

Mathématiques

Calcul scientifique

Lionel Sainsaulieu. Éditions Masson.

Introduction au calcul scientifique

Brigitte Lucquin et Olivier Pironneau. Éditions Masson.

Considérons un problème de nature industrielle : de l'eau se trouve dans un réservoir, serpente dans divers tuyaux, reçoit ou cède de la chaleur, sort par un robinet. Pour prévoir sa température à la sortie, les ingénieurs doivent : (1) écrire toutes les équations qui régissent l'ensemble des phénomènes : c'est la modélisation ; (2) concevoir une méthode de résolution approchée de ces équations (car en général les équations sont beaucoup trop compliquées pour être résolues de manière exacte) ; (3) écrire un programme d'ordinateur qui réalisera cette résolution approchée (beaucoup trop longue et compliquée pour être faite à la main) ; (4) comparer les résultats que donne la machine à ceux que fournit l'expérience : c'est la validation. Ainsi le calcul peut prédire une température de 30 °C quand le thermomètre indique 50 °C : la modélisation est-elle mal faite ? La résolution numérique est-elle défectueuse ? Y a-t-il une erreur dans la programmation de l'ordinateur ? De toute façon, il faut tout recommencer.

Il y a dix ans, la deuxième étape, la résolution approchée du problème une fois qu'il est modélisé, était nommée «analyse numérique» ; elle s'appelle aujourd'hui «calcul scientifique». Le contenu n'a pas changé, mais l'emphase linguistique révèle l'accroissement en importance de la communauté académique qui se préoccupe du sujet. Cet accroissement ne reflète en rien un besoin du marché (qui s'évoque bien davantage sur les trois autres points), mais simplement le mode de recrutement des universitaires, fait sous le principe de la «cooptation» (le terme recouvre des pratiques variées, allant de la constitution de chapelles au népotisme).

Comme le dit avec beaucoup de modestie L. Sainsaulieu, auteur du premier ouvrage dont nous rendons compte, il s'agit de réunir «les principales méthodes employées pour la résolution numérique des problèmes de l'ingénieur».

Le modèle mathématique, une fois décrit, se traduit par une ou plusieurs

«équations aux dérivées partielles». On recherche en général une fonction inconnue, par exemple (dans le cas évoqué) une température. Cette température T dépend du temps t , et aussi de l'endroit où on la mesure. C'est donc une fonction inconnue $T(t, x, y, z)$. Les renseignements que l'on a à son propos sont généralement écrits au moyen des dérivées de T par rapport aux diverses variables. Par exemple, s'il n'y a qu'une seule variable d'espace x (cas d'un barreau infiniment fin), l'«équation de la chaleur» donnera la température de la barre à l'instant t et au point d'abscisse x : le problème sera entièrement résolu, aussi bien dans le temps que dans l'espace, si on sait résoudre l'équation.

Comment fait-on pour écrire les équations, c'est-à-dire pour modéliser le phénomène ? La réponse est plaisante : on fait de son mieux ! On essaie, tant bien que mal, d'écrire les lois de la physique : équations de Maxwell, de Boltzmann, de Navier-Stokes, etc. La physique regorge de lois, mais ces lois sont à la fois empiriques et approximatives. Au laboratoire Système de perception de l'ETCA (Arcueil), David Ruelle a récemment fait un exposé dont nous reprenons les termes :

«Les lois de la physique macroscopique (conduction, rayonnement, etc.) ne résultent pas d'une intégration des lois de la physique microscopique (attractions-répulsions entre électrons, protons, etc.) : la mécanique statistique est à l'heure actuelle incapable de déduire les lois macroscopiques des lois microscopiques, sauf dans le cas particulier (très rare et sans intérêt industriel) des situations en équilibre. Les lois empiriques usuelles ne sont que des approximations : si, par exemple, on écrit $F = mg$, on néglige des termes en g^2 , g^3 , etc. On ne sait pas quel est le domaine de validité de ces approximations. Sont-elles encore valables pour des milieux très chauds, sous forte pression, très raréfiés, etc. ?»

Dans son chapitre V, «Modélisation numérique d'un problème de thermique», L. Sainsaulieu décrit un exemple en apparence très simple : de l'eau séjourne dans un réservoir, puis passe par un unique tuyau rectiligne, avant de sortir par un robinet. La question est : quelle est la température de l'eau à la sortie ? Même dans ce cas très simple, on ne sait pas modéliser correctement le problème ; il faut faire des hypothèses quant à la nature des écoulements (turbulences, etc.) et, ultérieurement, l'expérimentation validera ou non ces hypothèses. Cela fait, on peut mettre en œuvre les méthodes numériques que l'auteur a exposées au préalable, et l'on obtient... des résultats décevants ! Ce chapitre est absolument

remarquable ; le lecteur y découvre le vrai problème de la connaissance scientifique, qui est celui-ci : nous n'avons qu'une vision partielle, simplifiée, insuffisante des phénomènes et, même avec ces simplifications, nous ne parvenons pas à faire des prédictions. L'auteur est ingénieur de recherche chez Renault, et sa présentation sera une découverte – mieux, une révélation ! – pour les étudiants qui n'ont, jusque-là, été exposés qu'au savoir dogmatique et figé que l'Université délivre (et où le second ouvrage saura les replonger, que le lecteur se rassure !).

Quelles sont donc les méthodes numériques dont dispose l'ingénieur ? Il en existe principalement deux : la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. La première consiste à remplacer une dérivée $f'(x)$ par une «différence» $f(x) - f(y)/x - y$. Si on travaille sur un intervalle, par exemple x compris entre 0 et 1, on «discrétise» l'intervalle en introduisant une subdivision $x_0 = 0, x_1, \dots, x_N = 1$, et on remplace $f'(x)$ par $f(x_k) - f(x_{k-1})/x_k - x_{k-1}$. Les nombres inconnus $f(x_k)$ apparaissent alors comme la solution d'un gros système linéaire : on doit résoudre $AX = B$, où A est une matrice inversible, B un vecteur donné.

La seconde méthode – celle des éléments finis – fait appel à une approximation de la fonction inconnue par des fonctions plus complexes, telles des fonctions triangles, mais se ramène finalement aussi à un système linéaire. La méthode des «différences finies» étant conceptuellement plus simple que la méthode des «éléments finis», L. Sainsaulieu choisit très judicieusement de les exposer dans cet ordre, alors que, on ne sait pourquoi, B. Lucquin et O. Pironneau adoptent l'ordre inverse. Quant à la résolution des systèmes linéaires, qui remonte essentiellement à Carl Friedrich Gauss, les diverses méthodes sont extrêmement bien exposées par L. Sainsaulieu, avec leurs avantages et leurs inconvénients. On a enfin un bref aperçu sur une troisième catégorie de méthodes, les méthodes spectrales, utilisées surtout pour les problèmes de vibrations.

Le livre de L. Sainsaulieu est clair, bien écrit et attrayant. Je ne lui ferai qu'un reproche : je ne crois pas qu'il soit adapté au public que l'auteur mentionne – issu du premier cycle universitaire – par la transformation de Fourier, à laquelle l'auteur fait référence à plusieurs reprises (niveau maîtrise), la méthode des éléments finis requiert en effet une bonne connaissance de la théorie des distributions (niveau maîtrise et souvent DEA). L'auteur sait-il que, par la grâce de réformes successives, les étudiants sortant du premier cycle savent à peine ce qu'est un espace vectoriel ?

Je n'aurai pas une opinion aussi favorable du livre de B. Lucquin et O. Pironneau (Université Paris 6), dont la présentation me paraît à la fois dogmatique et confuse. Sur un plan conceptuel, on n'y retrouve nulle part les interrogations quant à la validité des méthodes que L. Sainsaulieu mentionne. Sur le plan pédagogique, la présentation laisse à désirer. Par exemple, page 37, un lemme énonce l'inégalité de Poincaré, avec cette démonstration : «En dimension 1, débrouillez-vous ; en dimension 2, allez voir dans Dautray-Lions» ! De manière générale, les difficultés conceptuelles sont passées sous silence. Certes, dans un livre d'analyse numérique, l'auteur n'a pas à détailler les difficultés conceptuelles, mais il doit au moins en mentionner l'existence ; c'est du reste ce que fait L. Sainsaulieu.

Je ferai deux reproches supplémentaires au livre de B. Lucquin et O. Pironneau.

D'une part, je ne vois pas ce qu'apportent les programmes d'ordinateur détaillés qui apparaissent à la fin de chaque chapitre. Présenter l'algorithme est suffisant. Un programme dépend de l'environnement informatique (type d'appareil, etc.) et, de toute façon, il est presque impossible de recopier un listing sans faute (il aurait fallu joindre une disquette).

D'autre part, un dernier chapitre traite de la programmation des ordinateurs parallèles ; il ne comporte heureusement que quelques pages, car les auteurs sont manifestement peu au fait des véritables difficultés que comporte ce type de programmation (ce sont les communications entre processeurs qui sont les plus pénalisantes).

Après ce bref tour d'horizon des deux ouvrages, revenons à notre ingénieur qui doit résoudre un problème et doit passer par toutes les étapes décrites au début de cet article. La modélisation, nous l'avons dit, constitue le premier problème majeur – L. Sainsaulieu donne bien d'autres exemples (aile d'avion, moteur diesel, etc.) où elle est difficile. Lorsqu'elle a été réalisée et lorsque les programmes numériques ont fait leur travail, le second problème majeur que l'on rencontre est celui du logiciel ou, plus exactement, de la validation du logiciel : comment être sûr qu'un programme informatique, composé de dizaines, voire de centaines de milliers de lignes, fait bien ce qu'il est supposé faire ? La mésaventure d'Ariane V a montré que les inquiétudes à cet égard n'étaient pas inutiles, et, comme le dit très justement Maurice Nivat, il s'agit d'un problème à propos duquel on ne dispose d'aucun outil conceptuel.

Bernard BEAUZAMY

Médecine

Le prix du bien-être

Édouard Zarifian. Éditions Odile Jacob, 1996.

A l'heure où les pouvoirs publics ne semblent pas savoir comment concilier économie et soins efficaces, le livre d'Édouard Zarifian vient nous proposer une analyse des mécanismes de la prescription massive des psychotropes. Ces médicaments qui modifient le comportement psychique permettent, par exemple, de calmer l'anxiété, de faire dormir en cas d'insomnie ou de soigner un syndrome dépressif.

Ce livre présente au public un rapport technique demandé à É. Zarifian il y a deux ans par Simone Weil, alors ministre des Affaires sociales. Celle-ci voulait connaître les raisons de la consommation excessive de psychotropes par les Français (en moyenne, trois fois supérieure à celle de leurs voisins européens). Remis au gouvernement actuel en avril 1996, ce rapport ne fut présenté qu'aux journalistes, mais Odile Jacob a persuadé son auteur de s'expliquer dans un livre : ses recherches sur les rouages de la chaîne qui mène du producteur au consommateur de psychotrope révèlent comment fonctionne la santé en France.

Ce livre s'adresse surtout à trois types de personnes : aux consommateurs, qui comprendront qu'ils doivent être plus circonspects dans leur utilisation des médicaments ; aux médecins, qui verront expliqués les pro-

blèmes posés par la fiabilité des tests thérapeutiques ou par la pharmacovigilance fondée sur leur seule bonne volonté ; aux hommes politiques, censés représenter nos aspirations, qui pourront s'interroger sur les problèmes éthiques que pose l'observation d'une consommation supérieure de psychotropes chez les RMistes et les chômeurs, par exemple.

É. Zarifian explique simplement les paradoxes d'un système de santé où s'opposent intérêts commerciaux et intérêts de santé publique, et il veut faire réfléchir à la question : «Un médicament est-il un bien de consommation comme un autre ?» Assurément le premier interpellé est le médecin prescripteur, qui observe quotidiennement l'insuffisance de sa formation face aux troubles psychologiques : il a du mal à délimiter ce qui est pathologique de ce qui ne l'est pas, à préciser quand l'usage du psychotrope est indispensable et, surtout, à assurer une relation médecin-malade à valeur thérapeutique. Il est alors soulagé quand les visiteurs médicaux lui apportent des informations sur l'emploi des médicaments susceptibles d'aider efficacement ses patients. Simultanément il comprend qu'il est alors considéré par les laboratoires comme une cible de propagande publicitaire, et non comme un agent de santé publique. Cela, parce que le laboratoire s'est vu fixer le prix de ses médicaments par l'État à un niveau bas qui le contraint

**N'OUBLIE PAS DE PRENDRE
TON REPAS AU MILIEU DE
TES MÉDICAMENTS**



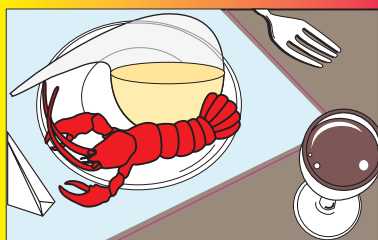
TOURNEILLES-GAULET

FRANCE INFO et POUR LA SCIENCE

vous invitent
à écouter la chronique
de Marie-Odile Monchicourt :

Info Sciences

Tous les jours
sur **France Info**
à 15 heures 41,
17 heures 10,
20 heures 12,
22 heures 12,
et 23 heures 42



Les prochains
résultats présentés
dans la rubrique
Science et Gastronomie
seront annoncés sur
France Info
le 24 mars 1997.

FRANCE

info

à augmenter le volume de ses ventes : la logique économique s'oppose à la rigueur médicale.

Pour contrer une information partielle, le médecin peut se tourner vers des revues médicales, mais la plupart lui sont envoyées gratuitement, en raison des soutiens publicitaires. La liberté du choix des articles publiés ne peut être garantie. S'il se rend en Formation médicale continue ou dans des colloques, les autorités qui interviennent ont un rôle difficile, étant, en raison même de leur compétence, experts officiels auprès des organismes de santé publique et consultants des firmes pharmaceutiques. Ces liens quasi obligés entre la recherche et l'industrie sont encouragés par l'État, qui se dégage de plus en plus de ses obligations financières. Le médecin est alors perplexe...

Le consommateur potentiel de psychotropes sera questionné différemment par ce livre : pourquoi préfère-t-il souvent avaler un médicament en cas de tristesse due à des difficultés socioprofessionnelles ou sentimentales ? Le médecin et son psychotrope sont-ils le recours le plus facile et le moins onéreux pour supporter les difficultés ? Notre société favorise l'illusion qu'on peut toujours combler les manques ; les médicaments jouent ce rôle. Car le concept de santé semble avoir glissé de la notion d'absence de maladie à celle, bien plus vaste, d'état de bien-être et, pourquoi pas, de bonheur ! Le psychotrope correspondrait à l'idéal social d'un bonheur consommable (et remboursé).

Toutefois, si l'on décide que, finalement, la santé est le bien-être, il reste à savoir si ce bien-être est une appréciation personnelle ou s'il obéit à une définition collective, puisque pris en charge par la collectivité. Affirmer alors que « l'homme possède en lui-même les ressources pour accéder seul au bien-être est subversif, car cela entrave le commerce, contrarie le désir de toute-puissance de la science et rend l'homme indépendant de tout pouvoir politique en restaurant sa dignité d'homme libre ».

Le politique, lui, comprendra à la lecture de ce livre que le psychotrope est pris dans une logique de consommation et de rentabilité, aggravée par le paradoxe d'un système de soins pris en tenaille entre dirigisme et libéralisme. Dirigisme d'une Sécurité sociale qui détermine le prix le plus bas possible du médicament qu'elle remboursera ; libéralisme d'une prescription sur laquelle les laboratoires jouent d'un poids d'autant plus grand que l'État leur laisse le champ libre sur des points aussi sensibles que la formation et l'information des médecins.

Le politique voudra-t-il libérer l'information de ses contraintes commerciales en finançant lui-même les expérimentations sur les psychotropes ? Voudra-t-il subventionner la Formation médicale continue et les revues médicales, afin qu'elles ne recourent plus à l'aide des laboratoires ? Peut-il imposer l'évolution de la formation des médecins, d'une pratique dite objective, associant à chaque symptôme un médicament, vers un exercice plus artistique de la consultation, qui n'aboutirait plus systématiquement à une prescription médicamenteuse ?

Insistons : ce livre ne remet pas en cause l'utilité des psychotropes, mais leur utilisation. L'auteur lui-même les a étudiés et les prescrit en cas de besoin, mais il estime que sa responsabilité d'acteur de la santé mentale impose qu'il dénonce les mécanismes pervers qui aboutissent à une situation de mauvaise santé mentale dont nous ne devons être ni dupes ni complices. Ses propositions seront examinées par le nouvel Observatoire national de la prescription médicamenteuse, qu'il réclamait. Il resterait à promouvoir une réorganisation de la structure des soins, non plus centrée sur la maladie, mais sur le malade. Vaste programme que les psychiatres ont adopté depuis longtemps, et qui répartirait de façon plus efficace les sommes considérables drainées par l'industrie de la santé.

Élisabeth HOFFMANN
et Élisabeth BACON

Astronomie

Longitude. L'histoire vraie d'un génie solitaire qui résolut la plus grande énigme scientifique de son temps

Dava Sobel, Éditions J.-C. Lattès,
(196 pages, 89 F).

La création de l'Observatoire de Paris en 1667, puis de celui de Greenwich huit ans plus tard, sont motivées par des raisons économiques : les puissances maritimes veulent explorer les nouveaux mondes et, à cette fin, envoyer leur flotte sur les mers océanes. On savait alors parfaitement déterminer la latitude, mais la science du ciel résoudre-t-elle le difficile problème de la