

Comment notre cerveau calcule-t-il ?

STANISLAS DEHAENE

L'observation de notre cerveau en activité révèle quelles régions cérébrales sont spécialisées dans le traitement arithmétique (comparaison, soustraction et multiplication) et comment leurs actions sont coordonnées.

En 1945, le mathématicien Jacques Hadamard publie un essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique. Il y résume sa longue enquête sur la représentation mentale des objets mathématiques, glanant des indices dans les biographies de ses prédécesseurs, dans les témoignages de ses contemporains les plus prestigieux et dans son expérience personnelle. Il en déduit d'intéressantes hypothèses sur les conditions psychologiques de la découverte mathématique.

Pourtant, son brillant mémoire s'achève sur une interrogation. Mentionnant les théories de Franz Joseph Gall, qui postulait un organe cérébral dédié au «sens des rapports des nombres», il conclut : «Des idées plus ou moins analogues à celles de Gall vaudraient la peine d'être suivies. Mais comment?... Arrivera-t-il jamais que des mathématiciens en sachent assez au sujet de la physiologie du cerveau et que des neurophysiologistes soient suffisamment au courant de la découverte mathématique pour qu'une coopération efficace soit possible?»

Le vœu d'Hadamard est en voie d'être exaucé : nous étudions aujourd'hui scientifiquement les bases cérébrales des mathématiques élémentaires. Avec des méthodes issues de la psychologie cognitive, de la neuropsychologie et de l'imagerie cérébrale, nous découvrons les zones cérébrales actives lors des opérations arithmétiques. Mes propres recherches se sont concentrées sur les plus

simples, mais aussi les plus fondamentaux des objets mathématiques : les nombres entiers.

L'analyse du temps que nous mettons à comparer deux nombres indique que notre cerveau examine les mots ou les chiffres arabes, expressions symboliques, selon une représentation interne des quantités numériques analogue à une ligne le long de laquelle les nombres se succéderaient dans l'ordre croissant. Cette représentation et la manipulation des nombres utilisent de façon prépondérante une aire cérébrale, la région pariétale inférieure. Toutefois, selon l'opération arithmétique que nous effectuons, comparaison, soustraction ou multiplication, cette région s'active dans l'un ou l'autre hémisphère et coordonne son activité avec plusieurs autres aires spécialisées et réparties dans le cerveau, notamment celles qui contrôlent la production du langage.

Comparons deux nombres

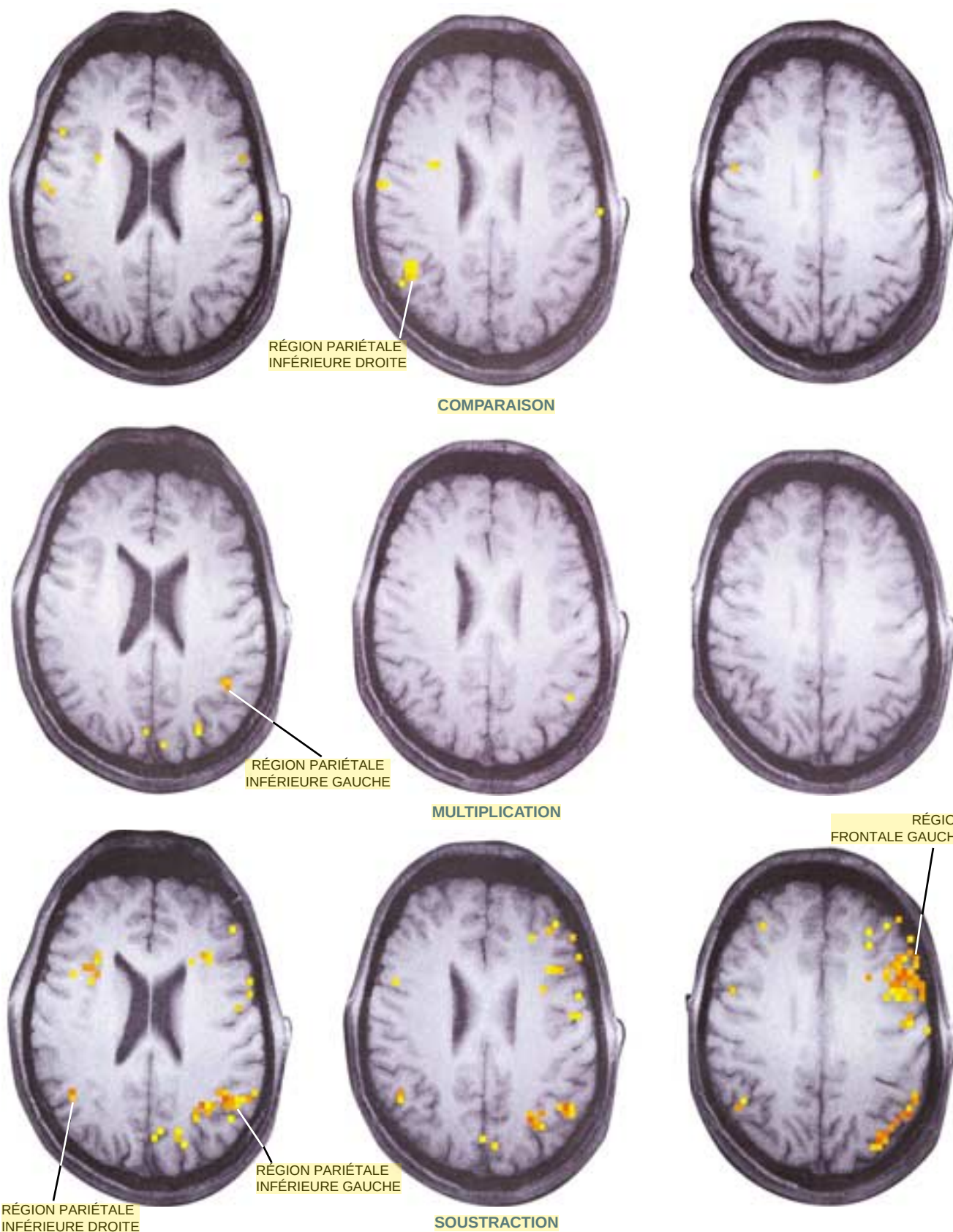
Supposons que vous ayez quelques francs en poche et que vous envisagiez d'acheter différents articles. Combien de temps vous faudra-t-il pour juger si leur prix dépasse ou non vos faibles moyens ? En 1967, Robert Moyer et Thomas Landauer, de l'Université Stanford, ont remarqué que le temps de comparaison de deux nombres est d'autant plus long que ceux-ci sont proches : nous comparons plus rapidement 8 avec 2 que 5 avec 6.

Avec Emmanuel Dupoux et Jacques Mehler, du Laboratoire de sciences

cognitives et psycholinguistiques de l'EHESS et du CNRS, nous avons observé le même «effet de distance» pour la comparaison de nombres à deux chiffres. Dans l'une de nos expériences, nous avons étudié la comparaison à une référence fixe de 65. L'affichage d'un nombre de deux chiffres sur un écran d'ordinateur déclenchait un chronomètre qui s'arrêtait dès que la personne testée répondait «plus grand» ou «plus petit» en appuyant sur un bouton. Les résultats sont d'une grande régularité. À mesure que le nombre comparé se rapproche de 65, le temps de réponse augmente (voir la figure 2) ; les erreurs suivent une courbe semblable.

Lorsque l'on reconstruit cette courbe par un modèle mathématique, on découvre que le temps de réponse est une fonction du logarithme de la distance entre les nombres. De façon remarquable, une loi logarithmique similaire rend compte du temps nécessaire à un sujet humain pour comparer deux grandeurs physiques, tels le poids ou la longueur de deux objets... ou du temps nécessaire à une balance de Roberval pour basculer, d'autant plus long que les valeurs des poids placés sur ses plateaux sont voisines. Ainsi les nombres, objets symboliques abstraits, semblent traités par le cerveau humain comme des quantités physiques concrètes et continues. Même présentés sous forme d'une série de chiffres arabes, ils seraient convertis mentalement en une quantité interne continue, puis «pondérés» mentalement.

Dans le cas des nombres à deux chiffres, les résultats de l'expérience de



F. Chochon, S. Dehaene, P.F. van de Moortele et D. Le Bihan, SFRJ, CEA, Orsay

1. LES RÉGIONS CÉRÉBRALES activées dépendent de l'opération arithmétique effectuée. Pendant qu'une personne voit s'afficher sur un écran des chiffres qu'elle compare avec 5 (*en haut*), multiplie par 3 (*au milieu*), ou soustrait de 11 (*en bas*), on cartographie, par résonance magnétique, l'oxygénation accrue des régions actives. Lors de la comparaison des chiffres, une petite région pariétale inférieure droite entre en activité. La multiplication n'active en

revanche que la région pariétale inférieure gauche. La soustraction active simultanément ces deux régions, avec une étendue et une intensité plus prononcées. Une importante activation de la région frontale gauche, peut-être liée à l'utilisation de la mémoire de travail, est aussi visible. Suivant la convention neurologique, l'hémisphère droit apparaît sur la gauche des coupes, comme si l'on se plaçait face à la personne allongée sur le dos.

comparaison sont particulièrement étonnants. Dans un ordinateur, l'algorithme le plus rapide pour comparer des nombres est l'examen successif des chiffres, de la gauche vers la droite. Ainsi peut-on déterminer que 58 est plus petit que 65 en ne comparant que les chiffres des dizaines, 5 et 6. Les unités ne sont prises en compte que si les chiffres des dizaines sont identiques. Notre cerveau ne suit pas la même procédure : tout d'abord, la courbe des temps de comparaison avec 65 ne présente pas de discontinuité particulière pour les nombres qui commencent par 6 ; ensuite, le temps de comparaison dépend du chiffre des unités même lorsqu'il est superflu. Par exemple, les temps de réponse croissent continûment entre 51 et 59, alors même que le chiffre des dizaines suffirait à savoir que ces nombres sont inférieurs à 65.

Notre algorithme mental de comparaison ne décompose donc pas les nombres. Le cerveau humain convertit les petits nombres familiers, de un ou deux chiffres, en représentations internes sur une échelle continue des quantités, puis il compare ces quantités indépendamment des symboles qui les ont véhiculées. La continuité analogique ne disparaît que pour la comparaison de nombres de plus de quatre chiffres : les sujets les comparent chiffre par chiffre, de gauche à droite, mais toujours d'autant plus vite qu'ils sont différents.

D'autres expériences ont précisé les propriétés de ce «sens des quantités». L'effet de distance est quasi identique, que les nombres soient présentés en notation arabe (2), en toutes lettres (deux) ou même sous forme d'un nuage de points : ces notations conduisent, par des voies différentes, à la même représentation abstraite des quantités. L'effet est aussi observé dans des tâches où nous n'avons pas conscience d'effectuer un traitement sémantique des nombres. Lorsque nous décidons si deux chiffres sont identiques ou différents, ce qui paraît ne demander qu'une analyse visuelle superficielle, nous sommes plus lents lorsque les chiffres sont numériquement proches : il nous faut

plus de temps pour décider que 1 est différent de 2, que pour décider que 1 est différent de 9. Même dans cette situation, nous transformons les nombres en quantités internes.

De même, lorsque nous vérifions une addition, nous sommes d'autant plus rapides à répondre «faux» que le résultat proposé est loin de la vérité. En outre, nous comparons plus rapidement le même chiffre 4 avec 5 après une présentation subliminale du mot «trois» qu'après celle des mots «un» ou «neuf» : la présentation d'un nombre, si brièvement que nous n'avons pas conscience de le voir, réduit le temps de traitement de nombres voisins.

L'effet de distance fait donc partie intégrante de la compréhension des nombres. Dès que nous percevons un symbole numérique, chiffre ou mot, parlé ou écrit, nous accédons rapidement et automatiquement à la quantité correspondante sur une sorte de «ligne» organisée par proximité numérique (voir la figure 3).

Où cette «ligne numérique» est-elle codée dans le cerveau ? Quelles régions cérébrales reconnaissent-elles la forme des chiffres arabes, et quelles autres interviennent-elles pour en représenter la quantité ? Dans un premier temps, l'examen de patients

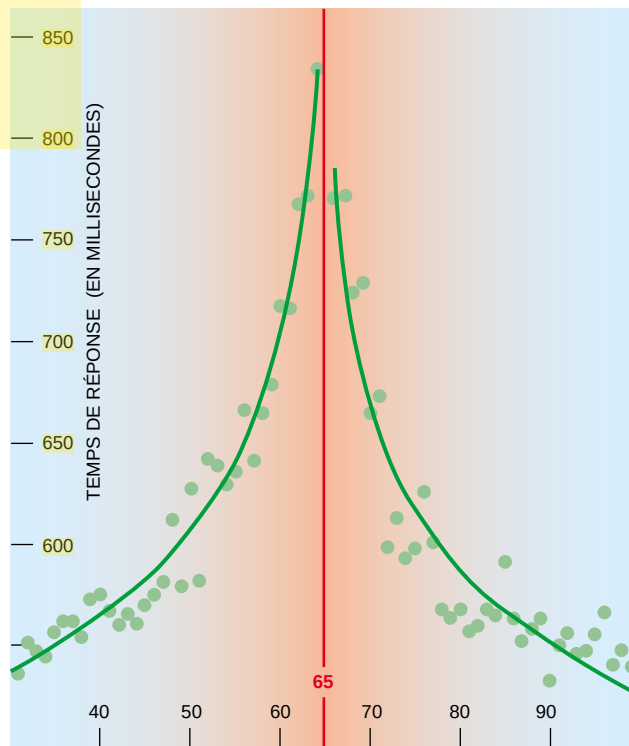
atteints de lésions cérébrales a précisé les contributions respectives des hémisphères droit et gauche à l'activité arithmétique.

La spécialisation des hémisphères

Tout ce qui apparaît dans la moitié droite du champ visuel se projette dans l'aire visuelle primaire de l'hémisphère gauche, et *vice versa*. Lorsque nous fixons un point et qu'un chiffre apparaît à gauche de ce point pendant moins de deux dixièmes de seconde, durée insuffisante pour que le regard soit réorienté, le chiffre n'est «vu» que par le cortex visuel de l'hémisphère droit. Chez un sujet normal, l'information passe rapidement à l'autre hémisphère via un épais faisceau de fibres, le corps calleux. Chez certains patients, ce faisceau est sectionné lors d'une intervention chirurgicale visant à traiter une épilepsie rebelle : les deux hémisphères cérébraux sont intacts, mais dans l'impossibilité de communiquer. Le chiffre reste donc confiné à un seul hémisphère, et l'on mesure comment cet hémisphère seul effectue différents calculs.

Michael Gazzaniga et ses collègues de l'Université de Dartmouth ont ainsi

découvert que chacun des deux hémisphères détermine si deux chiffres arabes sont identiques ou différents. La forme des chiffres est donc codée et reconnue indépendamment dans l'hémisphère gauche et dans l'hémisphère droit. La capacité d'identification du cardinal d'un ensemble et de la signification d'un chiffre arabe est aussi partagée : les deux hémisphères reconnaissent, dans une certaine mesure, si un chiffre arabe correspond ou non à un ensemble de points (tels 3 et ...). Mieux encore, chaque hémisphère sait comparer deux chiffres, et des nombres à deux chiffres. Enfin, avec Laurent Cohen, de l'Hôpital de la Salpêtrière, nous avons montré que chaque hémisphère présente un effet de distance quasi normal, même si ce dernier est un peu plus prononcé dans l'hémisphère droit que dans l'hémisphère gauche. Chaque



2. NOUS COMPARONS DEUX NOMBRES plus vite quand leur différence est plus grande. Le temps moyen de comparaison d'un nombre avec 65 est fonction du logarithme de sa différence avec ce nombre.