

entre elles de façon ordonnée ne peuvent pas produire rapidement un vrai désordre. Ce principe général constaté ici ne doit pas surprendre, car il admet des versions mathématisées. On les démontre en utilisant la théorie de la complexité algorithmique (qui est la théorie fondée sur l'idée que les objets aléatoires sont ceux dont on ne peut pas donner de description courte).

LE MÉLANGE PHARAON

Les tricheurs professionnels et les prestidigitateurs utilisent une opération de mélange qui ne peut être réussie qu'après un long entraînement et avec un jeu en bon état : le *mélange pharaon* ou *mélange parfait*. Il consiste à insérer l'une dans l'autre les deux moitiés d'un jeu coupé en deux. Ce mélange ressemble au *mélange en mitraille* qui, entre des mains non expertes, constitue effectivement une bonne méthode de mélange, car on n'effectue pas la même opération à chaque fois : on ne coupe pas au même endroit et on insère les deux moitiés irrégulièrement (par exemple deux cartes du tas de droite, puis trois du tas de gauche, puis une du tas de droite etc.). Des études mathématiques établissent que, pour bien mélanger un jeu de 52 cartes par le *mélange en mitraille*, il faut l'effectuer six ou sept fois au moins.

Le cartomane bien entraîné, lui, réussit d'abord à séparer le paquet exactement en son milieu, puis à insérer l'une dans l'autre de manière parfaite les deux moitiés du jeu : les cartes des demi-paquets de droite et de gauche alternent donc régulièrement. Comme on ne soupçonne pas que cette perfection soit possible, le procédé est très efficace pour tricher.

Il existe deux versions du *mélange pharaon*, celle où l'alternance obtenue préserve la carte du dessus – appelée *out-faro* – et celle où la carte de dessus est passée seconde (c'est donc la première carte de la moitié du dessous qui se retrouve en première position après l'opération de mélange), appelée cette fois *in-faro* (voir la figure 4).

Le *out-faro* est l'opération inverse de l'opération considérée tout à l'heure (appelée mélange binaire) : si vous effectuez l'une, puis l'autre, vous revenez au paquet initial. Il en résulte que le *out-faro*, pour un jeu de 32 cartes, a une période de 5, et une période de 8 pour un jeu de 52 cartes (une opération a toujours la même période que son opération inverse). On en déduit aussi qu'avec un jeu de 32 cartes, quatre *out-faro* équivalent à un mélange binaire, et quatre mélanges binaires donnent un *out-faro*.

ALGÈBRE DU JEU DE 32 CARTES

MÉLANGE BINAIRE : MB ;
OUT-FARO : OF ; IN FARO : IF

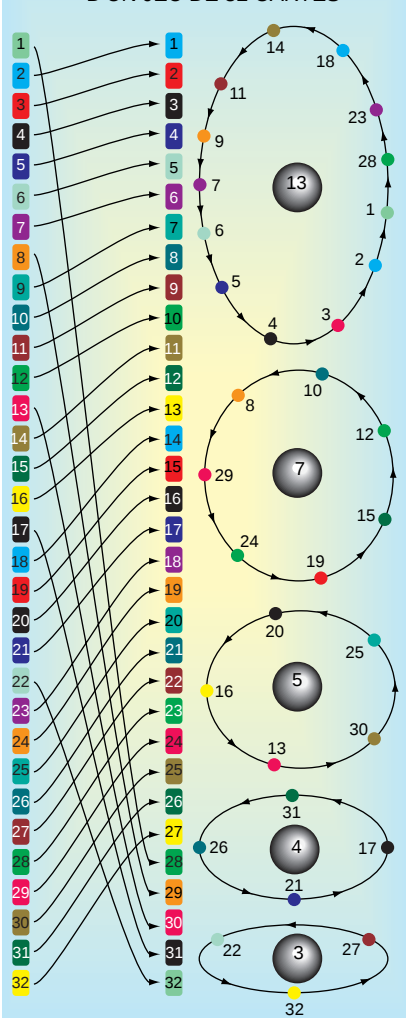
(MB puis MB puis MB puis MB puis MB) = RIEN
(OF puis OF puis OF puis OF puis OF) = RIEN
(IF puis IF puis IF puis IF puis IF) = INVERSION
(INVERSION puis INVERSION) = RIEN
(OF puis MB) = (MB puis OF) = RIEN
(MB puis MB) = (OF puis OF puis OF)

Pour amener la carte du dessus en position numéro 13 (on numérote à partir de zéro : on décompose 13 en base 2 : $13 = 1101$, on fait successivement :

IF puis IF puis OF puis IF
1 1 0 1

5. Les opérations de mélange se combinent selon une algèbre dont nous avons écrit quelques règles. RIEN est l'élément neutre, l'inversion est une racine carrée de RIEN, OF une racine cinquième, IF une racine dixième.

MÉLANGE DE PLUS GRANDE PÉRIODE D'UN JEU DE 32 CARTES



6. Avec un jeu de 32 cartes, le mélange de plus longue période consiste à extraire successivement les cartes de rang 1, 8, 13, 17, 22 et à les placer en dessous. Ce mélange est de période $13 \times 7 \times 5 \times 4 \times 3 = 5\,460$.

Vous le soupçonniez sans doute, l'opération inverse du *in-faro* est la variante du mélange binaire. La période du *in-faro* est donc de 10 pour 32 cartes et de 52 pour 52 cartes, ce que l'on peut constater directement en effectuant les manipulations.

Voici une façon de tricher en utilisant le *out-faro*. Imaginons que vous jouiez à quatre à un jeu où, en utilisant les 52 cartes, on commence par les distribuer toutes par la méthode habituelle (une par une en tournant), ce qui donne 13 cartes pour le joueur à ma gauche A, puis son voisin B, puis son voisin C et enfin moi. En ramassant les cartes, vous préparez discrètement le jeu en mettant, à partir du haut du paquet, les 13 cartes que vous voulez donner au joueur A, suivies des 13 que vous voulez pour B, suivies des 13 pour C et enfin de celles que vous voulez pour vous. Vous pouvez aussi vous contenter de regarder les cartes et d'en retenir certaines, ce qui vous donnera un avantage sérieux. Vous battez deux fois les cartes en utilisant le *out-faro*, et vous distribuez les cartes. Elles seront exactement comme vous le vouliez, car la distribution en quatre, carte par carte, équivaut à deux mélanges binaires que les deux *out-faro* ont par avance annulés. Souvent on doit faire couper le jeu par son voisin avant de distribuer, mais on peut oublier ou utiliser une méthode de *fausses coupes* ou encore *forcer la coupe* là où cela arrange.

Les deux opérations de *out-faro* et de *in-faro* ne constituent pas un système de générateurs, comme les 31 opérations de mélange vues tout à l'heure. En revanche, à elles seules, elles permettent de déplacer la carte du dessus à l'emplacement qu'on veut dans le jeu selon la méthode suivante due à Alex Emsley : pour amener la carte du dessus en position k dans un jeu de $2m$ cartes dont on numérote toutes les positions de 0 jusqu'à $2m - 1$, on décompose k en base 2 (par exemple, $6 = 110$), on interprète les «1» comme «in» et les «0» comme «out», et l'on effectue, de la gauche vers la droite, les opérations de *in-faro* et de *out-faro* correspondantes (pour notre exemple donc : *in-faro*, *in-faro*, *out-faro*). On imagine le parti qu'on peut tirer de ce résultat pour tricher ou faire des tours de prestidigitation.

UN MÉLANGE AVEC DÉCOUPE

Alors que les mélanges que nous avons évoqués traitent tous de cartes qu'on garde entières, voici maintenant un tour amusant qu'on réalise en mélangeant des