

ronnement par une série de points régulièrement espacés, le maillage. Puis ils fournissent les coordonnées du maillage et les paramètres qui leur sont associés au programme de résolution des équations de Navier-Stokes. L'ordinateur calcule ensuite la valeur des paramètres importants – la vitesse de l'air et la pression – en chaque point du maillage.

Le maillage permet de diviser le problème global (techniquement, on dit qu'il le « discrétise ») en autant de petits problèmes élémentaires que l'on a retenu de points. Les calculs étant effectués à intervalles réguliers pour simuler l'écoulement du temps, la simulation est également discrète dans le temps. Les résultats de la simulation sont d'autant plus précis que les points du maillage sont proches – et donc nombreux – et que les calculs opérés en ces points sont fréquents (quand l'intervalle de temps est bref). Pour la simulation d'écoulements autour de corps de formes complexes, la définition de la surface et du maillage sont des problèmes importants.

Un casse-tête de calcul numérique

En outre, la donnée des conditions aux limites et des conditions initiales ne garantit pas l'obtention d'une solution, du moins avec les ordinateurs actuels ou disponibles dans un futur proche. En effet, les équations de Navier-Stokes sont non linéaires : les variables figurant dans ces équations varient les unes en fonction des autres selon des lois de puissance supérieure à un. Les interactions de ces variables non linéaires engendrent alors des phénomènes à des échelles spatiales très différentes, ce qui complique beaucoup la résolution des équations. Ainsi les écoulements turbulents contiennent des tourbillons dont les plus gros peuvent être 1 000 fois plus gros que les plus petits. La dépendance globale est une autre complication : la pression du fluide en un point dépend de l'écoulement en de nombreux autres points. Cette corrélation entre les diverses parties du problème nécessite le calcul simultané des solutions en de multiples points.

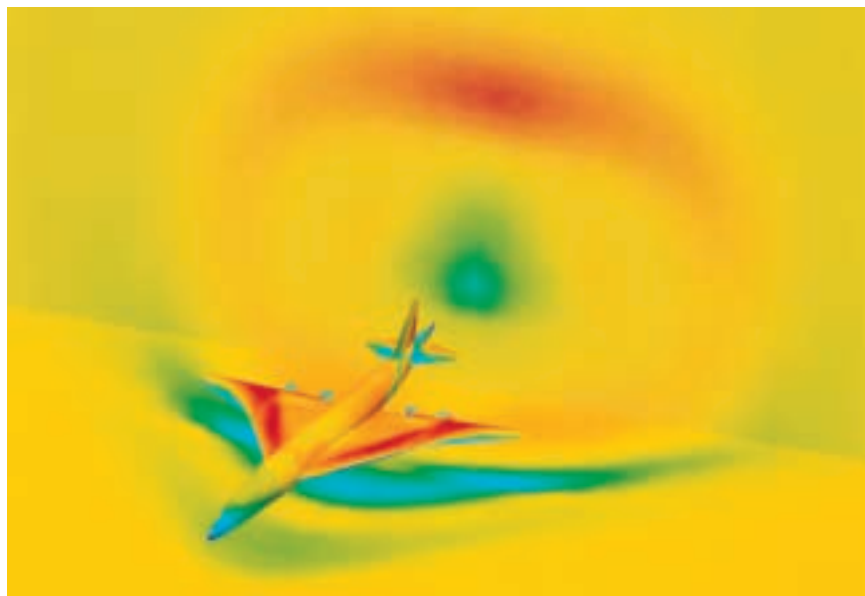
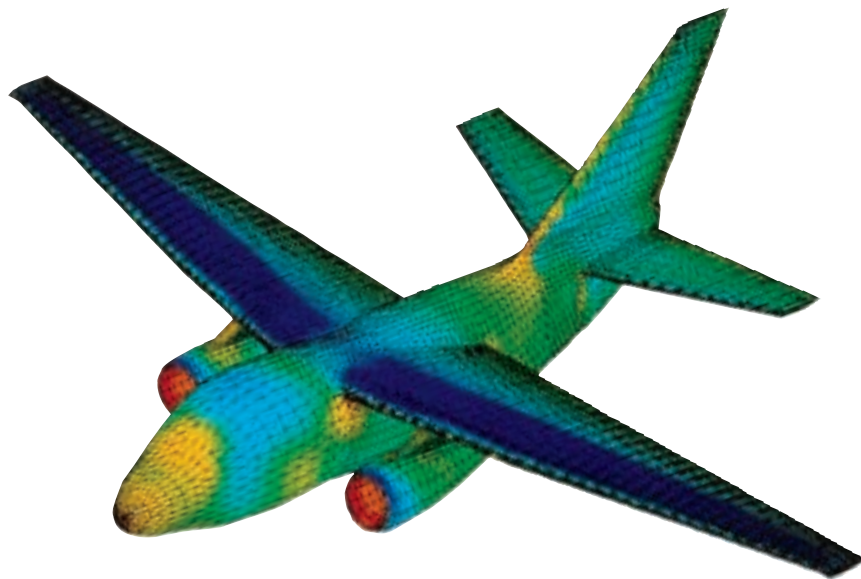
Si la description précédente donne une idée des aspects fondamentaux de la simulation en dynamique des fluides, elle ne tient pas compte de la

turbulence, sans laquelle toute évaluation des possibilités et des limitations réelles des simulations est infondée. Nous le verrons : les difficultés engendrées par la turbulence restreignent le réalisme de nos simulations des écoulements fluides.

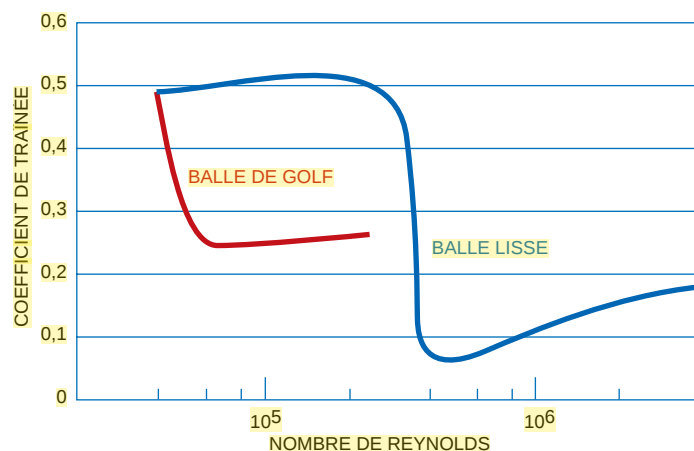
La manière la plus simple de prendre en compte la turbulence est l'utilisation du nombre de Reynolds, un paramètre qui résume les caractéristiques d'un écoulement. Ainsi nommé en l'honneur de l'ingénieur britannique Osborne Reynolds, ce

nombre mesure le rapport – l'importance relative – des forces inertielles de l'écoulement et des forces de viscosité (on calcule une force inertielle d'écoulement en multipliant la densité du fluide par le carré de sa vitesse et en divisant ce produit par une longueur caractéristique de l'écoulement, telle l'épaisseur de la couche limite d'air, si l'écoulement s'effectue au-dessus d'une aile).

Les forces inertielles favorisent la turbulence, alors que les forces de viscosité s'opposent à son apparition.



2. LA PRESSION DE L'AIR sur un Lockheed S-3A (en haut) en vol est maximale au voisinage du nez de l'avion et à l'intérieur des nacelles des moteurs, suspendues sous les ailes. Le filet qui enveloppe l'avion est le maillage utilisé lors de la simulation numérique ; l'ordinateur a calculé la valeur de la pression de l'air à chaque point d'intersection du maillage. Ce type de simulation est un élément décisif pour vérifier la conception des avions supersoniques (en bas) et hypersoniques, pour lesquels les essais en soufflerie sont impossibles. La simulation de ce prototype supersonique montre également le bang supersonique, correspondant ici au cercle à l'arrière de l'avion. Les ingénieurs aéronautiques se préoccupent aujourd'hui beaucoup de ces bangs supersoniques dont le public ne veut plus.



3. LA TRAÎNÉE D'UNE BALLE DE GOLF est principalement due à la pression de l'air. Cette traînée apparaît lorsque la pression devant la balle est bien supérieure à la pression derrière elle. On réduit la traînée en bosselant la surface de la balle ; les bosses et les creux accroissent la turbulence très près de la surface, ce qui entraîne un resserrement de la zone centrale du flux d'air, et donc une augmentation de la pression à l'arrière de la balle. Le diagramme ci-dessus montre que, pour des nombres de Reynolds accessibles lorsqu'on frappe la balle avec un club, la traînée est bien inférieure si la balle est bosselée.

Autrement dit, la turbulence apparaît lorsque le nombre de Reynolds dépasse un certain seuil. Ce nombre est proportionnel à la taille de l'objet et à la vitesse de l'écoulement. Par exemple, le nombre de Reynolds pour de l'air glissant sur le fuselage d'un avion de ligne volant à sa vitesse de croisière est de l'ordre de 100 millions. Pour de l'air s'écoulant autour d'une balle de golf, il est égal à 200 000 environ. Pour le sang circulant dans une artère de dimension moyenne, il est égal à près de 1 000.

Nous l'avons vu, l'une des caractéristiques de l'écoulement turbulent est qu'il se compose de tourbillons de tailles très diverses. Ces tourbillons se forment et se défont en permanence. Les grands tourbillons se dissocient en tourbillons plus petits, qui, à leur tour, se dissocient en tourbillons encore plus petits, et ainsi de suite. Lorsqu'ils deviennent suffisamment petits, ils disparaissent en dissipant leur énergie par chauffage du fluide.

La résolution des équations de Navier-Stokes dans le cas de l'écoulement de l'air à la surface d'un avion, par exemple, nécessite un maillage suffisamment serré pour révéler les plus petits tourbillons, mais assez grand pour englober l'avion entier et une partie de l'espace qui l'entoure. Dans un écoulement turbulent, l'amplitude des échelles de longueur – le rapport des dimensions des plus

grands tourbillons à celles des plus petits – est égale au nombre de Reynolds de l'écoulement élevé à la puissance $3/4$. Cette valeur permet d'évaluer le nombre de points du maillage nécessaires pour obtenir une simulation relativement précise : comme l'espace a trois dimensions, ce nombre est proportionnel au cube du rapport des échelles de longueur. Ainsi, le nombre de points nécessaires pour avoir une simulation numérique fiable est proportionnel au nombre de Reynolds élevé à la puissance $9/4$. En d'autres termes, un doublement du nombre de Reynolds multiplie presque par cinq le nombre de points du maillage.

Considérons un avion de transport de 50 mètres de long et dont le profil d'aile mesure environ cinq mètres. Si l'avion vole à 250 mètres par seconde, à une altitude de 10 000 mètres, le nombre de points du maillage nécessaires pour simuler la turbulence au voisinage de sa surface avec suffisamment de détails est égale à dix milliards de milliards (10^{16}).

Quel type d'ordinateur peut-il effectuer de tels calculs ? Avec les algorithmes et les logiciels actuels, même un ordinateur capable d'effectuer 1 000 milliards (10^{12}) d'opérations en virgule flottante par seconde mettrait plusieurs dizaines de milliers d'années pour calculer l'écoulement de l'air durant une seconde de vol !

Heureusement, les aérodynamiciens n'ont pas besoin de simuler l'écoulement autour d'un avion entier pour recueillir des informations utilisables. De surcroît, une telle simulation fournirait tant de données qu'on ne saurait probablement pas les exploiter. En pratique, les physiciens des fluides s'intéressent uniquement aux effets de la turbulence sur les paramètres techniquement utiles, tels que l'écoulement moyen d'un fluide ou, dans le cas d'un avion, les forces de frottement, la portance et le transfert de chaleur. Pour un moteur, on s'intéresse, par exemple, aux effets de la turbulence sur les vitesses auxquelles s'effectue le mélange du carburant et du comburant.

De la simulation à la modélisation

Pour cette raison, on effectue souvent des moyennes sur les échelles de longueur associées aux fluctuations de la turbulence : au lieu de calculer le comportement de chacun des petits tourbillons, on détermine l'écoulement des gros tourbillons, puis on utilise des modèles pour évaluer les effets des petits tourbillons sur les plus gros. On simule ainsi un champ de vitesses moyen, qui correspond à un écoulement plus régulier que l'écoulement réel et qui impose l'emploi d'un maillage beaucoup plus grossier.