

Les tambours liquides

MARIA BRAZOVSKAIA • CATHERINE EVEN • PAWEL PIERANSKI

La mesure des fréquences de vibration de la peau d'un tambour en cristal liquide confirme que des formes différentes donnent parfois les mêmes fréquences : on ne peut pas entendre la forme d'un tambour !

Les bruits qui frappent, plus ou moins agréablement, nos oreilles résultent quelquefois de vibrations de cordes, le plus souvent de vibrations de plaques métalliques de formes variées. Les changements de ces vibrations se traduisent par des changements de sons, lesquels dénotent parfois le défaut des organes d'une machine : nous savons qu'une fêlure est diagnostiquée à l'oreille, et que l'on écoute si un moteur «tourne rond».

Depuis les travaux du physicien anglais Rayleigh, au XIX^e siècle, nous savons, pour quelques contours simples (triangle, cercle, carré), calculer le spectre de vibration d'une membrane, c'est-à-dire déterminer ses fréquences de vibration.

Les mathématiciens ont examiné le problème réciproque : pouvons-nous

«remonter à la source» et connaître la forme d'une surface à partir de son spectre de vibration ? Cette question a été posée pour la première fois par M. Kac (mathématicien américain d'origine polonaise), en 1966, sous la forme suivante : «Can one hear the shape of a drum?» ou : «Peut-on, à partir du spectre de fréquences, déterminer la forme du tambour?»

Après un long cheminement, la réponse théorique à cette question a enfin été apportée en 1992 par les mathématiciens américains C. Gordon, D. Webb et S. Wolpert. On peut la résumer de façon lapidaire : «Non.»

Nous verrons dans cet article comment l'analyse des vibrations d'un film de cristal liquide, très proche d'un tambour idéal, confirme l'analyse mathématique.

Les cristaux liquides

Les trois états habituels de la matière, solide, liquide et gazeux, sont connus de tous. Certaines substances présentent des états intermédiaires où les molécules s'arrangent en structures qui tiennent à la fois du liquide et du solide cristallin. Ces états ont été découverts à la fin du XIX^e siècle par le biologiste M. Reinitzer, puis baptisés «mésophases» par Georges Friedel en 1921.

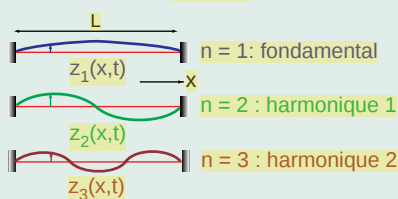
Quelles propriétés spécifiques des molécules leur permettent-elles de former des mésophases ? La réponse est que, souvent, les molécules ont une structure très compliquée, avec plusieurs parties attachées chimiquement. Par exemple, certaines comportent un «noyau» rigide et une «queue» flexible. Si ces deux parties étaient des molécules séparées, elles auraient des températures de transition solide-liquide différentes. Ainsi, pour la molécule composée des deux parties, il existe un intervalle de température où le noyau «veut» être dans l'état cristallin, et la queue dans l'état liquide. La compétition entre les deux conduit à la formation d'une mésophase dans une fourchette de températures.

Une autre dénomination des mésophases est «cristaux liquides». Adopté pour des raisons historiques, ce nom exprime également le caractère intermédiaire des mésophases. La dénomination «cristal liquide» est plus courante, de sorte que nous l'utiliserons par la suite, bien qu'elle puisse introduire des confusions : un cristal liquide n'a jamais l'aspect cristallin ; c'est plutôt un liquide très visqueux.

Nous nous intéressons plus particulièrement aux cristaux liquides dits smectiques, qui sont caractérisés par l'organisation des molécules en couches. Ainsi, dans ce type de méso-

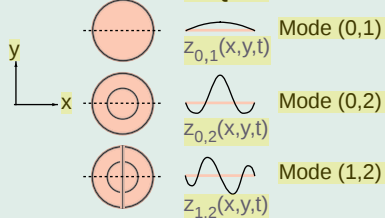
Modes de vibration

CORDES



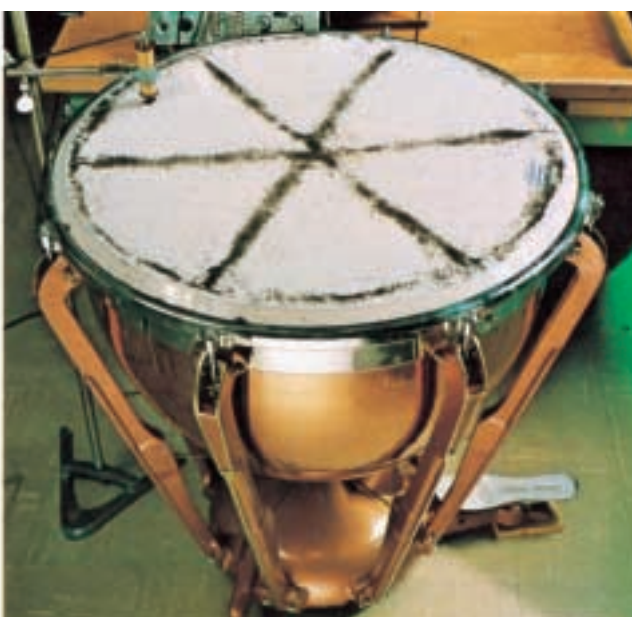
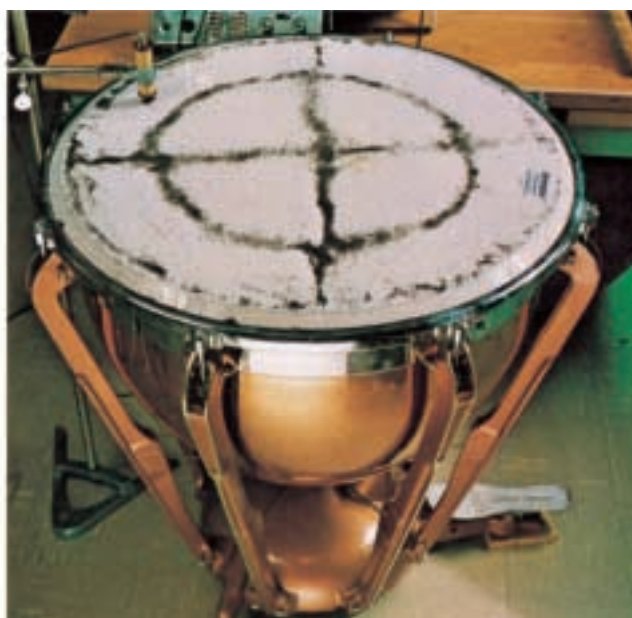
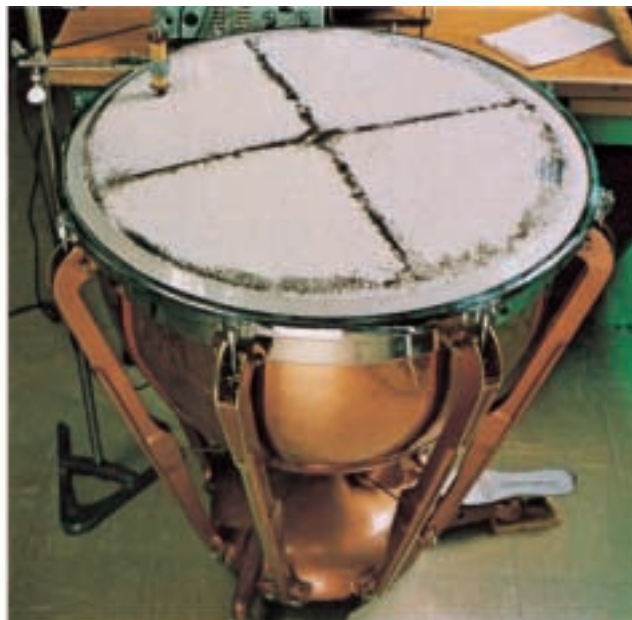
À l'équilibre, la corde et le disque sont en position horizontale. Leurs positions au cours des vibrations sont des «photographies» de la corde ou de la membrane à un instant donné. À chaque dessin correspond un «mode» de vibration possible pour la corde. Un «nœud» est un point qui reste immobile au cours du temps : les deux extrémités de la corde, tout comme le périmètre du disque, sont des nœuds, quel que soit le mode. Un mode est alors caractérisé par le nombre de nœuds qu'il comporte ou de lignes

DISQUES



nodales. On classe ainsi les différents modes d'une corde par nombre de nœuds croissants : le fondamental n'en comporte aucun, le premier harmonique en a un, le deuxième deux, etc. On a ainsi une infinité de modes possibles. Il en est de même des disques où les vibrations modifient les deux dimensions de la surface plane. Un mode de surface est caractérisé par deux nombres.

En pratique, quand une corde ou un disque vibrent, plusieurs modes se superposent.



1. MODES DE VIBRATION D'UN TAMBOUR. La poudre noire se rassemble sur les lignes nodales où l'amplitude de vibration est nulle. Le dispositif excitateur est constitué d'un bras touchant presque

la peau du tambour. Il fait vibrer un petit aimant situé sous la peau de ce tambour. De haut en bas et de gauche à droite, les modes sont (0,1), (0,2), (1,2), (2,1), (2,2) et (3,1).

Barry Stark, Northern Illinois University