en oxygène, meurent.

Selon Alexandre Meinesz, du Laboratoire Environnement marin littoral, à Nice, les pétroliers qui se sont échoués de par le monde, libérant de leur soute des centaines de milliers de tonnes de pétrole ont eu un impact désastreux sur la faune et sur la flore des régions exposées, mais quelques années plus tard, faune et flore s'étaient reconstituées naturellement.

Au contraire, étant donné la faible vitesse de croissance de certaines des espèces détruites par le blé, il faudra plusieurs siècles pour que les herbiers de posidonie recolonisent les surfaces « brûlées » par le blé en décomposition. En effet, les posidonies progressent par leur rhizome, une tige rampante d'où partent racines et feuilles. Or ce rhizome ne pousse que de quelques centimètres par an. Le blé – polluant inattendu – a commencé à être pompé au début du mois de décembre, afin que l'impact écologique de cet échouage soit limité.