

encore à effectuer l'opération précédente à la main, mais le travail est rapidement fastidieux, et un ordinateur s'impose. Voici, pour les valeurs de n comprises entre 6 et 15, le nombre de formules que l'on peut respectivement déterminer : 3, 4, 12, 27, 82, 228, 733, 2282, 7528, 24834.

Les temps de calcul augmentent rapidement avec n , et même un ordinateur puissant finit par s'essouffler. Nous devons nous contenter de calculer le nombre des classes de tectoèdres en fonction de leur ordre, sans chercher à déterminer leur formule. Un détour nous y conduit, de façon inattendue.

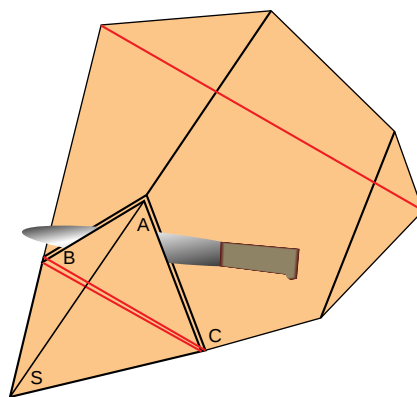
DUALITÉ

Depuis Euler, on sait associer à un polyèdre donné un autre polyèdre, nommé dual du premier, en opérant de la façon suivante : on marque un point dans chaque face et on relie par un segment les points qui sont situés dans des faces ayant une arête commune. Ainsi le dual d'un cube est un octaèdre, et réciproquement. Pour les tectoèdres, nous opérerons de manière un peu différente, en ne tenant pas compte de la base.

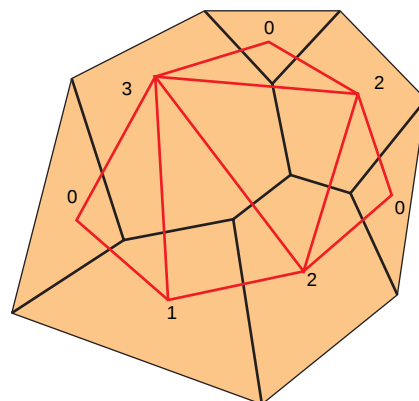
On peut alors faire la construction indiquée précédemment sur la projection du tectoèdre. Le résultat obtenu (voir la figure 8) est assez surprenant : c'est le dessin d'un polygone où sont tracées des diagonales. Les côtés de ce polygone correspondent aux arêtes latérales du tectoèdre (ils les coupent), et les diagonales à ses arêtes sommitales (elles les coupent). En outre, les diagonales partagent ce polygone en triangles dont les sommets sont ceux du polygone lui-même et qui ont, en commun avec lui, deux côtés, un seul côté ou aucun, selon qu'ils contiennent un sommet de type 1, 2 ou 3. Autrement dit, le problème initial de géométrie à trois dimensions se ramène à un problème de géométrie plane, celui de la triangulation des polygones.

Tout ce qui a été démontré pour les tectoèdres a un énoncé dual valable pour cette triangulation. Considérons, par exemple, la formule d'un tectoèdre : puisque ses termes indiquent le nombre des arêtes sommitales des différentes faces, ils indiquent aussi le nombre des diagonales issues des sommets du polygone dual. Autrement dit, la formule d'un tectoèdre caractérise aussi la triangulation du polygone associé par dualité.

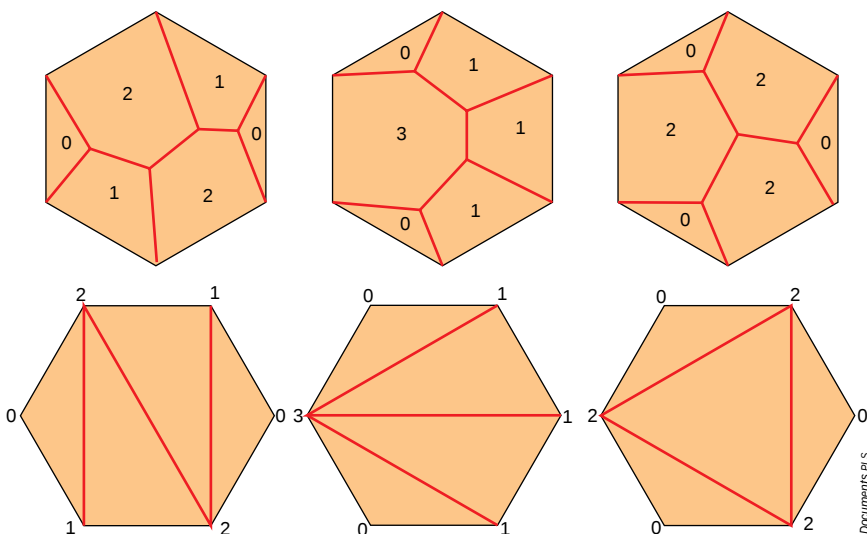
L'opération duale de la troncature est l'adjonction au polygone triangulé d'un triangle supplémentaire ayant pour base un côté du polygone. Cette adjonction provoque l'apparition d'un sommet d'où



7. Les troncatures font apparaître des faces triangulaires.



8. Un tectoèdre et le dual de sa projection (en rouge).



9. Les trois tectoèdres que l'on peut construire sur un hexagone régulier (en haut) et les trois triangulations de ces tectoèdres (en bas). En haut, les nombres repèrent le nombre d'arête sommitales de faces ; en bas, ils correspondent au nombre de diagonales issues du sommet qui leur correspondent.

ne part aucune diagonale (donc d'un zéro dans la formule) et l'augmentation d'une unité du nombre des diagonales issues des deux autres sommets de ce triangle. La figure 9 montre les trois triangulations possibles de l'hexagone, duales des trois tectoèdres d'ordre six.

La triangulation des polygones est un problème classique de géométrie combinatoire : on sait calculer le nombre des triangulations possibles d'un polygone. Le problème de dénombrement des tectoèdres est donc résolu. Voici la formule qui donne ce nombre en fonction de n :

$$(2n-5)!/n!(n-3)!+3(n-3)!/2(n/2)!((n-4)/2)!+(n-3)!/2((n-1)/2)!((n-3)/2)!+((2n-6)/2)!/3(n/3)!((n-3)/3)!$$

Dans cette formule, $n!$ (qui se lit «factorielle n ») représente le produit des n premiers nombres entiers. De surcroît, on convient de remplacer par zéro tout terme contenant une factorielle portant sur des nombres non entiers. On retrouve alors les valeurs précédemment calcu-

lées sur ordinateur. Ce nombre augmente très vite avec n : pour n égal à 20, il est supérieur à dix millions.

En faisant des tas de sable, nous avons été amenés à étudier de curieux polyèdres, et aussi à découvrir une classification insolite des polygones convexes. Les tas de sable nous réservent-ils d'autres surprises ?

Roger ISS est ancien professeur de mathématiques spéciales du Lycée Kléber, à Strasbourg.

Roger ISS, *Considérations sur une famille de polyèdres*, in *L'Ouvert* (publication de l'Association des professeurs de mathématiques d'Alsace et de l'IREM de Strasbourg), n° 51, juin 1988.

Roger ISS, *Des tas de sable aux graphes*, in *L'Ouvert*, n° 56, septembre 1989.

Roger ISS, *Les tectoèdres*, Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, n° 402, mars 1996.

Le briquet pneumatique

PAUL BOUTIÉ • IOANNIS MANOS

Un principe de physique simple pour allumer un feu.

Pour allumer un feu, on doit apporter de l'énergie. Si la friction du bois et la percussion de la pierre sont des méthodes bien connues, le procédé fondé sur l'échauffement de l'air par compression est, au contraire, resté à l'état de curiosité. Évoqué en quelques lignes dans les traités d'ethnologie et connu dans les laboratoires de physique au début du XIX^e siècle, le

briquet pneumatique aurait connu un grand succès si, pendant la première moitié du XIX^e siècle, l'invention des allumettes n'était venue le faire sombrer dans un oubli presque complet.

Le briquet pneumatique utilise un principe physique connu de tous ceux qui ont déjà gonflé un pneu de bicyclette : lorsque l'on comprime un gaz, on le chauffe. Si l'on place à l'intérieur du

volume chauffé une substance dont la température d'inflammation est inférieure à la température obtenue, elle s'embrase. En pratique, on réalise le briquet à l'aide d'un cylindre et d'un piston afin de former une sorte de petite pompe à vélo dépourvue de sortie d'air.

En Europe, la découverte de ce principe remonte au début du XIX^e siècle, simultanément en France et en Angleterre. Un brevet fut pris en 1807, mais le succès des allume-feu fut... un feu de paille, en raison semble-t-il de leur manque de fiabilité.

En Asie du Sud-Est, des briquets fondés sur le même principe sont signalés jusque vers 1950 dans plusieurs régions, réparties entre la Birmanie, l'ancienne Indochine et l'Indonésie. Le début de leur utilisation est antérieur à 1865, date du plus ancien témoignage écrit. Comme déjà, à cette époque, l'objet est très répandu, on pense qu'il y a eu au moins deux foyers d'apparition, l'un en Europe, l'autre en Asie. Pour cette région, le principe aurait pu être découvert accidentellement en Indonésie, au



Mode d'emploi

1. Prélever un petit brin d'amadou, très aéré, le placer dans la cavité à la base du piston, sans le tasser.
2. Enduire légèrement de graisse le joint en fil de soie.
3. Tenir le cylindre fermement dans une main et poser sa base en appui sur une table ou sur le sol.
4. Introduire partiellement le piston dans le cylindre (sur environ deux centimètres).
5. Frapper sur la poignée avec le plat de la main (la base du piston doit entrer en contact avec le fond du cylindre) et, dans le même geste rapide, attraper la poignée pour ressortir le piston. Souffler sur la petite braise.

CONSEILS

- Ne pas trop graisser le joint, car de la graisse risque de se déposer au fond du tube et l'amadou devient inutilisable. Après quelques échecs, il faut changer l'amadou.
- La descente du piston doit être rapide : donner un coup sec sur la poignée.
- La remontée doit également être rapide ; sinon, la braise n'a pas assez d'oxygène et s'éteint.
- Après plusieurs usages, la couche supérieure du joint se délite. Il faut la reconstituer en refaisant quelques tours de fil sur le joint usé. Regraisser légèrement.